

扫码即享



答案超详解析

含:

1. 纸质版试卷电子版答案
2. 电子版试卷答案

1. 2026 GDFZ 入学数学真卷(一)

快速对答案

- 一、填空题 1. 100 2. 9 3. 9 4. 3 12 5. 6 7
6. 3390 7. 22.75 8. 23.3 9. 3 10. 30 11. 1
12. 20 13. 180 14. 4 15. 11

计算题、解答题请看“详解详析”P1

详解详析

- 一、1. 100 2. 9 3. 9 4. 3 12

5. 6 7 【解析】3 分球 3 投全中,共得 $3 \times 3 = 9$ (分),故两分球和罚球共投中 $16 - 3 = 13$ (次),共得 $28 - 9 = 19$ (分)。假设 13 次投中的全是两分球,那么罚球投中了 $(2 \times 13 - 19) \div (2 - 1) = 7$ (球),两分球投中了 $13 - 7 = 6$ (球)。

6. 3390 【解析】一个篮球场面积为 $226 \times 15 = 3390$ (平方米),100 万个篮球场面积为 $3390 \times 1000000 = 3390000000$ (平方米),即 3390 平方千米。

7. 22.75 【解析】职工有 $(18 + 22) \div (25 - 20) = 8$ (人),奖金总额 $25 \times 8 - 18 = 182$ (元),平均每人能发 $182 \div 8 = 22.75$ (元)。

8. 23.3 【解析】前 5 个数和为 $10.5 \times 5 = 52.5$,后 4 个数和为 $11.3 \times 4 = 45.2$,第 5 个数是 $52.5 + 45.2 - 9.3 \times 8 = 23.3$ 。

9. 3 【解析】第一题做对的 25 人中,有 10 人是全部做对,则有 $25 - 10 = 15$ (人)是只做对第一题,即这 15 人做错了第二题,已知第二题总共有 18 人做错,那么两道题都做错的有 $18 - 15 = 3$ (人)。

10. 30 【解析】总人数不变,调进了 5 名男教师后,5 名男教师人数占总人数的 $30\% - (1 - 80\%) = 10\%$,总人数为 $5 \div 10\% = 50$ (人),原来男教师人数占总人数的 $1 - 80\% = 20\%$,原来女教师比男教师多 $50 \times (80\% - 20\%) = 30$ (人)。

11. 1 【解析】正方形面积是 $6 \times 6 = 36$ (平方厘米),阴影部分面积是 $36 \div 12 \times 5 = 15$ (平方厘米),DE 长为 $15 \times 2 \div 6 = 5$ (厘米),EC = $6 - 5 = 1$ (厘米)。

12. 20 【解析】需“84”消毒液 $4000 \div (1 + 199) \times 1 = 20$ (克)。

13. 180 【解析】 $4000 \times 0.75\% + 650 - 500 = 180$ (万元)。

14. 4 【解析】设这项工程总量为单位“1”,甲的效率为 $1 \div 8 = \frac{1}{8}$,乙的效率为 $1 \div 18 = \frac{1}{18}$,且丙的工效比甲低但比乙

高,要使三人合作用时最少,则丙的效率最高,故需要的总天数不少于 $1 \div (\frac{1}{8} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18}) = 3 \frac{3}{11}$ (天),故三人合作最少需要 $3 + 1 = 4$ (天)。

15. 11 【解析】分针每分钟转动 $360 \div 60 = 6$ (度),时针每分钟转动 $360 \div (12 \times 60) = 0.5$ (度),设分针和时针 x 分钟后重合,可得 $6x - 0.5x = 360$,解得 $x = \frac{720}{11}$,时针转动一周,和

分针重合的次数是 $12 \times 60 \div \frac{720}{11} = 11$ (次)。

二、1. 原式 = 1.8 2. 原式 = 3.264

3. 解:原式 = $\frac{(1 + 2012) \times 2012 \div 2}{2013}$
= $\frac{2013 \times 2012 \div 2}{2013}$
= 1006

4. 解:原式 = $\frac{10}{9} \div [32.4 - (32.4 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4})] \times 12$
= $\frac{10}{9} \div \frac{1}{12} \times 12$
= 160

5. 解:设 $a = \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18}$, $b = \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19}$,则原式可以表示为 $(1 + a) \times b - (1 + b) \times a$, $(1 + a) \times b - (1 + b) \times a = b + ab - (a + ab) = b - a$,原式 = $(\frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19}) - (\frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18}) = \frac{1}{19}$

三、1. 解:假设第二天他跑步 $3000 \times 2 = 6000$ (米),散步 $500 \times 2 = 1000$ (米),共用 $22 \times 2 = 44$ (分钟),那么跑 $3000 \times 2 - 2000 = 4000$ (米)所用的时间是 $44 - 24 = 20$ (分钟),王叔叔跑步的速度是 $4000 \div 20 = 200$ (米/分)。
答:王叔叔跑步的速度是 200 米/分。

2. 解:如解图,连接 CE,平行四边形面积 = 2 个 $\triangle CDB$ 面积, $\triangle CDB$ 面积 = 2 个 $\triangle CEB$ 面积, $\triangle CEB$ 面积 = 3 个 $\triangle EGF$ 面积,平行四边形 ABCD 的面积是 $3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$ (平方厘米)。
答:平行四边形 ABCD 的面积是 36 平方厘米。

3. 解:梨树和桃树一共有 $3000 \div 6 = 500$ (棵),梨树和桃树各有 $500 \div 2 = 250$ (棵)。答:梨树和桃树各有 250 棵。

4. 解:设甲车间原来有 $5a$ 人,则乙车间原来有 $6a$ 人,根据题意得 $5a - 154 = \frac{4}{7}(6a - 154)$,解得 $a = 42$,所以甲车间原来有 $5 \times 42 = 210$ (人),乙车间原来有 $6 \times 42 = 252$ (人)。
答:甲车间原来有 210 人,乙车间原来有 252 人。

5. 解:设全班有 a 名同学,每人分得 m 块糖果。则 $310 \div a = m \cdots 37$,即 $am = 310 - 37$, $am = 273$,273 的因数有 1,3,7,13,21,39,91,273,且 $a > 37$,即 a 只能是 39,91 或 273,所以全班至少有 39 名同学。答:全班至少有 39 名同学。

6. 解:设甲先单独加工的一段时间为 t 小时。乙加工 5 小时

的总量 = 甲加工 $(t + 5)$ 小时的总量;丙加工 7 小时的总量 = 甲加工 $(t + 7)$ 小时的总量。两式相减,即甲加工 2 小时的零件数 = 丙加工 7 小时的总量 - 乙加工 5 小时的总量 = $23 \times 7 - 27 \times 5 = 26$ (个),甲的速度为 $26 \div 2 = 13$ (个/小时),丁加工 10 小时的总量 = 甲加工 $(t + 10)$ 小时的总量,且甲 $(t + 5)$ 小时的总量 = 乙加工 5 小时的总量 = $27 \times 5 = 135$ (个),从 $(t + 5)$ 小时到 $(t + 10)$ 小时,甲又多加工了 $10 - 5 = 5$ (小时),甲 5 小时工作量是 $13 \times 5 = 65$ (个),甲 $(t + 10)$ 小时工作总量是 $135 + 65 = 200$ (个),即丁 10 小时的工作总量等于甲的工作总量 200 个,丁每小时加工 $200 \div 10 = 20$ (个)。
答:丁每小时加工 20 个零件。

7. 解:(1) 2000,2001,2002,2010,2011,2012,2020。【解法提示】1949 ~ 1999 都不是“纯数”。在 2000 至 2020 之间的数,只有个位不超过 2 时,才符合“纯数”定义。
(2) 13 个。理由:因为个位不超过 2,十位不超过 3 时,才符合“纯数”定义。不大于 100 的“纯数”分别是 0,1,2,10,11,12,20,21,22,30,31,32,100,所以不大于 100 的“纯数”有 13 个。

2. 2026 GDFZ 入学数学真卷(二)

快速对答案

一、选择题 1~4 ABBD

二、填空题 5. 24 40 6. 2 7. 62 8. 2000

9. 376 或 384 或 392 10. 100 11. 19 12. 8

解答题请看“详解详析”P1

详解详析

一、1. A 2. B

3. B 【解析】一共种树的距离是 $(37 - 1) \times 4 = 144$ (米),4 和 6 的最小公倍数是 12, $144 \div 12 = 12$ (棵)不动,第 1 棵树也不动,所以一共有 $12 + 1 = 13$ (棵)树不动。

4. D 【解析】设苹果和橘子各买了 x 个,苹果和橘子的单价分别是 $\frac{1}{2}$ 元/个、 $\frac{1}{3}$ 元/个,优惠后价格为 $\frac{2}{5}$ 元/个,可列方程为 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - 1 = \frac{2}{5} \times 2x$,解得 $x = 30$ 。

二、5. 24 40 6. 2 7. 62

8. 2000 【解析】锯成 6 段锯了 5 次,增加了 $5 \times 2 = 10$ (个)截面,一个截面的面积 = $100 \div 10 = 10$ (平方分米),20 米 = 200 分米,这根长方体木块原来的体积 = $10 \times 200 = 2000$ (立方分米)。

9. 376 或 384 或 392 【解析】木块原本的表面积是 $(8 \times 6 + 8 \times 10 + 6 \times 10) \times 2 = 376$ (平方厘米)。挖掉一个棱长为 2 厘米的正方体,有 3 种挖去方法:①在顶点处挖去,木块表面积不变;②在棱上(非顶点处)挖去,木块表面积增加 $2 \times (2 \times 2) = 8$ (平方厘米);③在木块的面上挖去(非棱上),木块表面积增加 $4 \times (2 \times 2) = 16$ (平方厘米)。所以木块现在的表面积可能是 376 平方厘米或 $376 + 8 = 384$ (平方厘米)或 $376 + 16 = 392$ (平方厘米)。

10. 100 【解析】三角形数的规律是第 n 个数比第 $(n - 1)$ 个数大 n ($n > 1$),第 100 个三角形数比第 99 个三角形数大 100。

11. 19 【解析】因为书的本数是正整数,所以可设甲班得到 $9x$ 本书,乙班得到 $16y$ 本书,则 $9x + 16y = 88$,当 $y = 1$ 时, $x = 8$,符合题意;当 $y = 2$ 时, $x = \frac{56}{9}$,不符合题意;当 $y = 3$

时, $x = \frac{40}{9}$,不符合题意;当 $y = 4$ 时, $x = \frac{8}{3}$,不符合题意;当

$y = 5$ 时, $x = \frac{8}{9}$,不符合题意;当 $y \geq 6$ 时, x 均为负数,不符

合题意。综上所述,甲班得到的书有 $9 \times 8 = 72$ (本),乙班得到的书有 $16 \times 1 = 16$ (本),所以数学书有 $72 \times \frac{2}{9} + 16 \times$

$(1 - \frac{13}{16}) = 19$ (本)。

12. 8 【解析】如果减少 4 个苹果、5 个梨、7 个橘子则能恰好分完, $44 - 4 = 40$ (个), $61 - 5 = 56$ (个), $79 - 7 = 72$ (个), $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$,最多有 $2 \times 2 = 2$ (名)同学。

三、13. (1) 原式 = 5.4975 (2) 原式 = $\frac{11}{21}$

(3) $\frac{x - 0.5}{3} - 6 = \frac{3 - 2x}{2}$

解: $2(x - 0.5) - 36 = 3(3 - 2x)$
 $x = 5.75$

14. 解:(1) 由图知最大的等腰直角三角形的直角边应是长方形的宽,作图如解图所示。(画法不唯一)

(2) 梯形的上底为 4 厘米,下底为 $4 - 3 = 1$ (厘米),梯形的面积 = $(4 + 1) \times 3 \div 2 = 7.5$ (平方厘米)。
答:这个梯形的面积是 7.5 平方厘米。

(3) 圆锥 28.26 立方厘米 【解法提示】以等腰直角三角形的一条直角边为轴,旋转一周,会形成圆锥,这个圆锥的体积 = $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 3^2 \times 3 = 28.26$ (立方厘米)。

15. 解: $200 \times 90\% = 180$ (元), $168 < 180$,第一次购物不享受优惠,第二次购物的原价是 $423 \div 90\% = 470$ (元),两次购物的总价是 $168 + 470 = 638$ (元), $638 > 500$, $500 \times 90\% + (638 - 500) \times 80\% = 560.4$ (元), $168 + 423 - 560.4 = 30.6$ (元)。
答:较分开买省 30.6 元。

16. 解:设学生宿舍有 x 间,由题意得 $6x + 35 = 7(x - 4)$,解得 $x = 63$, $6x + 35 = 6 \times 63 + 35 = 413$ (人)。
答:住宿舍的学生有 413 人。

17. 解:(1) 12 【解法提示】由题图可知,2 秒时重叠长方形的长为 $12 \div 3 = 4$ (厘米),这个长方形的移动速度为 $4 \div 2 = 2$ (厘米/秒)。6 秒时重叠长方形面积达到最大,此时重叠长方形的长就是正方形的边长,即正方形的边长为 $2 \times 6 = 12$ (厘米)。

(2)当长方形从正方形左边移到右边时,会有两个时刻与正方形重叠部分的面积是12平方厘米。①第一个时刻是长方形刚移到正方形内时,即关系图上的2秒时,重叠部分的面积是12平方厘米;②第二个时刻是长方形从正方形内移出时,此时长方形只剩左侧部分与正方形重叠,还有 $12 \div 3 = 4$ (厘米)在正方形内,共平移 $24 + (12 - 4) = 32$ (厘米),平移时间为 $32 \div 2 = 16$ (秒)。
答:当平移时间为2秒或16秒时,长方形和正方形重叠部分的面积是12平方厘米。

18. 解:乙从B点出发,到相遇点折返,再第一次跑到点B,乙跑到相遇点和乙第一次跑到B点的速度之比为 $1 : (1 + 20\%) = 5 : 6$,所花时间的比为 $6 : 5$ 。设甲相遇前的速度为 $v_{甲}$,乙相遇前的速度为 $v_{乙}$,相遇时所用时间为6,由题意得 $6v_{甲} + 5v_{乙} \times (1 + 25\%) = 490$ ①,解得 $v_{甲} = 40$,所以从A点到相遇点路程为 $40 \times 6 = 240$ (米),所以 $v_{乙} = (490 - 50 - 240) \div 6 = \frac{100}{3}$,两人速度变化后,甲的速度为 $40 \times (1 + 25\%) = 50$,乙的速度为 $\frac{100}{3} \times (1 + 20\%) = 40$,从相遇点开始,甲第一次追上乙时,甲比乙多跑一圈,所以甲一共跑了 $490 \div (50 - 40) \times 50 + 240 = 2690$ (米)。
答:甲一共跑了2690米。

19. 解:(1) $(13 + 15 + 17 + 5 + 25) \div 5 = 75 \div 5 = 15$,所以十字框中五个数的平均数就是15,即十字框中五个数的平均数等于中间数。
(2)这五个数的和不能等于2017,理由: $2017 \div 5 = 403.4$,403.4不是自然数,所以框住五个数的和不能等于2017;这五个数的和能等于2025, $2025 \div 5 = 405$,末位数字为5的数排在第3列,中间数是405时,框住五个数的和能等于2025, $405 - 10 = 395$, $405 - 2 = 403$,405,405 + 2 = 407,405 + 10 = 415,这五个数分别为395,403,405,407,415;这五个数的和不能等于2505,理由: $2505 \div 5 = 501$,因为末位数字为1的数排在第1列,所以十字框中的五个数的中间数不可能是501,所以框住五个数的和不能等于2505。

3. 2026 GDFZ 入学数学真卷(三)

快速对答案

一、选择题	1~5 ACDBD
二、填空题	6. 1100 7. 44 8. 2.5 9. 34 10. 138.5
11. 12 45 12. 630 7 13. 100 14. 15 15. 40	
解答题请看“详解详析”P2	

详解详析

- 一、1. A 2. C 3. D

4. B 【解析】甲走了全程的 $\frac{3}{5}$,则乙走了全程的 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$,那么甲的速度:乙的速度 $= 3 : 2$ 。由题可知,甲走的时间为 $1 + 3 = 4$ (小时),乙走的时间为3小时,假设甲的速度是

$3x$,乙的速度是 $2x$,那么总路程为 $4 \times 3x + 3 \times 2x = 18x$,甲走完全程需要 $18x \div 3x = 6$ (小时)。

5. D 【解析】从1~9中任选2个数字组成没有重复数字的两位数,其中十位有9种选择,个位有8种选择,一共有 $9 \times 8 = 72$ (个)不同的两位数。两位数是质数时,个位只能是1,3,7,9。个位为1时:31,41,61,71,共4个;个位为3时:13,23,43,53,73,83,共6个;个位为7时:17,37,47,67,97,共5个;个位为9时:19,29,59,79,89,共5个,一共有 $4 + 6 + 5 + 5 = 20$ (个)质数,两位数是质数的概率是 $\frac{20}{72} = \frac{5}{18}$ 。

二、6. 1100 7. 44

8. 2.5 【解析】 $AC = 9$ cm, M是AC的中点, $AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$ (cm); $AB = 4$ cm, N是AB的中点, $AN = NB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ (cm), $MN = AM - AN = 4.5 - 2 = 2.5$ (cm)。

9. 34 【解析】弟弟和哥哥的年龄差不变,是 $13 - 5 = 8$ (岁)。两人的年龄和为60岁时,哥哥的年龄是 $(60 + 8) \div 2 = 34$ (岁)。
10. 138.5 【解析】时针每分钟转 $360 \div 12 \div 60 = 0.5$ (度),分针每分钟转 $360 \div 60 = 6$ (度)。7点13分,时针与分针之间的较小夹角的度数为 $7 \times 30 + 0.5 \times 13 - 13 \times 6 = 138.5$ (度)。

11. 12 45 【解析】当腰长为2 dm时,三条边分别是2 dm,2 dm,5 dm, $2 + 2 < 5$,不符合三角形三边关系;当腰长为5 dm时,等腰三角形的三条边分别是2 dm,5 dm,5 dm, $2 + 5 > 5$,符合三角形三边关系,周长是 $2 + 5 + 5 = 12$ (dm);一个等腰三角形的顶角度数等于两底角度数的和,此时底角是 $180 \div (2 + 1 + 1) = 45$ (度)。

12. 630 7 【解析】实际距离是 $21 \div \frac{1}{3000000} = 63000000$ (厘米),63000000厘米=630千米; $630 \div 90 = 7$ (小时)。

13. 100 【解析】 $35 \div (60\% - 25\%) = 100$ 。

14. 15 【解析】长方形的长+宽 $= 40 \div 2 = 20$ (cm),新的正方形的边长为 $(20 - 6 + 4) \div 2 = 9$ (cm),那么原长方形的长为 $9 + 6 = 15$ (cm)。

15. 40 【解析】如解图,连接BE, $CF = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 12 = 4$ (厘米), $S_{\text{正方形}ABCD} = 12 \times 12 = 144$ (平方厘米), $S_{\text{三角形}CFD} = 4 \times 12 \times \frac{1}{2} = 24$ (平方厘米), $S_{\text{三角形}DEF} = S_{\text{三角形}EFC} + S_{\text{三角形}DEC} - S_{\text{三角形}DFC} + S_{\text{三角形}EFC} = \frac{1}{3}S_{\text{三角形}BEC} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}S_{\text{三角形}ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 144 = 16$ (平方厘米), $S_{\text{三角形}DEC} = \frac{2}{3}S_{\text{三角形}ABC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 144 = 48$ (平方厘米), $S_{\text{三角形}DEF} = 16 + 48 - 24 = 40$ (平方厘米)。

- 三、16. (1)原式 $= 2.7$

- (2)解:原式 $= (15.3 \times \frac{3}{4} + 17.7 \times \frac{3}{4} - \frac{3}{4}) \times \frac{3}{28} + 0.4 \times [\frac{11}{52} \times$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{11} \times 2.5] \times 26 \\ &= \frac{3}{4} \times 32 \times \frac{3}{28} + 0.4 \times 2.5 \times (\frac{1}{13} \times 26) \\ &= \frac{32}{7} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \frac{3x-1}{3} \cdot \frac{x+2}{6} = 1 - \frac{2x-1}{2}$$

$$\text{解: } 2 \times (3x-1) - (x+2) = 6 - 3 \times (2x-1)$$

$$11x = 13$$

$$x = \frac{13}{11}$$

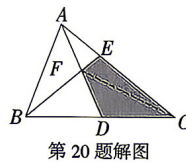
17. 解: $3.14 \times 6^2 \times 9 - \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times (9 - 6) = 904.32$ (立方厘米)。答:这个立体图形的体积是904.32立方厘米。

18. 解: $480 \times (1 - 25\%) = 360$ (千米),客车与货车的速度和是 $360 \div 3 = 120$ (千米/时),客车的速度是 $120 \div (7 + 5) \times 7 = 70$ (千米/时),货车的速度是 $120 \div (7 + 5) \times 5 = 50$ (千米/时)。答:客车每小时行70千米,货车每小时行50千米。

19. 解:设从甲、乙两个容器各取出 a 千克溶液,则 $(300 - a) : a = a : (200 - a) = 3 : 2$,解得 $a = 120$ 。

答:从甲、乙两个容器各取120千克硫酸溶液分别放入对方容器中,才能使这两个容器中硫酸溶液的浓度一样。

20. 解:如解图,连接FC,根据底高模型,设三角形AFE的面积为 x 平方厘米,因为 $CE = 2AE$,所以三角形CFE的面积为 $2x$ 平方厘米。因为F为AD的中点,所以三角形FDC的面积=三角形FAC的面积 $= x + 2x = 3x$ 平方厘米。设三角形ABF的面积为 y 平方厘米,因为F为AD的中点,所以三角形BDF的面积=三角形ABF的面积 $= y$ 平方厘米。又因为 $EC = 2AE$,所以三角形BCE的面积=三角形ABE的面积 $\times 2$,即 $2x + 3x + y = 2(x + y)$,所以 $y = 3x$ 。在三角形ABC中, $x + 3x + 3x + 2x + 3x = 4$,所以 $x = \frac{1}{3}$,所以阴影部分的面积为



第20题解图

$$2x + 3x = 5x = \frac{5}{3} \text{ (平方厘米)}。$$

答:阴影部分的面积为 $\frac{5}{3}$ 平方厘米。

(模型展示)底高模型:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型1”P3。

21. 解:设原定时间是 x 小时,则 $6 \times 2 + (6 + 2) \times (x - 2 - 2) = 6x$,解得 $x = 10$ 。设原定每人每小时工作量是 y 个,则 $6 \times 10 \times y = 6 \times (y + 10) \times (10 - 1)$,解得 $y = 90$,这批零件共有 $6 \times 10 \times 90 = 5400$ (个)。答:这批零件共有5400个。

22. 解:(1)100 【解析提示】最小的三位数是100, $100 \rightarrow 1^2 + 0^2 + 0^2 = 1$,所以100是最小的三位“快乐数”。

(2)不可能。理由: $4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow 1^2 + 6^2 = 37 \rightarrow 3^2 + 7^2 = 58 \rightarrow$

$5^2 + 8^2 = 89 \rightarrow 8^2 + 9^2 = 145 \rightarrow 1^2 + 4^2 + 5^2 = 42 \rightarrow 4^2 + 2^2 = 20 \rightarrow 2^2 + 0^2 = 4 \dots$,由此可以看出在运算过程中如果出现4的话,就会一直循环计算下去,从而得不到1,因此一个“快乐数”经过若干次运算后结果不可能得到4。

(3)若一个三位“快乐数”经过两次运算后结果为1,那么经过第一次运算的结果可能是10或100。当第一次运算结果是10时,因为 $10 = 3^2 + 1^2 + 0$,这个数可能是103,130,301,310,只有 $(310 + 3 + 1 + 0) \div 8 = 39 \dots 2$,符合题意要求,这个“快乐数”是310;当第一次运算结果是100时,因为 $100 = 8^2 + 6^2 + 0 = 100$,这个数可能是860,806,608,680,只有 $(860 + 8 + 6 + 0) \div 8 = 109 \dots 2$,符合题意要求,这个“快乐数”是860。答:这个“快乐数”是310或860。

4. 2026 GDFZ 入学数学真卷(四)

快速对答案

一、选择题	1~5 DBDCC
二、填空题	6. $\frac{10}{19}$ 7. $\frac{7}{20}$ 8. 八 9. 3 10. 21
11. $\frac{1}{3}$ 12. 94 13. 450 14. 6 15. 1	
解答题请看“详解详析”P3	

详解详析

- 一、1. D 2. B

3. D 【解析】甲瓶中盐含量占比 $2 \div (2 + 9) = \frac{2}{11}$,水含量占比 $9 \div (2 + 9) = \frac{9}{11}$;乙瓶中盐含量占比 $3 \div (3 + 10) = \frac{3}{13}$,水含量占比 $10 \div (3 + 10) = \frac{10}{13}$;两瓶混合盐含量占比 $\frac{2}{11} + \frac{3}{13} = \frac{59}{143}$,水含量占比 $\frac{9}{11} + \frac{10}{13} = \frac{227}{143}$;混合盐水中,盐与盐水的比是 $\frac{59}{143} : (\frac{59}{143} + \frac{227}{143}) = \frac{59}{286}$ 。

4. C 【解析】这次是第 $(100 - 82) \div (85 - 82) = 6$ (次)测试。
5. C 【解析】①两个面积相等的三角形,若形状也相同则能拼成平行四边形,否则不能,说法正确;② $2024 \div 4 = 506$,所以2024年是闰年,说法错误;③进价是 $100 \div (1 + 25\%) = 80$ (元),如果卖120元,就赚 $(120 - 80) \div 80 = 50\%$,说法正确;④“四舍”得到的2.0最大是2.04,说法错误;⑤一个圆柱和一个圆锥等底等高时,则圆锥体积应是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$,说法错误。

- 二、6. $\frac{10}{19}$ 7. $\frac{7}{20}$ 8. 八

9. 3 【解析】每人最多赛5盘,A已经赛了5盘,说明他和另外的5人都赛了一盘,包括B、C、D、E和F;E赛了1盘,说明他只和A进行了比赛,没有和其它选手比赛;B赛了4盘,他没有和E比赛,是和另外的4人进行了比赛,包括

A、C、D 和 F；D 赛了 2 盘，是和 A、B 进行的比赛，没有和 C、E、F 比赛；C 赛了 3 盘，是和 A、B、F 进行的比赛，没有和 D、E 比赛；所以 F 和 A、B、C 进行了比赛，一共是 3 盘。

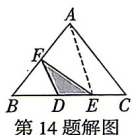
10. 21 【解析】当给 A、B、C、D、E 五个车间分别安排 6、5、7、3、8 名工人时，先从每个车间抽出 3 名工人，给每辆车上安排 3 人，共需 $3 \times 3 = 9$ (人)，这时 A 有 $6 - 3 = 3$ (人)，B 有 $5 - 3 = 2$ (人)，C 有 $7 - 3 = 4$ (人)，D 有 $3 - 3 = 0$ (人)，E 有 $8 - 3 = 5$ (人)。再从 A、B、C、E 车间各抽出 2 人，给每辆车增加 2 人，每辆车上共有 $3 + 2 = 5$ (人)，3 辆车共 $5 \times 3 = 15$ (人)，这时 A 有 $3 - 2 = 1$ (人)，B 有 $2 - 2 = 0$ (人)，C 有 $4 - 2 = 2$ (人)，E 有 $5 - 2 = 3$ (人)，D 还是 0 人。最少安排 $15 + 1 + 2 + 3 = 21$ (名) 装卸工保证各车间的需要。

11. $\frac{1}{3}$ 【解析】 $21 - 9 = 12$ (厘米)，瓶内水的体积占瓶子容积的 $\frac{6}{6 + 12} = \frac{1}{3}$ 。

12. 94 【解析】根据题意可得增加部分的体积分别为 $3 \times \text{宽} \times \text{高} = 60$ (立方厘米)， $\text{长} \times 4 \times \text{高} = 60$ (立方厘米)， $\text{长} \times \text{宽} \times 5 = 60$ (立方厘米)，所以 $\text{宽} \times \text{高} = 20$ (平方厘米)， $\text{长} \times \text{高} = 15$ (平方厘米)， $\text{长} \times \text{宽} = 12$ (平方厘米)，长方体的表面积 = $(\text{长} \times \text{宽} + \text{长} \times \text{高} + \text{宽} \times \text{高}) \times 2 = (12 + 15 + 20) \times 2 = 94$ (平方厘米)。

13. 450 【解析】相遇后，甲、乙的速度的比是 $[5 \times (1 - 20\%)] : [4 \times (1 + 20\%)] = 5 : 6$ ，A、B 两地相距 $10 \div (1 - \frac{4}{5+4} - \frac{4}{5+4}) \times \frac{6}{5} = 450$ (千米)。

14. 6 【解析】如解图，连接 AE，因为 $AF = BF$ ， $BD = DE = EC$ ，则 $\triangle BEF$ 的面积： $\triangle DEF$ 的面积 = $2 : 1$ ，所以 $\triangle BEF$ 的面积 = $1 \times 2 = 2$ ， $\triangle ABE$ 的面积： $\triangle BEF$ 的面积 = $2 : 1$ ，所以 $\triangle ABE$ 的面积 = $2 \times 2 = 4$ ， $\triangle ABC$ 的面积： $\triangle ABE$ 的面积 = $3 : 2$ ，所以 $\triangle ABC$ 的面积 = $4 \div 2 \times 3 = 6$ 。



第 14 题解图

15. 1 【解析】除去数列中的 1, 2 之外，从第三个数字开始，各个数的个位数字 8 个数字一个循环，即按 4, 5, 0, 1, 2, 3, 6, 7 循环， $(2006 - 2) \div 8 = 250 \cdots 4$ ，所以第 2006 个数字的个位数字是 1。

三、16. (1) 原式 = 0

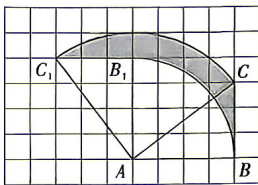
$$(2) \text{解: 原式} = (\frac{1}{11} - \frac{1}{13}) + (\frac{1}{13} - \frac{1}{15}) + (\frac{1}{15} - \frac{1}{17}) + (\frac{1}{17} - \frac{1}{19}) + (\frac{1}{19} - \frac{1}{21}) + \frac{1}{21} = \frac{1}{11}$$

$$(3) \frac{0.01x - 0.27x - 0.18}{0.04 - 0.02} = 1$$

$$\text{解: } 0.01x - 2(0.27x - 0.18) = 0.04$$

$$x = \frac{32}{53}$$

17. 解: (1) 如解图所示。(2) 如解图所示。



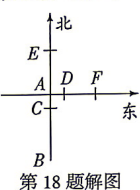
第 17 题解图

根据勾三股四弦五可知，斜边 AC 是 5 格，也就是 5 厘米，

$$\text{线段 } BC \text{ 所扫过的面积为 } 3 \times 5^2 \times \frac{1}{4} + 4 \times 3 \div 2 - 3 \times 4^2 \times \frac{1}{4} - 4 \times 3 \div 2 = 6.75 \text{ (平方厘米)}。$$

答: 旋转过程中线段 BC 所扫过的面积是 6.75 平方厘米。

18. 解: 如解图，甲出发点在 B 点，乙出发点在 A 点，行走 3 分钟甲到 C，乙到 D，又 $AC = AD$ ，可得甲、乙二人 3 分钟共走 AB 段的距离为 270 米，甲、乙二人速度和为 $270 \div 3 = 90$ (米/分钟)；再行走 24 分钟甲到 E，乙到 F，已知 $AE = AF$ ，所以甲 $24 + 3 = 27$ (分钟) 走的距离为 BE，比乙 27 分钟多走 AB 段的距离，且 $AB = 270$ 米，甲、乙二人速度差为 $270 \div 27 = 10$ (米/分钟)，且甲、乙二人速度和为 90 米/分钟，所以甲的速度为 $(90 + 10) \div 2 = 50$ (米/分钟)，乙的速度为 $90 - 50 = 40$ (米/分钟)。



第 18 题解图

答: 甲每分钟走 50 米，乙每分钟走 40 米。

19. 解: 设一级茶有 x 千克。则二级茶有 $\frac{1}{2}x$ 千克，一级茶每千克盈利 24. $8 \times 12.5\% = 3.1$ (元)，二级茶每千克盈利 16 $\times 12.5\% = 2$ (元)，由题意得 $2 \times \frac{1}{2}x + 3.1 \times (1 - \frac{1}{3})x = 160$ ，解得 $x = \frac{1200}{23}$ 。答: 运到的一级茶有 $\frac{1200}{23}$ 千克。

20. 解: 设竖式纸盒有 a 个，横式纸盒有 b 个，则共用长方形纸板 $(4a + 3b)$ 块，正方形纸板 $(a + 2b)$ 块。根据题意得 $(a + 2b) : (4a + 3b) = 2 : 5$ ，即 $5(a + 2b) = 2(4a + 3b)$ ， $3a = 4b$ ，则 $a : b = 4 : 3$ 。

答: 做成的竖式纸盒与横式纸盒个数之比是 4 : 3。

21. 解: 【计算能力】7 1 【解法提示】 $(6 \times a) + (a - 0) = 49$ ，即 $6a + a = 49$ ， $a = 7$ ； $a - b - 6 = 0$ ，即 $7 - b - 6 = 0$ ， $b = 1$ 。

【基础知识】A 做直线运动；B 做曲线运动。

【知识理解】分两种情况，两点相距 3 个单位长度相遇和相遇后又相距 3 个单位长度， $(27 - 12 - 3) \div (2 + 1) = 4$ (秒)； $(27 - 12 + 3) \div (2 + 1) = 6$ (秒)。

答: 经过 4 秒或 6 秒后两点相距 3 个单位长度。

【知识运用】动点 X 到达点 B 用了 $(74 - 20) \div 6 = 9$ (秒)，动点 X 到达点 B 后追上动点 Y 用了 $9 \times 3 \div (15 - 6) = 3$ (秒)，在运动的过程中一共用了 $9 + 3 = 12$ (秒)。

答: 在运动的过程中一共用了 12 秒。

5. 2026 GDFZ 入学数学真卷(五)

快速对答案

一、选择题 1~5 CADBC

二、填空题 6. $\frac{1}{192}$ 7. 8 8. $\frac{1}{24}$ 9. 59 10. 5

11. 3.85 12. 350 13. 36 14. 228 15. 20

解答题请看“详解详析”P3

详解详析

一、1. C 2. A 3. D

4. B 【解析】 $10 \div (4 + 1) = 2$ (组)， $2 \times 4 = 8$ (箱)，实际需要花 $56 \times 8 = 448$ (元)。

5. C 【解析】挖去后木块的表面积比原来增加了 $4 \times (1 \times 1) \times 6 = 24$ (平方厘米)。

二、6. $\frac{1}{192}$ 7. 8 8. $\frac{1}{24}$

9. 59 【解析】一个数除以 3 余 2，即这个数加上 1 除以 3 没有余数；除以 4 余 3，即这个数加上 1 除以 4 没有余数；除以 5 余 4，即这个数加上 1 除以 5 没有余数。所以假设这个数除以 3, 4, 5 都没有余数，这个数最小就是 3, 4, 5 的最小公倍数，3, 4, 5 的最小公倍数是 $3 \times 4 \times 5 = 60$ ，所以这个数最小是 $60 - 1 = 59$ 。

10. 5 【解析】至少参加一个社团的有 $32 + 28 - 15 = 45$ (人)，两个社团都不参加的有 $50 - 45 = 5$ (人)。

【解题技巧】容斥问题两大原理: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 3”P4。

11. 3.85 【解析】 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{半圆}AC} + S_{\text{半圆}BC} - S_{\text{三角形}ABC} = \frac{1}{2} \times 3.14 \times (4 \div 2)^2 + \frac{1}{2} \times 3.14 \times (2 \div 2)^2 - 4 \times 2 \div 2 = 3.85$ 。

12. 350 【解析】设原长方形长为 7a 厘米，则宽为 2a 厘米，原长方形的面积为 $7a \times 2a = 14a^2$ (平方厘米)，根据题意有 $(7a - 5) \times (2a + 5) = 14a^2 + 100$ ，解得 $a = 5$ ，原长方形的面积为 $7 \times 5 \times 2 \times 5 = 350$ (平方厘米)。

13. 36 【解析】 $18 = 2 \times 3 \times 3$ ， $12 = 2 \times 2 \times 3$ ，所以 12 和 18 的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ ，所以拼成的正方形的边长最小是 36 cm。

14. 228 【解析】1 至 2008 这 2008 个自然数中， $2008 \div (3 \times 5) = 133 \cdots 13$ ，所以 3 和 5 的倍数有 133 个， $2008 \div (3 \times 7) = 95 \cdots 13$ ，所以 3 和 7 的倍数有 95 个， $2008 \div (5 \times 7) = 57 \cdots 13$ ，所以 5 和 7 的倍数有 57 个， $2008 \div (3 \times 5 \times 7) = 19 \cdots 13$ ，所以 3, 5, 7 的倍数有 19 个，恰好是 3, 5, 7 中两个数的倍数的数共有 $133 + 95 + 57 - 19 \times 3 = 228$ (个)。

15. 20 【解析】 $14 + a + b = a + b + c$ ，即 $c = 14$ ；同理可得， $f = 14$ ； $g = 90 - 14 - 56 = 20$ ，从而可得这些数按照 14, 20, 56 为一组依次循环， $2024 \div 3 = 674$ (组) $\cdots 2$ (个)，所以从左往右数第 2024 个格子里的数字是 20。

三、16. (1) 原式 = $\frac{659}{6}$

$$(2) \text{解: 原式} = 11.1 \times 9 \times 118.8 - 11.1 \times 1.8 - 11.1 \times 3 \times 55.8 = 11.1 \times (9 \times 118.8 - 1.8 - 3 \times 55.8) = 9990$$

$$(3) (\frac{3}{2} + 1.75) \div x = 2 - \frac{3}{8}$$

$$\text{解: } x = (\frac{3}{2} + 1.75) \div (2 - \frac{3}{8})$$

$$x = 2$$

17. 解: 去掉后原正方体减少了 4 个小正方体的面(上、下、前、后各一个)，又增加了 $4 \times 4 = 16$ (个) 小正方体的面，所以去掉后实际是比原来增加了 $16 - 4 = 12$ (个) 小正方体的面，再加上左右 2 个面， $1 \times 1 = 1$ ， $3 \times 3 \times 6 = 54$ ， $54 + 1 \times 12 + 1 \times 2 = 68$ 。答: 剩下的几何体的表面积是 68。

18. 【思路分析】将工作总量看成单位“1”，甲、乙两队合作 6 天可以完成，据此按“工作总量 $\div$ 工作时间 = 工作效率”可得两队的工作效率和；“甲队单独修 5 天后，再由乙队单独修 3 天”可看成甲、乙两队合作 3 天，甲再修 2 天后还剩下 $\frac{3}{10}$ 没有完成，由此可得甲队的工作效率，再计算乙队的工作效率，最后根据工作效率差对应 30 米，求出总工作量。

$$\text{解: 甲队的工作效率是 } (1 - \frac{3}{10} - \frac{1}{6} \times 3) \div (5 - 3) = \frac{1}{10} \text{，乙队的}$$

$$\text{工作效率是 } \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15} \text{，公路全长 } 30 \div (\frac{1}{10} - \frac{1}{15}) = 900 \text{ (米)}。$$

答: 这条公路长 900 米。

19. 解: 从甲地到乙地，乘高铁列车与乘特快列车的时间之比为 $a : (a + 8)$ ，则速度之比为 $(a + 8) : a$ ，由题意，得 $(a + 8) : a = 3 : 1$ ，解得 $a = 4$ 。答: 乘高铁列车从甲地到乙地需要 4 h。

20. 解: 三角形 AEF 和三角形 AGH 的面积和等于长方形 EFGH 面积的一半，即 $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5$ (平方厘米)，因为四边形 EFGH 是长方形，根据底高模型，所以三角形 ECH 的面积是长方形面积的 $\frac{1}{4}$ ，即 $\frac{1}{4} \times 5 \times 3 = \frac{15}{4}$ (平方厘米)， $S_{\text{三角形}AEF} + S_{\text{三角形}AGH} - S_{\text{阴影}} = S_{\text{三角形}ADE} + S_{\text{三角形}ABH} = 7.5 - 5 = 2.5$ (平方厘米)，所以四边形 ABCD 的面积 = $S_{\text{三角形}ECH} - (S_{\text{三角形}ADE} + S_{\text{三角形}ABH}) = \frac{15}{4} - 2.5 = 1.25$ (平方厘米)。

答: 四边形 ABCD 的面积是 1.25 平方厘米。

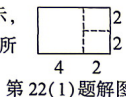
【模型展示】底高模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1”P3。

21. 解: $16 + 14 = 30$ (分钟)，设 A、B 两地全程的距离为 s 米，乙的速度是 v 米/分钟，则甲的速度是 $(v + 20)$ 米/分钟，丙的速度是 $(v - 10)$ 米/分钟，根据题意得 $\frac{s}{v} - \frac{s}{v + 20} = 16$ ，即 $s = \frac{4}{5}$ 。

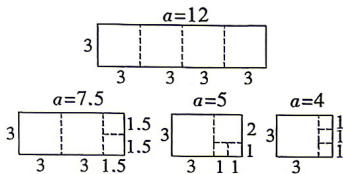
$v(v+20) \cdot \frac{s}{v-10} \cdot \frac{s}{v} = 14$, 即 $s = \frac{7}{5}v(v-10)$, 两式联立得 $\frac{7}{5}v(v-10) = \frac{4}{5}v(v+20)$, 解得 $v = 50$, 即 $s = \frac{4}{5} \times 50 \times (50+20) = 2800$ (米)。

答: A、B 两地全程的距离是 2800 米。

22. 解: (1) 2 【解法提示】如(1)题解图所示, 第二次操作后, 余下的四边形是正方形, 所以是 2 阶准正方形。



(2) 如(2)题解图所示。



第 22(2)题解图

答: a 的值为 12 或 7.5 或 5 或 4。

6. 2026 GDFZ 入学数学真卷(六)

快速对答案

一、选择题 1~4 CBAC

二、填空题 5. $\frac{1}{12}$ 6. 42 7. 0 8. 7 5 9. 50. 24

10. 120 11. 109 12. 54

解答题请看“详解详析”P4

详解详析

一、1. C

2. B 【解析】图②~③中液体体积为 $\pi a^2 \times \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}\pi a^2 h$, 图②

~③中空气部分的体积为 $\pi a^2 \times (h - \frac{2}{3}h) = \frac{1}{3}\pi a^2 h$ 。则该玻

璃密封容器的容积可表示为 $\frac{1}{2}\pi a^2 h + \frac{1}{3}\pi a^2 h = \frac{5}{6}\pi a^2 h$ 。

3. A 【解析】原长方体有 12 条棱, 截一个角会增加 3 条棱, 截 8 个角最多增加 $8 \times 3 = 24$ (条) 棱, 所以新几何体的棱最多有 $12 + 24 = 36$ (条)。

4. C 【解析】观察图形和等式, 发现正方形数是 1、4、9、16..., 都是平方数; 三角形数是 1、3、6、10..., 相邻两个数的差依次增加 1; “三角形数”中两个相邻的数相加, 和是“正方形数”。三角形数中第 n 个三角形数为 $\frac{n(n+1)}{2}$, 正方形数中第 n 个正方形数为 n^2 。选项中, 13 不是“正方形数”, 9、16、18、31 不是“三角形数”, $36 = 6^2$, $15 = \frac{5 \times 6}{2}$, $21 = \frac{6 \times 7}{2}$,

所以 $36 = 15 + 21$ 符合规律。

二、5. $\frac{1}{12}$ 6. 42

7. 0 【解析】已知前 3 个数是 1, 9, 9。 $(1+9+9) \div 3 = 6 \cdots 1$, 第 4 个数是 1; $(9+9+1) \div 3 = 6 \cdots 1$, 第 5 个数是 1; $(9+1+1) \div 3 = 3 \cdots 2$, 第 6 个数是 2; $(1+1+2) \div 3 = 1 \cdots 1$, 第 7 个数是 1; $(1+2+1) \div 3 = 1 \cdots 1$, 第 8 个数是 1; $(2+1+1) \div 3 = 1 \cdots 1$, 第 9 个数是 1; $(1+1+1) \div 3 = 1$, 第 10 个数是 0; $(1+1+0) \div 3 = 0 \cdots 2$, 第 11 个数是 2; $(1+0+2) \div 3 = 1$, 第 12 个数是 0; $(0+2+0) \div 3 = 0 \cdots 2$, 第 13 个数是 2; $(2+0+2) \div 3 = 1 \cdots 1$, 第 14 个数是 1; $(0+2+1) \div 3 = 1$, 第 15 个数是 0; $(2+1+0) \div 3 = 1$, 第 16 个数是 0; $(1+0+0) \div 3 = 0 \cdots 1$, 第 17 个数是 1; $(0+0+1) \div 3 = 0 \cdots 1$, 第 18 个数是 1; $(0+1+1) \div 3 = 0 \cdots 2$, 第 19 个数是 2, ..., 观察数列, 从第 4 个数开始, 数列呈现出周期规律, 周期为 13, 周期内的数依次为: 1, 1, 2, 1, 1, 1, 0, 2, 0, 2, 1, 0, 0。 $(2025-3) \div 13 = 155 \cdots 7$, 周期内的第 7 个数是 0, 所以第 2025 个数是 0。

8. 7 5 【解析】最多需要的小正方体个数为第一层 2 行 3 列, 共 6 个, 第二层 1 个, 共 7 个小正方体; 最少需要的小正方体个数为第一层 4 个, 第二层 1 个, 共 5 个小正方体。

9. 50. 24 【解析】面积多 8 倍, 即面积扩大到原来的 9 倍, 则半径扩大到原来的 3 倍。设原来的半径为 r 厘米, 周长差为 $2\pi(3r-r) = 4\pi r = 50.24$, 解得 $r = 4$ 。这个圆原来的面积为 $\pi r^2 = 3.14 \times 4^2 = 50.24$ (平方厘米)。

10. 120 【解析】设上山的路程为“1”, 则上山用时 $\frac{1}{80}$, 下山

用时 $\frac{1}{80 \times 3} = \frac{1}{240}$ 。平均速度为 $\frac{1+1}{\frac{1}{80} + \frac{1}{240}} = 120$ (米/分)。

11. 109 【解析】规律为 $n + \frac{n}{n^2-1} = n^2 \times \frac{n}{n^2-1}$, 所以 $n = 10$ 时, $b = 10, a = 10^2 - 1 = 99, a + b = 109$ 。

12. 54 【解析】第四个基准音的乐器的长度是 32, 第三个基准音的乐器长度是 $32 \div (1 - \frac{1}{3}) = 48$, 第二个基准音的乐

器长度是 $48 \div (1 + \frac{1}{3}) = 36$, 则第一个基准音的乐器长度 a

为 $36 \div (1 - \frac{1}{3}) = 54$ 。

三、13. (1) 原式 $= \frac{388}{45}$

(2) 解: 原式 $= \frac{\frac{19}{4} \times \frac{8}{19} + \frac{44}{3} \div \frac{11}{10}}{(10.68 + 4.32) - (0.36 + 1.64)}$

$= \frac{2 + \frac{40}{3}}{15 - 2} = \frac{46}{13}$

(3) $\frac{2(2x-1)}{3} = \frac{3}{2}x - (x-1)$

解: $4(2x-1) = 9x - 6(x-1)$
 $x = 2$

14. 解: 如解图, 设 AE 交 BC 于点 P , AD 交 BC 于点 N , 连接 CP 、 CN , 点 D 、 E 是 BC 边的三等分点, 点 F 、 G 是 AC 边的

三等分点, 所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCG} =$

$\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$,

设 $S_{\triangle PCE} = x$, $S_{\triangle PCG} = y$,

$$\begin{cases} x+3y = \frac{1}{3} \times 84 \\ 3x+y = \frac{1}{3} \times 84 \end{cases}$$

解得 $x+y=14$, 即 $S_{\text{四边形}PBCE} = 14$ 。设 $S_{\triangle DDN} = a$, $S_{\triangle CCN} = b$, 则

$$\begin{cases} 3a+b = \frac{1}{3} \times 84, \\ 2a+3b = \frac{2}{3} \times 84, \end{cases} \text{解得 } a=4, b=$$

16。故 $S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle BCG} - S_{\triangle DDN} - S_{\text{四边形}PBCE} = \frac{1}{3} \times 84 - 4 - 14 = 10(\text{cm}^2)$ 。答: 阴影部分的面积是 10 cm^2 。

15. 解: $\triangle PAB$ 以 AB 为底时, 高为 $\frac{7 \times 2}{AB} = \frac{14}{AB}$; $\triangle PCD$ 以 CD 为

底时, 高为 $\frac{3 \times 2}{CD} = \frac{6}{CD}$ 。因为平行四边形中 $AB=CD$, 所以平

行四边形 $ABCD$ 以 AB 为底的高为 $\frac{14}{AB} = \frac{6}{CD} = \frac{14}{AB} \times \frac{6}{AB} = \frac{8}{AB}$,

平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $AB \times \frac{8}{AB} = 8$ (平方厘米)。

答: 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 8 平方厘米。

16. 解: 设甲商品的成本为 x 元, 则乙商品的成本为 $(300-x)$ 元。由题意得 $(1+30\%)x \times 90\% + (300-x) \times (1+20\%) \times 90\% = 300 + 27.6$, 解得 $x = 40$ 。答: 甲商品的成本是 40 元。

17. 解: 甲、乙两人的实际生产量的比是 $[4 \times (1+15\%)] : [5 \times (1+12\%)] = 23 : 28$, 甲实际生产 $1632 \times \frac{23}{23+28} = 736$

(个), 乙实际生产 $1632 \times \frac{28}{23+28} = 896$ (个), 甲原计划生

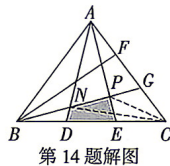
产: $736 \div (1+15\%) = 640$ (个), 乙原计划生产: $896 \div (1+12\%) = 800$ (个)。答: 甲原计划生产零件 640 个, 乙原计划生产零件 800 个。

18. 解: (1) 22 【解法提示】铺设第四个长方形地面共用白瓷砖 $7 \times 6 - 5 \times 4 = 22$ (块)。

(2) 第 1 个长方形一共有 4×3 块瓷砖, 第 2 个长方形一共有 5×4 块瓷砖, 第 3 个长方形一共有 6×5 块瓷砖, ..., 第 n 个长方形一共有 $(n+3) \times (n+2)$ 块瓷砖。 $(n+3) \times (n+2) = 72$, 解得 $n = 6$ 。则它是第 6 块长方形地面。这个长方形中黑瓷砖有 $6 \times 7 = 42$ (块), 白瓷砖有 $72 - 42 = 30$ (块), 共花费 $8 \times 42 + 10 \times 30 = 636$ (元)。

答: 它是第 6 块长方形地面, 购买瓷砖共需要花费 636 元。

19. 解: 甲、乙原速度和为 $105 \div \frac{7}{4} = 60$ (千米/时), 乙的原速度为 $60 - 40 = 20$ (千米/时), 甲后来的速度为 $40 - 20 = 20$ (千米/时), 乙后来的速度为 $20 + 2 = 22$ (千米/时), A、C 两地的距离是 $105 \div (20+22) \times 20 = 50$ (千米), 原来甲、乙



第 14 题解图

相遇的地点距离 A 地 $\frac{7}{4} \times 40 = 70$ (千米), 甲、乙相遇后

3 分钟乙行了 $20 \times \frac{3}{60} = 1$ (千米), 甲行了 $40 \times \frac{3}{60} = 2$ (千米), 此时乙距离 C 地 $70 - 50 - 1 = 19$ (千米), 丙距离 C 地 $70 - 50 + 2 = 22$ (千米), 丙的速度为 $22 \div (19+20) = \frac{440}{19}$ (千米/时)。

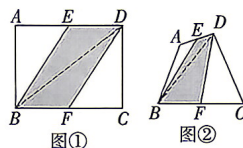
答: 丙的骑车速度是 $\frac{440}{19}$ 千米/时。

20. 解: (1) $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ 【解法提

示】如解图①, 连接 BD , 因为 E 为 AD 的中点, 所以 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DBE}$, 因为 F 为 BC 的中点, 所以 $S_{\triangle DBF} = S_{\triangle DCF}$, 所以

$S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ 。因为 E 、 F 分别为平行四边形 $ABCD$

的边 AD 、 BC 的中点, 所以 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}S_{\text{平行四边形}ABCD}$ 。



第 20 题解图

(2) $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ 【解法提示】如解图②, 连接 DB ,

$S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$, $S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BDC}$, $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle BDF} =$

$\frac{1}{2}S_{\triangle ABD} + \frac{1}{2}S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ 。

(3) 因为 G 、 H 分别是四边形 $ABCD$ 的边 AB 、 CD 的中点,

所以 $S_{\text{四边形}ACGH} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ 。因为 E 、 F 分别是四边形

$ABCD$ 的边 AD 、 BC 的中点, 所以 $S_{\text{四边形}BFDE} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$ 。

因为 $S_{\text{四边形}ACGH} + S_{\text{四边形}BFDE} + (S_1 + S_2 + S_3 + S_4) = S_{\text{四边形}ABCD} + S_{\text{阴影}}$, 所以 $S_{\text{阴影}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 2$ 。答: $S_{\text{阴影}}$ 的值为 2。

7. 2026 GDFZ 入学数学真卷(七)

快速对答案

一、选择题 1~5 CDBAC

二、填空题 6. $5\frac{2}{5}$ 7. 98 8. 4 9. 12 10. 24

11. 70 12. 0.18 13. D 14. 10 15. 36°

解答题请看“详解详析”P5

详解详析

一、1. C 2. D 3. B

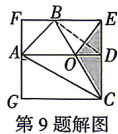
4. A 【解析】设这件商品进价为 x 元, 由题意得 $x(1+20\%) \times (1-20\%) = 96$, 解得 $x = 100$, 所以亏了 $100 - 96 = 4$ (元)。

5. C 【解析】A. 12 的因数有 1、2、3、4、6、12, $1+2+3+4+6 = 16$, $12 \neq 16$, 则 12 不是“完全数”; B. 20 的因数有 1、2、4、5、

10、20、1+2+4+5+10=22, 22≠20, 则 20 不是“完全数”; C. 28 的因数有 1、2、4、7、14、28, 1+2+4+7+14=28, 则 28 是“完全数”; D. 36 的因数有 1、2、3、4、6、9、12、18、36, 1+2+3+4+6+9+12+18=55, 55≠36, 则 36 不是“完全数”。

二、6. $\frac{2}{5}$ 7. 98 8. 4

9. 12 【解析】如解图所示, 连接 BD, 则 $\triangle BOD$ 的面积 = $\triangle EOD$ 的面积, 即可以将阴影部分 $\triangle COE$ 的面积转化为 $\triangle BDC$ 的面积。 $\triangle ABD$ 的面积是长方形 FADE 面积的一半, $\triangle ACD$ 的面积是长方形 ADCG 面积的一半, 即四边形 ACDB 的面积是正方形 FECD 面积的一半, 四边形 ACDB 的面积减去 $\triangle ABC$ 的面积就是阴影部分的面积, 阴影部分的面积是 $8 \times 8 \div 2 - 20 = 12(\text{cm}^2)$ 。



第 9 题解图

10. 24 【解析】 $216 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$, 由于相差 1 的因数有 8 和 9, $216 \div 8 = 27$ (本), $216 \div 9 = 24$ (本), $27 - 24 = 3$ (本), 即所买的纪念册的单价是 9 元, 共买了 24 本。

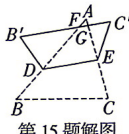
11. 70 【解析】甲、乙两仓库篮球总数量不变, 两仓库篮球总数量为 $65 \div (\frac{7}{7+5} - \frac{3}{3+4}) = 420$ (个), 甲仓库原有篮球比乙仓库多 $420 \div (7+5) \times (7-5) = 70$ (个)。

12. 0.18 【解析】容器的水面上升了 $3.14 \times 0.3^2 \times 0.5 \div (3.14 \times 0.5^2) = 0.18$ (米), $1.3 + 0.18 = 1.48$ (米), $1.48 < 1.5$, 故成立。

13. D 【解析】第 1 次取放完后四个盒子依次有 5、6、4、3 个, 第 2 次取放完后四个盒子依次有 6、3、5、4 个, 第 3 次取放完后四个盒子依次有 3、4、6、5 个, 第 4 次取放完后四个盒子依次有 4、5、3、6 个, 第 5 次取放完后四个盒子依次有 5、6、4、3 个, ……第 5 次取放完后盒子中的球和原来第 1 次取放完后对应盒子中球的数量相同, $2025 \div 4 = 506 \cdots 1$, 则第 2025 次取放完后四个盒子依次有 5、6、4、3 个, 球数最少的盒子是 D 盒子。

14. 10 【解析】 $89 + 16 + 69 + 6 \square + \square 8 + 88 = 88 + 8 \square + \square 9 + 69 + 91 + 68$, 数字 0~9 中经过 180 度旋转后仍然是数字的有 0、1、6、8、9, 满足此题条件的数字分别是 1 和 9, 则两个方格中应填的数字和是 $1 + 9 = 10$ 。

15. 36° 【解析】如解图, 将 AD 与 B'C' 的交点记为点 F, 将 AE 与 B'C' 的交点记为点 G, 则 $\angle B = \angle B' = 50^\circ$, $\angle C' = \angle C = 75^\circ$, $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 50^\circ - 75^\circ = 55^\circ$, $\angle B'FD = \angle AFG = 180^\circ - \angle B' - \angle ADB' = 180^\circ - 50^\circ - 74^\circ = 56^\circ$, $\angle ACF = \angle C'GE = 180^\circ - \angle A - \angle AFG = 180^\circ - 55^\circ - 56^\circ = 69^\circ$, $\angle AEC' = 180^\circ - \angle C' - \angle C'GE = 180^\circ - 75^\circ - 69^\circ = 36^\circ$ 。



第 15 题解图

三、16. (1) 原式 = 5

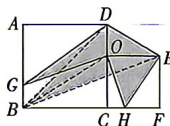
(2) 解: 原式 = $0.3 \times 0.6 - 0.625 \times 17 + 0.6 \times 0.7 + 0.625 \times 25$
 $= 0.6 \times (0.3 + 0.7) + 0.625 \times (25 - 17)$
 $= 5.6$

(3) $5 : (x-2) = \frac{3}{8} : 60\%$

解: $\frac{3}{8}(x-2) = 60\% \times 5$

$x = 10$ 经检验, $x = 10$ 是方程的解。

17. 解: 如解图①, 把 G、H 点移动到 B 点, 连接 OB、BE、BD, $S_{\triangle DGO} = S_{\triangle DBO}$, $S_{\triangle GHO} = S_{\triangle BHO}$, 则 $S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle DBO} + S_{\triangle BHO} = S_{\triangle DBE}$, 如解图②, 连接 BE、EC、BD, 把 E 点移到 C 点, 易得 $DB \parallel EC$, 所以 $S_{\triangle DBE} = S_{\triangle DBC}$, 则阴影部分的面积为正方形 ABCD 面积的一半, 阴影部分的面积为 $18 \div 2 = 9$ 。



图①

图②

第 17 题解图

答: 阴影部分的面积为 9。

18. 解: 设通讯员从离开队伍共需 x 小时可以追上学生队伍, 根据题意得 $5(x + \frac{18}{60}) = 14x - 5 \times \frac{18}{60}$, 解得 $x = \frac{1}{3}$ 。答: 通讯员从离开队伍时起共需 $\frac{1}{3}$ 小时可以追上学生队伍。

19. 解: $160 < 200$, 无优惠, 所以付款 160 元实际购物价值为 160 元; 因为 $500 \times 90\% = 450$ (元), $423 < 450$, 所以付款 423 元实际购物价值为 $423 \div 90\% = 470$ (元), 两次购物实际商品的价值是 $160 + 470 = 630$ (元); 因为 $630 > 500$, 如果合起来一次购买同样价格的商品, 他需要花 $500 \times 90\% + (630 - 500) \times 80\% = 554$ (元)。答: 他需要花 554 元。

20. 解: 洒出的牛奶体积是 $5 \times 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 30$ (立方厘米) = 30 (毫升), 图中牛奶与盒子的接触部分的面积是 $5 \times 4 + [5 \times (9-3) + 4 \times (9-3)] \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 3 = 155$ (平方厘米)。答: 洒出的牛奶体积是 30 毫升, 牛奶与盒子的接触部分的面积是 155 平方厘米。

21. 解: 丙没送给甲、乙之前, 甲有 $16 \div 2 = 8$ (本), 乙有 $16 \div 2 = 8$ (本), 丙有 $16 + 8 + 8 = 32$ (本); 乙没送给甲、丙之前, 甲有 $8 \div 2 = 4$ (本), 丙有 $32 \div 2 = 16$ (本), 则乙有 $8 + 4 + 16 = 28$ (本); 甲没送给乙、丙之前, 乙有 $28 \div 2 = 14$ (本), 丙有 $16 \div 2 = 8$ (本), 则甲有 $4 + 14 + 8 = 26$ (本)。

答: 原来甲、乙、丙三人各有 26、14、8 本故事书。

22. 解: (1) ①⑤⑥

(2) 无盖长方体盒子的体积是 $(20-3-3) \times (20-3-3) \times 3 = 588(\text{cm}^3)$, 有盖长方体盒子的体积是 $(20-3-3) \times [(20-3-3) \div 2] \times 3 = 294(\text{cm}^3)$ 。

答: 无盖长方体盒子的体积是 588 cm^3 , 有盖长方体盒子的体积是 294 cm^3 。

(3) ①7

②如果设长方体的长、宽、高分别为 a 、 b 、 c , 则展开图的周长为 $4a + 8c + 2b$, 要想周长最小, 需要 b 取最大值, c 取最小值, 则 $b = 6$, $c = 3$, $a = 4$, 周长为 $4 \times 4 + 8 \times 3 + 2 \times 6 = 52$ 。

答: 此时该长方体盒子表面展开图的外围最小周长是 52。

8. 2026 GDFZ 入学数学真卷(八)

快速对答案

一、选择题 1~5 CBDCA

二、填空题 6. $\frac{12}{19}$ 7. 64 8. 8 9. 45 10. 四

11. 225 12. 14. 71 13. 33 14. $\frac{5}{3}$ 15. 7. 2

解答题请看“详解详析”P5

详解详析

一、1. C 2. B

3. D 【解析】初始球数为 5, 设某一次操作取出 k 个小球, 每个变为 5 个, 故球数变化为, 原球数 $-k + 5k = \text{原球数} + 4k$, 因此, 该次操作后球数增加 $4k$, 所以总球数可表示为 $5 + 4(k_1 + k_2 + \cdots + k_n)$ (n 为正整数), 其中 $k_1, k_2, \cdots, k_n$ 为各次取出的球数。由此可知, 总球数减去 5 后必为 4 的倍数, 四个选项中仅 D 选项的 $2025 = 4 \times 505 + 5$, 符合题意。

4. C 【解析】因为连续的四个自然数之和为偶数, 所以排除 B、D 选项。100 不为连续四个自然数的和, 排除 A 选项。所以这四个数之和的最小值为 $24 + 25 + 26 + 27 = 102$ 。

5. A 【解析】可设较大的数为甲, 较小的数为乙, 则乙是 $6 \div (6+1) = \frac{6}{7}$, 那么甲是 $\frac{6}{7} \times 6 = \frac{36}{7}$, 两个数的积是 $\frac{6}{7} \times \frac{36}{7} = \frac{216}{49}$, 两数之差为 $\frac{36}{7} - \frac{6}{7} = \frac{30}{7} = \frac{210}{49}$, 则 $\frac{216}{49} - \frac{210}{49} = \frac{6}{49}$ 。

二、6. $\frac{12}{19}$ 7. 64

8. 8 【解析】 $2 \div (1 - \frac{4}{5}) = 10$ (个) $10 - 2 = 8$ (个)。

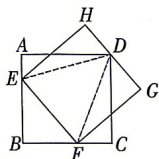
9. 45 【解析】只有英语得 100 分的人数 + 只有数学得 100 分的人数 + 两门功课都得 100 分的人数 + 两门功课都未得 100 分的人数即为总人数, $(12-3) + (10-3) + 3 + 26 = 45$ (人)。

10. 四 【解析】10 月有 31 天且有 5 个星期六, 4 个星期日, 即 10 月 31 日是星期六, 则 10 月 1 日是星期四。

11. 225 【解析】全书共 $15 \div (\frac{2}{3+2} - \frac{1}{3}) = 225$ (页)。

12. 14. 71 【解析】 $14.70 \times 7 = 102.9$, $14.79 \times 7 = 103.53$, 所以 7 个自然数它们的和只能是 103, 正确的得数应是 $103 \div 7 \approx 14.71$ 。

13. 33 【解析】如解图, 连接 DE、DF, 因为正方形 ABCD 的边长为 6, $AE = 1.5$, $CF = 2$, $S_{\triangle AED} = 1.5 \times 6 \div 2 = 4.5$, $S_{\triangle FCD} = 2 \times 6 \div 2 = 6$, $S_{\triangle BEF} = (6-1.5) \times (6-2) \div 2 = 9$, 所以 $S_{\triangle EFD} = 6 \times 6 - 4.5 - 9 - 6 = 16.5$, 因为长方形 EFGH 的面积是三角形 DEF 面积的 2 倍, 所以长方形 EFGH 的面积是 $16.5 \times 2 = 33$ 。



第 13 题解图

14. $\frac{5}{3}$ 【解析】将原来的计算机台数和原来所用的时间分别看作单位“1”, 计算机增加了原来的 $1 \div 75\% - 1 = \frac{1}{3}$, 原来

计算机的台数为 $3 \div \frac{1}{3} = 9$ (台), 减少 3 台计算机的工作

效率是原来的 $\frac{9-3}{9} = \frac{2}{3}$, 原定完成录入这部书稿的时间是

$\frac{5}{6} \div (1 \div \frac{2}{3} - 1) = \frac{5}{3}$ (小时)。

15. 7.2 【解析】设甲的速度为 $v_{\text{甲}}$, 乙的速度为 $v_{\text{乙}}$, 两车相向而行, 第一次 3 小时后相遇, 此时, 甲走的路程为 $3v_{\text{甲}}$, 乙走的路程为 $3v_{\text{乙}}$, 第一次相遇后, 甲返回 A 地, 甲从“第一次相遇点”返回 A 地, 路程与“从 A 地到第一次相遇点”相等, 速度不变, 故用时 3 小时。此阶段乙继续向 A 地行驶, 走的路程为 $3v_{\text{乙}}$ 。甲到达 A 地后, 立即向 B 地行驶, 半小时即 0.5 小时后与乙相遇。此阶段甲走的路程为 $0.5v_{\text{甲}}$, 乙走的路程为 $0.5v_{\text{乙}}$ 。第二次相遇时, 乙从“第一次相遇点到第二次相遇点”的总路程与甲从“A 地到第二次相遇点”的路程之和等于甲从第一次相遇点到 A 地的路程, 即 $3v_{\text{乙}} + 0.5v_{\text{乙}} + 0.5v_{\text{甲}} = 3v_{\text{甲}}$, 所以 $v_{\text{甲}} = 1.4v_{\text{乙}}$, 则 $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = 7 : 5$, 乙从 B 地到 A 地共需的时间为 $3 \times (7+5) \div 5 = 7.2$ (小时)。

三、16. (1) 原式 = $\frac{170}{3}$ (2) 原式 = $\frac{6}{17}$

(3) $2(x - \frac{2}{3}) = \frac{3}{5}x + 2$

解: $2x - \frac{4}{3} = \frac{3}{5}x + 2$

$\frac{7}{5}x = \frac{10}{3}$

$x = \frac{50}{21}$

17. 解: 设长方体包装箱的长、宽、高分别为 a 厘米, b 厘米, c 厘米 ($a > b > c$), 由题意可得, $2(a+b) + 5 = 165$, $2(a+c) + 5 = 125$, $2(b+c) + 5 = 85$, 即 $a+b = 80$, $a+c = 60$, $b+c = 40$, 解得 $a = 50$, $b = 30$, $c = 10$, 所以长方体包装箱的体积为 $50 \times 30 \times 10 = 15000$ (立方厘米)。

答: 这个长方体包装箱的体积是 15000 立方厘米。

18. 解: 设甲堆面粉原来有 x 袋, 则乙堆面粉原来有 $(x-40)$ 袋, 根据题意可得, $[(1-80\%)x] : [(1-\frac{3}{4}) \times (x-40)] = 6 : 5$, 解得 $x = 120$ 。答: 甲堆面粉原来有 120 袋。

19. 解: 总棵数是 $900 + 1250 = 2150$ (棵), 甲、乙、丙三人每天可以植树 $24 + 30 + 32 = 86$ (棵), 需要种的天数是 $2150 \div 86 = 25$ (天), 甲 25 天完成的棵数为 $24 \times 25 = 600$ (棵), 那么乙要在 A 地植树的棵数为 $900 - 600 = 300$ (棵), 则植树的天数为 $300 \div 30 = 10$ (天), $10 + 1 = 11$ (天), 即第 11 天从 A 地转到 B 地。答: 乙应在开始后第 11 天从 A 地转到 B 地。

20. 解: 设小长方形的长为 a 厘米, 宽为 b 厘米, 由题图②可

知大长方形的长为 $(a+2b)$ 厘米,宽为 $(2b+CD)$ 厘米, $AB=a-CD$ 、由条件可知 $(a+2b)-(2b+CD)=6$,即 $a-CD=6$,即 $AB=6$ 厘米, $CD=a-6$ 、大长方形的宽为 $(2b+CD)=(a+2b-6)$ 厘米,图②阴影部分的周长为 $2[a+2b+(a+2b-6)]=2(2a+4b-12)$ 厘米,图①中阴影部分的周长为 $2(a+2b+a+2b-6)=2(2a+4b-6)$ 厘米,因为 $2(2a+4b-6)-2(2a+4b-12)=12$ (厘米),所以图①中阴影区域的周长大12厘米。

21. 解:若两次都未超过20千克,由于前后两次购买量之比为4:5,则两次花费最多为 $(20+20\times\frac{4}{5})\times 2=72$ (元),不符合题意;因为前后两次购买量之比为4:5,所以当第一次购买量为20千克时,第二次购买量应为 $20\times\frac{5}{4}=25$ (千克),则两次购买的总钱数是 $(20\times 2)+[20\times 2+(25-20)\times 1.9]=89.5$ (元),因为 $89.5<106.6$,即总钱数少于实际用去的钱数,所以张老师两次购买大米的重量都超过了20千克,两次分别购买20千克花的钱为 $20\times 2\times 2=80$ (元),总共超过的重量为 $(106.6-80)\div 1.9=14$ (千克),两次一共买的重量为 $20\times 2+14=54$ (千克),第一次买的重量为 $54\times\frac{4}{9}=24$ (千克),第二次买的重量为 $54-24=30$ (千克),所以第一次花的钱为 $20\times 2+(24-20)\times 1.9=47.6$ (元),第二次花的钱为 $106.6-47.6=59$ (元)。

答:张老师第一次用去47.6元,第二次用去59元。

22. 解:(1)是【解法提示】 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=2\angle C$,经过两次折叠, $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的正角,原因:沿 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, $\angle B=\angle AA_1B_1$;将余下部分沿 B_1A_1C 的平分线 A_1B_2 折叠,此时点 B_1 与点 C 重合, $\angle A_1B_1C=\angle C$, $\angle AA_1B_1=\angle C+\angle A_1B_1C$ (外角定理),所以 $\angle B=2\angle C$ 。

(2) $\angle B=3\angle C$ $\angle B=n\angle C$

(3)由题意得,最小角是 10° ,是三角形的正角,根据正角定义及(2)的结论,则可设另两角分别为 $(10m)^\circ$, $(10mn)^\circ$ (其中 m,n 都是正整数),由题意得 $10m+10mn+10=180$,所以 $m(n+1)=17$,因为 m,n 都是正整数,所以 $m=1,n+1=17$,即 $n=16$;所以 $(10m)^\circ=10^\circ$, $(10mn)^\circ=160^\circ$,所以该三角形的另外两个角的度数分别为 $10^\circ,160^\circ$ 。

9. 2026 GDFZ 入学数学真卷(九)

快速对答案

一、选择题 1~5 CBBBB

二、填空题 6. 3 7. 9 8. 2.5或9 9. 264 10. 40

11. 45 12. 7.5 13. 21 14. 240 15. 312

解答题请看“详解详析”P6

详解详析

一、1. C 2. B

3. B 【解析】 $a\times 3+x\times 2+y\times 2-3a-x-y=x+y=a$ (cm)。

4. B

5. B 【解析】50以内4的倍数有4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48;50以内48的因数有1,2,3,4,6,8,12,16,24,48。既是48的因数,又是4的倍数的数有4,8,12,16,24,48,一共6个数。

二、6. 3 7. 9

8. 2.5或9 【解析】新多边形为五边形,所以原多边形可能是四边形,可能是五边形,也可能是六边形,所以原多边形内的对角线条数有2、5或9条。

9. 264 【解析】原来长方体的长和宽为 $48\div 4\div 2=6$ (分米),原来长方体的表面积是 $6\times 6\times 2+6\times (6+1)\times 4=264$ (平方分米)。

10. 40 【解析】图中共有 $AB,AC,AD,AE,BC,BD,BE,CD,CE,DE$ 共10条线段,线段 $AB=2$ 厘米, $AC=2\times 2=4$ (厘米), $AD=2\times 3=6$ (厘米), $AE=2\times 4=8$ (厘米), $BC=2$ 厘米, $BD=2\times 2=4$ (厘米), $BE=2\times 3=6$ (厘米), $CD=2$ 厘米, $CE=2\times 2=4$ (厘米), $DE=2$ 厘米。 $AB+AC+AD+AE+BC+BD+BE+CD+CE+DE=2+4+6+8+2+4+6+2+4+2=40$ (厘米)。

11. 45 【解析】设原来的两位数个位上的数字是 x ,则十位上的数字是 $9-x$,根据题意,得 $10x+(9-x):10(9-x)+x=6:5$,解得 $x=5,9-x=4$,原来的两位数是45。

12. 7.5 【解析】 $30\div 2\div 2=7.5$ (平方厘米)。

13. 21 【解析】第1幅图涂色的小三角形有1个;第2幅图涂色的小三角形有3个,即 $1+2=3$ (个);第3幅图涂色的小三角形有6个,即 $1+2+3=6$ (个);……;第 n 幅图涂色的小三角形有 $1+2+3+\dots+n=[n(n+1)\div 2]$ 个,第6幅图中涂色的小三角形有 $1+2+3+4+5+6=6\times (6+1)\div 2=21$ (个)。

14. 240 【解析】把甲、乙两地的距离看作单位“1”,客车3小时行了全程的 $\frac{1}{2}$,货车3小时行了全程的 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$,甲、乙两地相距 $30\div (\frac{1}{2}-\frac{3}{8})=240$ (千米)。

15. 312 【解析】甲的速度是乙的 $\frac{11}{13}$,则甲走的路程:乙走的路程 $=11:13$,相遇时,乙比甲多走了 $24\times 2=48$ (米),这时乙走了 $48\div (13-11)\times 13=312$ (米)。

三、16. (1)原式=160

(2)解:原式 $=\frac{1}{2}\times (\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{2\times 3})+\frac{1}{2}\times (\frac{1}{2\times 3}-\frac{1}{3\times 4})+\dots+\frac{1}{2}\times (\frac{1}{48\times 49}-\frac{1}{49\times 50})$
 $=\frac{1}{2}\times (\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{2\times 3}-\frac{1}{3\times 4}+\dots+\frac{1}{48\times 49}-\frac{1}{49\times 50})$
 $=\frac{1}{2}\times (\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{49\times 50})$
 $=\frac{306}{1225}$

(3) $\frac{x-2}{0.2}=\frac{x+1}{0.5}=3$

解: $5(x-2)-2(x+1)=3$
 $3x=15$
 $x=5$

17. 解:设该电器每台的进价为 x 元,则定价为 $(x+48)$ 元。根据题意,得 $[(x+48)\times 90\%-x]\times 6=(x+48-30-x)\times 9$,解得 $x=162$,定价为 $162+48=210$ (元)。

答:该电器每台的进价是162元,定价是210元。

18. 解:整个桥墩的高度是 $12\div\frac{5}{8}=19.2$ (米),水面以下的高度是 $19.2-12=7.2$ (米),泥中部分桥墩的高度是 $7.2\div (1+2)\times 2=4.8$ (米),泥中部分的桥墩体积为 $8.5\times 4.8=40.8$ (立方米)。答:泥中部分的桥墩体积为40.8立方米。

19. 解:把这项工作看作单位“1”,乙在合作时的工作效率为 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{11}\times (1+\frac{1}{10})=\frac{1}{15}$,乙单独做时的工作效率为 $\frac{1}{15}\div (1+\frac{1}{5})=\frac{1}{18}$,乙单独做需要 $1\div\frac{1}{18}=18$ (时)。

答:乙单独做需要18小时。

20. 解:如解图,连接 AC,BO ,因为 $BF=\frac{3}{4}BC=3FC$,所以 $S_{\triangle ABF}=3S_{\triangle AFC},S_{\triangle BOF}=3S_{\triangle FOC}$,故 $S_{\triangle ABO}=3S_{\triangle AOC}$,又因为 $AE=\frac{2}{3}AB=2BE$,所以 $S_{\triangle ABO}=\frac{2}{3}S_{\triangle AOE},S_{\triangle AEC}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}$,故 $S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}S_{\triangle AOE}=\frac{1}{3}S_{\triangle AEC}=\frac{2}{9}S_{\triangle ABC}$,因为 $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}=16\times 9\div 2=72$ (平方厘米),因此 $S_{\text{四边形}A OCD}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle ACD}=\frac{2}{9}\times 72+72=88$ (平方厘米)。

答:四边形 $A OCD$ 的面积是88平方厘米。

21. 解:(1)画图如解图所示。面积为 $3.14\times 2^2\div 2=6.28$ (平方米)。

答:羊可吃到草的面积为6.28平方米。

(2)这只羊可吃到草的面积是 $3.14\times 4^2\times\frac{3}{4}=37.68$ (平方米)。

答:这只羊可吃到草的面积是37.68平方米。

22. 解:(1)18 90

(2)水杯的底面积是 $\frac{100}{90}\times 18=20$ (平方厘米)。

答:水杯的底面积是20平方厘米。

(3)注水的速度为 $20\times 9\div 18=10$ (立方厘米/秒),在水杯刚刚被淹没后把整个水槽注满还需要 $100\times (20-9)\div 10=110$ (秒)。

答:注水的速度为每秒10立方厘米,在水杯刚刚被淹没后还需要110秒可以把整个水槽注满。

10. 2026 GDFZ 入学数学真卷(十)

快速对答案

一、选择题 1~5 ACDD

二、填空题 6. $\frac{360}{11}$ 7. 1 8. 48 9. $\frac{19}{48}$ 10. 4

11. $\frac{57}{8}$ 12. 38 13. 2030

解答题请看“详解详析”P7

详解详析

一、1. A 2. C 3. D

4. D 【解析】比1小的是真分数,大于或等于1的是假分数,因此可以从分子和分母的大小去判断。因为 $a>b>c$,可能出现 $a<b+c$,此时 $\frac{a}{b+c}<1$,因此A选项不正确;可能出现 $\frac{a}{b}=\frac{a-b+c}{b}<1$,因此B选项不正确;可能出现 $\frac{a}{b\times c}>1$,因此C选项不正确;因为 $b<a$,所以 b 一定小于 $a+c$,所以 $\frac{b}{a+c}$ 是真分数,分数值 <1 ,D选项正确。

5. D 【解析】2025年是乙巳年,中华人民共和国成立于1949年,从2025年往前倒推 $2025-1949+1=77$ (年)(含2025年);天干以10个为一周期,地支以12个为一周期,故需要分别倒推,天干 $77\div 10=7\dots 7$,从“乙”开始往前推第7个,1949年的天干是“己”; $77\div 12=6\dots 5$,从“巳”开始往前推第5个,1949年的地支是“丑”,所以1949年的年份为“己丑”。

二、6. $\frac{360}{11}$ 7. 1 8. 48

9. $\frac{19}{48}$ 【解析】令 $x=2,y=1$,可得 $\frac{1}{2\times 1}+\frac{1}{(2+1)\times (1+1)}=\frac{1}{12}$
 解得 $A=3$;再令 $x=3,y=1$,得 $\frac{1}{3\times 1}+\frac{1}{(3+1)\times (1+3)}=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4\times 4}=\frac{1}{3}+\frac{1}{16}=\frac{19}{48}$

10. 4 【解析】因为点 B,C 把线段 AD 分成 $AB:BC:CD=2:5:3$ 三部分,即 $AB=2$ 份, $BC=5$ 份, $CD=3$ 份,所以 $AD=2+5+3=10$ (份)。因为 M 为 AD 的中点,所以 $AM=DM=10\div 2=5$ (份),所以 $BM=AM-AB=5-2=3$ (份), $CM=DM-CD=5-3=2$ (份)。因为 $BM=6$,所以 $CM=6\div 3\times 2=4$ 。

11. $\frac{57}{8}$ 【解析】第一次操作后,去掉1个正三角形,边长是

$1\div 2=\frac{1}{2}$,边长总和为 $1\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$;第二次操作后,去掉

3个正三角形,边长是 $1\div 2\div 2=\frac{1}{4}$,边长总和为 $3\times 3\times\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$;

第三次操作后,去掉 $3\times 3=9$ (个)正三角形,边长是1

$2\div 2\div 2=\frac{1}{8}$,边长总和为 $9\times 3\times\frac{1}{8}=\frac{27}{8}$ 。因此前三次去

的所有三角形的边长之和为 $\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} = \frac{57}{8}$ 。

12. 38 【解析】甲、乙合作工效为 $1 \div 30 = \frac{1}{30}$ ，甲独做 45 天 + 乙独做 18 天 = 合作 18 天 + 甲独做 27 天，两人合作 18 天的工作量为 $18 \times \frac{1}{30} = \frac{3}{5}$ ，剩余的工作量为 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ ，因此甲的工效为 $\frac{2}{5} \div 27 = \frac{2}{135}$ ，乙的工效为 $\frac{1}{30} - \frac{2}{135} = \frac{1}{54}$ 。现在甲先单独做 20 天，可完成工作量 $\frac{2}{135} \times 20 = \frac{8}{27}$ ，剩余工作量为 $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$ ，需要乙单独做 $\frac{19}{27} \div \frac{1}{54} = 38$ (天)。

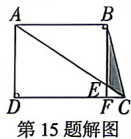
13. 2030 【解析】4 年后父母的年龄和为 $78 + 4 + 4 = 86$ (岁)，兄弟两人的年龄和为 $17 + 4 + 4 = 25$ (岁)，设 4 年后哥哥 a 岁，则弟弟 $(25 - a)$ 岁，父亲 $4(25 - a)$ 岁，母亲 $3a$ 岁，所以 $4(25 - a) + 3a = 86$ ，解得 $a = 14$ ，即 4 年后， $2025 + 4 = 2029$ (年) 时，哥哥 14 岁，弟弟 $25 - 14 = 11$ (岁)，父亲 $4 \times 11 = 44$ (岁)。当父亲的年龄是哥哥年龄的 3 倍时，因为年龄差不变， $44 - 14 = 30$ (岁)，因此哥哥的年龄是 $30 \div (3 - 1) = 15$ (岁)，即 $15 - 14 = 1$ (年) 后，为公元 $2029 + 1 = 2030$ (年)。

三、14. (1) 原式 = $\frac{9}{5}$ (2) $\frac{2x+1}{0.25} - 6 = \frac{x+2}{0.2}$
解: $\frac{2x+1}{0.25} = \frac{x+2}{0.2} + 6$
 $8x+4 = 5x+10+6$
 $x=4$

(3) 解: 原式 = $(1 + \frac{1}{2}) + (1 + \frac{1}{6}) + (1 + \frac{1}{12}) + (1 + \frac{1}{20}) + \dots +$

$(1 + \frac{1}{9900})$
 $= 1 \times 99 + (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{99 \times 100})$
 $= 99 + (1 - \frac{1}{100})$
 $= 99 \frac{99}{100}$

15. 解: 如解图, 延长 BE 交 CD 于点 F , 因为 $S_{\triangle BEC} = 15 \text{ cm}^2$, $BE = 10 \text{ cm}$, 所以 $CF = 15 \times 2 \div 10 = 3$ (cm), 在三角形 ABE 和三角形 EFC 中, 根据沙漏模型 $\frac{AB}{CF} = \frac{BE}{EF}$, 即 $\frac{15}{3} = \frac{10}{EF}$, 则 $EF = 2$ (cm), 梯形 $ABCD$ 的面积为 $(15 + 15 + 3) \times (10 + 2) \div 2 = 198 \text{ (cm}^2\text{)}$ 。
答: 梯形 $ABCD$ 的面积为 198 cm^2 。



第 15 题解图

16. 解: 因为 $S_{\text{甲}} : S_{\text{乙}} = \frac{3}{4} : \frac{3}{5} = 5 : 4$, 所以 $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = S_{\text{甲}} : S_{\text{乙}} = 5 : 4$, 所以乙车的速度为 $85 \div 5 \times 4 = 68$ (千米/时), A、B 两地相距 $68 \div 10\% = 680$ (千米)。
答: A、B 两地相距 680 千米。

【题多解】乙车行驶全程的 $\frac{3}{5}$ 用了 $\frac{3}{5} \div 10\% = 6$ (小时), 6 小时甲车行驶了 $85 \times 6 = 510$ (千米), A、B 两地相距 $510 \div \frac{3}{4} = 680$ (千米)。

17. 解: (1) $156 \div 75 = 2.08$ (元/立方米), 因为 $2.08 > 2$, 因此 75 立方米超过 a 立方米。 a 的值为 $(2.4 \times 75 - 156) \div (2.4 - 2) = 60$ 。答: a 的值为 60。
(2) 12 月份预计用气量为 $75 \times (1 + 20\%) = 90$ (立方米), 实际用气量为 $90 \times 60\% = 54$ (立方米), $54 < 60$, 12 月份实际费用为 $54 \times 2 = 108$ (元), 12 月份预计费用为 $60 \times 2 + (90 - 60) \times 2.4 = 192$ (元), 少交 $192 - 108 = 84$ (元)。
答: 小丽家 12 月份比预计少交天然气费 84 元。

18. 解: 倒出三次后, 剩余果汁的质量是原来的 $(1 - \frac{40}{100}) \times (1 - \frac{40}{100}) \times (1 - \frac{40}{100}) = 21.6\%$, 因为杯中溶液还是满的, 所以浓度也会变成原来的 21.6% , 现在浓度为 $80\% \times 21.6\% = 17.28\%$ 。答: 此时杯中果汁的浓度是 17.28% 。

19. 解: 小李的时间周期是 $3 + 1 = 4$ (分钟), 小张的时间周期是 $4 + 1.5 = 5.5$ (分钟), 两人共同的时间周期是 44 分钟, 每 44 分钟内, 小李有 $44 \div 4 = 11$ (个) 周期, 能完成零件 $3 \times 11 = 33$ (个); 小张有 $44 \div 5.5 = 8$ (个) 周期, 能完成零件 $4 \times 8 = 32$ (个); 每 44 分钟, 两人共完成 $33 + 32 = 65$ (个) 零件, $300 \div 65 = 4$ (组)……40 (个), 余下的 40 个不足一个大周期, 40 个超过 65 个的一半, 故计算 $44 \div 2 = 22$ (分钟) 内能完成的数量, 22 分钟内, 小张有 $22 \div 5.5 = 4$ (个) 周期, 能完成零件 $4 \times 4 = 16$ (个); 小李的周期为 $22 \div 4 = 5$ (个)……2 (分钟), 能完成零件 $3 \times 5 + 2 = 17$ (个), 两人共完成 $16 + 17 = 33$ (个), 剩余 $40 - 33 = 7$ (个) 零件还没完成, 接下来小张开始做 4 个用 4 分钟, 小李再做 1 个就休息 1 分钟, 然后接着做, 因此 4 分钟内, 小张做 4 个, 小李做 3 个, 正好完成任务。故总时间为 $44 \times 4 + 22 + 4 = 202$ (分钟)。
答: 需要 202 分钟。

20. 解: (1) ①(×) ②(√) ③(×) 【解法提示】①当 $a = 12, b = 18$, 则 $a \times b = 12 \times 18 = 216, a + b = 12 + 18 = 30, S(a) = S(12) = 1 + 2 = 3, S(b) = S(18) = 1 + 8 = 9, S(a \times b) = S(216) = 2 + 1 + 6 = 9, S(a + b) = S(30) = 3$, 则 $S(a) + S(b) = 3 + 9 = 12, 12 \neq 9$, 即 $S(a) + S(b) \neq S(a \times b)$, 符合, $S(a) \times S(b) = 3 \times 9 = 27, 27 \neq 9$, 即 $S(a) \times S(b) \neq S(a \times b)$, 不符合, 故 12 与 18 不是“兄弟对”。②当 $a = 99, b = 101$, 则 $a \times b = 99 \times 101 = 9999, a + b = 99 + 101 = 200, S(a) = S(99) = 9 + 9 = 18, S(b) = S(101) = 1 + 1 = 2, S(a \times b) = S(9999) = 9 \times 4 = 36, S(a + b) = S(200) = 2, S(a) + S(b) = 18 + 2 = 20, 20 \neq 2$, 即 $S(a) + S(b) \neq S(a \times b)$, 符合, $S(a) \times S(b) = 18 \times 2 = 36, 36 = 36$, 即 $S(a) \times S(b) = S(a \times b)$, 符合, 故 99 与 101 是“兄弟对”。③当 $a = 88, b = 100$, 则 $a \times b = 88 \times 100 = 8800, a + b = 88 + 100 = 188, S(a) = S(88) = 8 + 8 = 16, S(b) = S(100) = 1, S(a \times b) = S(8800) = 8 + 8 = 16, S(a + b) = S(188) = 1 + 8 + 8 = 17, S(a) +$

$S(b) = 16 + 1 = 17, 17 \neq 17$, 即 $S(a) + S(b) \neq S(a + b)$, 不符合, 故 88 与 100 不是“兄弟对”。

(2) ①89 【解法提示】要求 $(a - b)$ 的最大值, 希望 a 是最大的两位数, b 是最小的两位数, 当 $a = 99, b = 10$ 满足条件, 所以最大为 89;

②79 【解法提示】要求 $(a - b)$ 的最小值, 希望 a, b 的差越小越好, 但要两数和有进位, 两数积没有进位, 当 $a = 90, b = 11$ 时, 最小为 79;

③ $a - b$ 有 11 种可能的取值, 分析: 若两数是“兄弟对”, 要两数和有进位, 两数积没有进位, 所以 9 只能与 1 搭配。

两位数只能为 $\overline{9x}$ 与 11 或者 $\overline{9y}$ 与 10, 那么 x 只能为 0, y 可以取 0~9, 共 10 个数字, 故 $a - b$ 有 11 种取值。

11. 2026 GDFZ 入学数学真卷(十一)

快速对答案

一、选择题 1~5 CABDC

二、填空题 6. 35 7. 6 8. 2025 9. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$

10. 12π 或 16π 11. 56% 66% 12. 49 13. 4260

14. 80 15. 16

解答题请看“详解详析”P7

详解详析

一、1. C 2. A 3. B

4. D 【解析】因为 D 为 BC 的中点, 所以 $DC = BD = 3 \text{ cm}$, 因为 $AB = 7 \text{ cm}$, 所以 $AC = 7 - 3 = 4$ (cm)。情况一: 当点 E 在点 A 左侧时, $DE = EA + AC + CD = 2 + 1 + 3 = 6$ (cm); 情况二: 当点 E 在点 A 右侧时, $DE = AC + CD - AE = 1 + 3 - 2 = 2$ (cm)。因此 DE 的长为 2 cm 或 6 cm。

5. C 【解析】根据“最不利原则”, 前三次分别摸出不同颜色的小球, 再摸一次一定有 2 个同色的小球, 所以至少要摸 4 次。

【题多解】抽题问题两大定理: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 1”P4。

二、6. 35 7. 6

8. 2025 【解析】分组的规律为: 第 n 组的自然数的个数为 $(2n - 1)$ 个, 每组的自然数的结尾为 n^2 。因此第 45 组一共有 $2 \times 45 - 1 = 89$ (个) 数, 且第 89 个数为 $45^2 = 2025$ 。

9. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ 【解析】第三天截取 $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, 截取的是剩余的, 剩余的也是 $\frac{1}{8}$ 。

10. 12π 或 16π

11. 56% 66% 【解析】4 升甲酒精和 6 升乙酒精混合后纯酒精的体积是 $(4 + 6) \times 62\% = 6.2$ (升), 4 升甲酒精和 4 升乙酒精混合后纯酒精的体积是 $(4 + 4) \times 61\% = 4.88$ (升), 2 升乙酒精中纯酒精的体积是 $6.2 - 4.88 = 1.32$ (升), 乙酒精中含纯酒精的百分比为 $1.32 \div 2 = 66\%$, 甲酒精中含

纯酒精的百分比为 $61\% \times 2 - 66\% = 56\%$ 。

12. 49 【解析】观察这串数的数据特点, 第一个数比 1 大, 因为 $2 - 1.64 = 0.36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25} = \frac{10.8}{30}$, 所以从 $1.64 + \frac{11}{30}$ 开始比 2 大, 所以这一串数的前 11 个数的整数部分均为 1。

因为 $1.64 + \frac{11}{30} < 3, 1.64 + \frac{29}{30} < 3$, 所以后 19 个数的整数部分均为 2, 总和为 $1 \times 11 + 2 \times 19 = 49$ 。

13. 4260 【解析】由数的变大变小情况把每 5 个数分为一组求和: $1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9, 2 + 3 + 4 + 3 + 2 = 14, 3 + 4 + 5 + 4 + 3 = 19, 4 + 5 + 6 + 5 + 4 = 24, \dots$, 每组的和为 9, 14, 19, 24, …, 相邻两组数的差值为 5, 前 200 个数可以分为 $200 \div 5 = 40$ (组), 第 40 组的和为 $9 + (40 - 1) \times 5 = 204$, 故所有数的和为 $(9 + 204) \times 40 \div 2 = 4260$ 。

【解法技巧】等差数列相关公式: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——一、公式 2”P3。

14. 80 【解析】设甲分得的桃子总数为 a , 乙分得的桃子总数为 b , 甲余下桃子 $a \times (1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5}) = \frac{3}{5}a$, 乙余下桃子 $b \times$

$(1 - \frac{1}{5}) \times (1 - \frac{1}{5}) = \frac{16}{25}b$, 此时两只猴子手中的桃子数量相

同, 即 $\frac{3}{5}a = \frac{16}{25}b, a : b = \frac{16}{25} : \frac{3}{5} = 16 : 15$, 所以共有桃子

$15 + 16 = 31$ (份), 由“一共摘了 100 多个”, 可枚举出: 124、155、186 共 3 种情况, 甲的数量必须是 5 的倍数, $124 \times \frac{16}{15 + 16} = 64, 155 \times \frac{16}{15 + 16} = 80, 186 \times \frac{16}{15 + 16} = 96$, 因此甲分得 80 个桃子。

15. 16 【解析】设 $AB = x \text{ cm}, AD = y \text{ cm}$, 所以 $xy = 48, S_{\triangle BEC} = S_{\text{长方形 } ABCD} - S_{\triangle ABE} - S_{\triangle EDC} - S_{\triangle EFC} = xy - \frac{1}{2} \times (\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x) \times y - \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}x \times \frac{1}{3}y - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \frac{2}{3}y = 16 \text{ (cm}^2\text{)}。$

三、16. (1) 原式 = 2.55

(2) 解: 原式 = $(1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 + 25) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{12} +$

$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90})$
 $= \frac{9 \times (1 + 25)}{2} + (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10})$ (等差数列求和)
 $= 117 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{10})$
 $= 117 \frac{2}{5}$

(3) $\frac{2(2x-1)}{3} = \frac{3}{2}x - (x-1)$

解: $\frac{4x-2}{3} = \frac{3}{2}x - x + 1$

$$\frac{5}{6}x = \frac{5}{3}$$

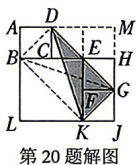
$$x = 2$$

17. 解: 因为 E, F 分别是 AD, BC 的中点, 所以 $S_{\text{四边形}BEDF} = S_{\text{四边形}AECF} = \frac{1}{2}S_{\text{四边形}ABCD}$, $S_{\text{四边形}BEDF} + S_{\text{四边形}AECF} = S_{\text{四边形}ABCD}$.
 $S_{\text{四边形}BEDF} + S_{\text{四边形}AECF} - S_{\text{三角形}BGF} + S_{\text{三角形}AGC} + S_{\text{三角形}CHJ}$, 因此
 $S_{\text{四边形}BEDF} + S_{\text{三角形}AGC} + S_{\text{三角形}CHJ} = 15 + 21 = 36$.
 答: 阴影部分的面积为 36.

18. 解: 设这两个数字分别是 a 和 b , 由题列出: $\overline{ab} - 9 = \overline{ba}$, 将数字从数位上拆分可得 $10a + b - 9 = 10b + a$, $9a - 9 = 9b$, $a - 1 = b$, 又因为 $a + b = 13$, 所以 $a = 7, b = 6$.
 答: 这两张数字卡片上的数字分别是 7 和 6.

19. 解: $70 < 100, 40 < 70$, 让 6 个成人购买团体票, 4 个儿童购买儿童票最省钱, 共花费 $70 \times 6 + 40 \times 4 = 580$ (元).
 答: 6 个成人购买团体票, 4 个儿童购买儿童票最省钱, 需要花费 580 元.

20. 解: 如解图, 将图形补成一个大正方形, 连接 BD, BG, BK , 根据一半模型,
 $S_{\text{三角形}DGK} = S_{\text{三角形}BGK} = S_{\text{三角形}BEK} = S_{\text{三角形}BEKL} \div 2 = 4 \times S_{\text{正方形}EFGH} \div 2 = 4 \times 15 \div 2 = 30$ (cm^2).
 答: 阴影部分的三角形 DGK 的面积为 30 cm^2 .



第 20 题解图

21. 解: 假设甲下山的速度上山, 根据当乙到达山顶时, 甲恰好到半山腰, 可得这段时间如果甲全部用下山速度, 其路程应该是一个单程的 $1 \times 1.5 + 0.5 = 2$ 倍, 即甲下山的速度是乙上山速度的 2 倍. 两人相遇时走了 1 小时, 这时甲还要走一段下山路回到出发点, 这段下山路乙上山用了 1 小时, 所以甲下山要用 $1 + 2 = 0.5$ (小时). 甲回到出发点共用 $1 + 0.5 = 1.5$ (小时).
 答: 甲回到出发点共用 1.5 小时.

22. 解: 【问题探究】图(2): 2 3 能 图(4): 0 6 能 图(7): 4 0 不能

【规律表达】偶 奇 0 可以 2 不可以

【问题解决】不能 任意两点之间 【解法提示】7 桥问题中, 奇点有 4 个, 不能一笔画, 因此不能不重复地走遍这七座桥, 再回到出发点; 要一次不重复走遍桥, 奇点数应该是 0 或 2, 在 A, B, C, D 中任取两点, 都可以减少两个奇点, 从而使得可以一次不重复走遍桥, 所以可以在任意两点之间架设一座桥.

【拓展提高】A D 【解法提示】图中 A, D 点为奇点, 则入口和出口应设在 A, D .

12. 2026 GDFZ 入学数学真卷(十二)

快速对答案

一、选择题 1~4 ACAD

二、填空题 5. 考、出、好、绩 6. 10% 7. 768 8. 55°

9. 3.75 10. 6 11. 4 12. $\frac{4}{x} - \frac{10}{4x} = \frac{1}{4}$

解答题请看“详解详析”P8

详解详析

一、1. A 2. C 3. A

4. D 【解析】根据程序图, 当输入的 x 为偶数时, 输出 $\frac{1}{2}x$; 当输入的 x 为奇数时, 输出 $x+5$. 已知开始输入 $x=48$ (偶数), 依次计算前几次的结果. 第 1 次: $\frac{1}{2} \times 48 = 24$ (24 是偶数); 第 2 次: $\frac{1}{2} \times 24 = 12$ (12 是偶数); 第 3 次: $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ (6 是偶数); 第 4 次: $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ (3 是奇数); 第 5 次: $3+5 = 8$ (8 是偶数); 第 6 次: $\frac{1}{2} \times 8 = 4$ (4 是偶数); 第 7 次: $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ (2 是偶数); 第 8 次: $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ (1 是奇数); 第 9 次: $1+5 = 6$ (6 是偶数). 确定循环规律, 从第 3 次开始, 结果以 6, 3, 8, 4, 2, 1 为一个周期循环, 循环周期为 6. $(2026-2) \div 6 = 337 \cdots 2$, 所以第 2026 次得到的结果为 3.

二、5. 考、出、好、绩

6. 10% 【解析】设年平均增长率为 x , 根据公式 $2000(1+x)^2 = 2420$, 解得 $x = 0.1 = 10\%$ (负值舍去).

7. 768 【解析】要使表面积最小, 就要尽可能把大的面拼合在一起. 求出大长方体的体积, 将大长方体的体积写成三个数相乘的形式, 这三个数就组成了大长方体的长、宽、高, 最后根据长方体的表面积公式求出表面积. $3 \times 4 \times 5 \times 24 = 1440$ (cm^3), $1440 = 12 \times 12 \times 10$, 表面积最小是 $(12 \times 12 + 12 \times 10 + 12 \times 10) \times 2 = 768$ (cm^2).

8. 55° 【解析】因为光线平行于主光轴, 则 $\angle 1 + \angle PFO = 180^\circ$, $\angle 1 = 155^\circ$, 所以 $\angle PFO = 25^\circ$, $\angle POF = \angle 2 = 30^\circ$, $\angle 3 = \angle POF + \angle PFO = 30^\circ + 25^\circ = 55^\circ$.

9. 3.75 【解析】 $\frac{AB}{AQ} = \frac{BD}{PQ} = \frac{1.2}{9} = \frac{0.5}{PQ}$, $PQ = 3.75$ (m).

10. 6 【解析】设这个多边形的边数为 n , 则从一个顶点引出的对角线条数为 $(n-3)$. 已知边数是从一个顶点引出对角线条数的 2 倍, 则 $n = 2(n-3)$, $n = 6$.

11. 4 【解析】设 $AB = 2x$, $BC = 5x$, $CD = 3x$, 则 $AD = 2x + 5x + 3x = 10x$. 因为 M 为 AD 的中点, 所以 $AM = MD = 5x$. $BM = AM - AB = 5x - 2x = 3x$, 已知 $BM = 6$, 则 $3x = 6$, $x = 2$. $CM = MD - CD = 5x - 3x = 2x = 4$.

12. $\frac{4}{x} - \frac{10}{4x} = \frac{1}{4}$ 【解析】小明步行到中山公园的时间为 $\frac{4}{x}$ 小时, 小新骑车到中山公园的时间为 $\frac{10}{4x}$ 小时. 15 分钟 = $\frac{1}{4}$ 小时, 可列方程: $\frac{4}{x} - \frac{10}{4x} = \frac{1}{4}$.

三、13. (1) 原式 = $\frac{5}{2}$

(2) 解: 原式 = $314 \times 0.314 + 628 \times 0.686 + 686 \times 0.686$
 $= 314 \times 0.314 + (314 + 1000) \times 0.686$
 $= 314 \times (0.314 + 0.686) + 686$
 $= 1000$

(3) 解: $3 + \frac{x-1}{2} = x - \frac{x+1}{4}$
 $12 + 2(x-1) = 4x - (x+1)$
 $x = 11$

14. 解: $OC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$, $S_{\text{扇形}COD} = \pi \times (2\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{4} = 2\pi$,

$$S_{\text{扇形}AOH} = \pi \times 2^2 \times \frac{1}{4} = \pi, S_{\text{扇形}BOD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

$$S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}COD} - \frac{1}{2} S_{\text{扇形}AOH} - S_{\text{扇形}BOD} = 2\pi - \frac{1}{2} \pi - 2 = \frac{3}{2} \pi - 2.$$

答: 阴影部分的面积为 $\frac{3}{2} \pi - 2$.

15. 解: 长方体的表面积为 $(5 \times 4 + 5 \times 3 + 4 \times 3) \times 2 = 94$ (cm^2), 圆柱的侧面积为 $2\pi \times 1 \times 10 = 20\pi$ (cm^2), 几何体的表面积为 $(94 + 20\pi) \text{ cm}^2$. 答: 该几何体的表面积为 $(94 + 20\pi) \text{ cm}^2$.

16. 解: 第二季度销量为 $10 \times (1 + 10\%) = 11$ (万辆), 第三季度的销量为 $11 \times (1 + 20\%) = 13.2$ (万辆).
 答: 第三季度的销量为 13.2 万辆.

17. 解: 设甲的速度为 $x \text{ km/h}$, 则乙的速度为 $(x+20) \text{ km/h}$, 出发后 3 h 两人相遇, 相遇后乙再经 1 h 到达 A 地, 则乙 1 h 走的路程等于甲 3 h 走的路程, 可得方程 $3x = (x+20) \times 1$, 解得 $x = 10$, 则乙的速度为 $10 + 20 = 30$ (km/h).
 答: 甲的速度为 10 km/h , 乙的速度为 30 km/h .

18. 解: 设车有 x 辆, 若每 3 人乘一辆车, 则人数为 $3(x-2)$; 若每 2 人坐一辆车, 则人数为 $(2x+9)$. 根据人数相等, 可得方程 $3(x-2) = 2x+9$, 解得 $x = 15$, 人数为 $2 \times 15 + 9 = 39$ (人). 答: 有 39 人, 15 辆车.

19. 解: (1) $x+y$ $x+3y$ $3y-3x$ 【解法提示】第 3 个正方形的边长 = $x+y$; 第 4 个正方形的边长 = $x+y+y = x+2y$; 第 5 个正方形的边长 = $x+2y+y = x+3y$; 第 6 个正方形的边长 = $x+3y+y-x = 4y$; 第 7 个正方形的边长 = $4y-x$; 第 10 个正方形的边长 = $4y-x-x-x-y = 3y-3x$.

(2) 100 【解法提示】第 9 个正方形的边长 = $x+y+x+2y-(3y-3x) = 5x$, 当 $x = 2$ 时, 第 9 个正方形的边长为 $5x = 10$, 所以第 9 个正方形的面积为 100.

(3) 由题意可知, 正方形 1 的边长为 x ; 正方形 2 的边长为 y ; 正方形 3 的边长为 $x+y$; 正方形 4 的边长为 $x+2y$; 正方形 5 的边长为 $x+3y$; 正方形 6 的边长为 $x+3y+(y-x) = 4y$; 正方形 7 的边长为 $4y-x$; 正方形 10 的边长为 $4y-x-x-x-y = 3y-3x$; 正方形 8 的边长为 $4y-x+3y-3x = 7y-4x$; 正方形 9 的边长为 $7y-4x+3y-3x = 10y-7x$; 根据长方形的宽相等, 则 $x+3y+4y = 7y-4x+10y-7x$, 即可得出 $y = 1.2x$; 完美长方形的周长 = $(x+3y+4y+x+3y+x+2y+10y-7x) \times 2 = (22y$

$-4x) \times 2 = 44.8x$. 由于 x, y 均为正整数, 且要求最小周长, 所以 $x = 5, y = 6$, 此时完美长方形的周长为 $44.8x = 44.8 \times 5 = 224$. 答: 这个完美长方形的最小周长是 224.

20. 解: (1) $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

(2) 在正方形 $APCD$ 和正方形 $PBEF$ 中, $AP = a, BP = b$, 则 $AB = AP + BP = a + b = 8$, 因为 $\triangle APE$ 的面积为 7.5, 则 $\frac{1}{2}ab = 7.5$, 即 $ab = 15$, 因为 $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$, 所以 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 8^2 - 4 \times 15 = 4$, 所以 $a-b = 2$ (负值舍去), 所以 $CE = PC - PE = a - b = 2$. 答: CE 的长度为 2.

(3) 设 $BG = CG = s \text{ m}$, $EG = FG = t \text{ m}$, 由题意, 得 $BE = BG + EG$, $s + t = 80$ (m), 两个三角形区域的面积之和 = $\frac{1}{2} BG \cdot CG$

$$= \frac{1}{2} FG \cdot EG = (\frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}t^2) \text{ m}^2, \text{ 两个长方形区域的面积之}$$

和 = $2BG \cdot FG = 2st \text{ m}^2$, 一共需要的资金为 $100 \times (\frac{1}{2}s^2 +$

$$\frac{1}{2}t^2) + 30 \times 2st = (50s^2 + 50t^2 + 60st) \text{ 元}, \text{ 因为 } s+t=80, \text{ 所以 } s^2$$

$$+t^2 = (s+t)^2 - 2st = 6400 - 2st, \text{ 一共需要的资金为 } 50s^2 + 50t^2 + 60st = 50(s^2 + t^2) + 60st = 50 \times (6400 - 2st) + 60st = (320000 - 40st) \text{ 元}, \text{ 因为 } (s-t)^2 = (s+t)^2 - 4st, (s-t)^2 \geq 0, \text{ 所以 } (s+t)^2 - 4st \geq 0, \text{ 所以 } st \leq \frac{(s+t)^2}{4}, (s+t)^2 = 6400, \frac{(s+t)^2}{4} = 1600, \text{ 所以}$$

$40st \leq 64000$, 所以 $320000 - 40st \geq 256000$, 25 万 = 250000 $256000 > 250000$, 所以物业筹集的资金不够用.

答: 物业筹集的资金不够用.

13. 2026 GDFZ 入学数学真卷(十三)

快速对答案

一、填空题 1. 15 2. 480 3. 11 4. 1 5. 96 6. 756

7. 1500 8. 36 9. 1.5 10. 59527 494

解答题请看“详解详析”P9

详解详析

一、1. 15

2. 480 【解析】1 小时 = 60 分钟, 2 小时 = 120 分钟, 乙 60 分钟路程 = 丙行 20 + 60 = 80 (分钟) 路程, 即 $v_{\text{乙}} : v_{\text{丙}} =$

$$80 : 60 = 4 : 3, \text{ 则 } v_{\text{乙}} = \frac{4}{3}v_{\text{丙}}; \text{ 甲行 120 分钟路程} = \text{丙行 } 20$$

$$30 + 120 = 150 \text{ (分钟) 路程, 即 } v_{\text{甲}} : v_{\text{丙}} = 150 : 120 = 5 : 4$$

$$\text{则 } v_{\text{甲}} = \frac{5}{4}v_{\text{丙}}. \text{ 甲出发时乙已行 30 分钟, 即乙已行 } \frac{4}{3}v_{\text{丙}}$$

$$30 = 40v_{\text{丙}}, \text{ 甲追上乙的追及时间为 } 40v_{\text{丙}} \div (\frac{5}{4}v_{\text{丙}} - \frac{4}{3}v_{\text{丙}})$$

$$480 \text{ (分钟)}.$$

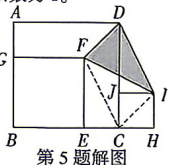
3. 11 【解析】设总工程量为“1”, 则甲队的工作效率为 $\frac{1}{8}$

乙队的工作效率为 $\frac{1}{24}$. 设从开始到完工共用 a 天, 甲队

成的工作量为 $\frac{1}{8}(a-4)$; 乙队完成的工作量为 $\frac{1}{24}(a-8)$, 根据题意得 $\frac{1}{8}(a-4) + \frac{1}{24}(a-8) = 1$, 解得 $a = 11$.

4. 1 【解析】 3^1 除以 40 余 3, 3^2 除以 40 余 9, 3^3 除以 40 余 27, 3^4 除以 40 余 1, 3^5 除以 40 余 3, $\dots$, 余数按 3, 9, 27, 1 循环, $2024 \div 4 = 506$, 则 3^{2024} 除以 40 的余数为 1.

5. 96 【解析】如图, 连接 FC , CI , DF 和 CI 都是正方形的对角线上的线段, 所以 DF 和 CI 平行, 三角形 DFI 与三角形 DFC 是等底等高的三角形, 面积相等. $S_{\triangle DFI} = S_{\triangle DFC} = \frac{1}{2}DC \cdot CE = \frac{1}{2} \times 24 \times (24 - 16) = 96$.



6. 756 【解析】将跑道的全长看作单位“1”, 跑第一圈时甲乙的速度比为 4:3, 所以第一次相遇时甲跑了跑道长度的 $\frac{4}{4+3} = \frac{4}{7}$, 即第一次相遇点甲距离起点 $\frac{4}{7}$, 乙跑了跑道长度的 $\frac{3}{4+3} = \frac{3}{7}$, 甲跑完第一圈时, 乙跑了全长的 $\frac{3}{4}$, 剩余 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$. 甲跑第二圈时速度提高了 $\frac{1}{4}$, 甲乙的速度比为 $4 \times (1 + \frac{1}{4}) : 3 = 5 : 3$, 乙跑剩下的 $\frac{1}{4}$ 路程的时间内, 甲行了全长的 $\frac{1}{4} \div 3 \times 5 = \frac{5}{12}$, 乙开始第二圈时, 甲、乙共行全长的 $\frac{5}{12} + \frac{3}{7} = \frac{7}{12}$, 乙开始第二圈时甲乙的速度比是 $5 : 3 \times (1 + \frac{1}{3}) = 5 : 4$, 剩下 $\frac{7}{12}$ 的路程中, 甲行了 $\frac{7}{12} \times \frac{5}{5+4} = \frac{35}{108}$, 则甲第二圈从起点开始到第二次相遇共行了 $\frac{5}{12} + \frac{35}{108} = \frac{20}{27}$, 即第二次相遇点甲距离起点 $1 - \frac{20}{27} = \frac{7}{27}$, 这条椭圆形跑道总长 $236 \div (\frac{4}{7} - \frac{7}{27}) = 756$ (米).

7. 1500 【解析】一共打了 $14 + 11 = 25$ (包), 每包书占全部的 $\frac{1}{25}$, 14 包占全部的 $\frac{14}{25}$, 这批书共有 $35 \div (\frac{7}{12} - \frac{14}{25}) = 1500$ (本).

8. 36 【解析】可以组成的三位数共有 $5 \times 4 \times 3 = 60$ (个), 能被 3 整除的数由含有数字 (1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5) 的数组成, 共有 $3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$ (个). 所以不能被 3 整除的三位数共有 $60 - 24 = 36$ (个).

9. 1.5 【解析】因为 $m \oplus n = (mn + 4) \div (m + 2) = (mn + 2 \times 2) \div (m + 2)$, 即 $m \oplus n = (mn + 2 \times 2) \div (m + 2)$, 令 $n = 2$, 则 $m \oplus 2 = \frac{2m + 4}{m + 2} = \frac{2(m + 2)}{m + 2} = 2$, 所以 $2018 \oplus 2017 \oplus 2016 \oplus \dots \oplus 1 = (2018 \oplus 2017 \oplus 2016 \oplus \dots \oplus 3) \oplus 2 \oplus 1 = 2 \oplus 1 = (2 \times 1 + 4) \div$

$$(2+2) = 6 \div 4 = 1.5.$$

10. 59527 494 【解析】竖式中有一步为 $\square \square 8$, 是 $\square 9 \square$ 的倍数, $\square \square \square \square - \square \square 8$ 是一个两位数, 则 $\square \square 8$ 为 $9 \square 8$, $9 \square 8$ 的个位为 8, 则除数为 $\square 98$, $\square 91$, $\square 92$ 或 $\square 94$, 符合条件的算式可能是 $998 \times 1 = 998$, $494 \times 2 = 988$, $191 \times 8 = 1528$ 和 $192 \times 4 = 768$ 不符合要求, 即除数为 998 或 494. 结果的余数为 0, 则十分位上的数字 $\times$ 除数的结果的末尾是 0, 且结果为四位数. 将除数是 998 代入竖式时不符合要求; 当除数为 494 时符合要求, 被除数是 59527.

二、11. 解: 原式 $= (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}) + (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}) + \dots + (\frac{1}{11^2} - \frac{1}{12^2})$
 $= (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{12^2})$
 $= \frac{143}{144}$

12. 解: 由 $a^4 + 64 = (a^2 + 8 + 4a)(a^2 + 8 - 4a) = [(a+2)^2 + 4][(a-2)^2 + 4]$ 可得: $7^4 + 64 = (9^2 + 4)(5^2 + 4)$, $15^4 + 64 = (17^2 + 4)(13^2 + 4)$, $23^4 + 64 = (25^2 + 4)(21^2 + 4)$, $3^4 + 64 = (5^2 + 4)(1^2 + 4)$, $11^4 + 64 = (13^2 + 4)(9^2 + 4)$, $19^4 + 64 = (21^2 + 4)(17^2 + 4)$,
 原式 $= \frac{(9^2 + 4)(5^2 + 4) \times (17^2 + 4)(13^2 + 4) \times (25^2 + 4)(21^2 + 4)}{(5^2 + 4)(1^2 + 4) \times (13^2 + 4)(9^2 + 4) \times (21^2 + 4)(17^2 + 4)}$
 $= \frac{629}{5}$

13. 解: 12000 立方厘米 $= 12$ 立方分米, 放入铁块后水面上升高度为 $10.8 - 10 = 0.8$ (分米), 木桶底面积为 $12 \div 0.8 = 15$ (平方分米), 木桶容积为 $15 \times 16 = 240$ (立方分米), 240 立方分米 $= 0.24$ 立方米.
 答: 这个木桶一共能存放 0.24 立方米的水.

14. 解: 在 12 小时中, 钟表甲和乙分别多走了表盘一圈的 10% 和 50%, 因此, 在 12 小时内, 钟表乙比钟表甲多走了正常时间的 $50\% - 10\% = \frac{2}{5}$, 经过 $12 \div \frac{2}{5}$ 小时后, 钟表乙将比钟表甲恰好多走了一圈. 此时, 两个钟表再次显示相同的时刻. 在这 $12 \div \frac{2}{5}$ 小时中, 钟表甲的时针走完 $(1 + 10\%) \div \frac{2}{5} = 2 \frac{3}{4}$ (圈), 两个钟表将显示同一时刻为 $2 + 12 \times \frac{3}{4} = 11$ 点钟.

- 答: 两钟表再次显示同一时刻时, 表盘上显示的时间是 11:00.

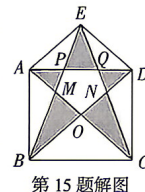
15. 解: $PQ = \frac{1}{3}AD$, 三角形 ADE 中阴影部分面积 $= \frac{1}{3}S_{\triangle ADE}$; 如图解图所示, 将 AC 和 BE 的交点记作点 M , 将 AC 和 BD 的交点记作点 O , 将 BD 和 CE 的交点记作点 N , $\triangle APM$ 和 $\triangle BMC$ 构成沙漏模型, 可得 $AM : MC = AP : BC = 1 : 3$, 所以 M 是 AC 的四等分点, 也是 AO 的中点, 所以 $S_{\triangle BOM} = S_{\triangle BAM}$, 同理可得 $S_{\triangle CON} = S_{\triangle CDN}$, 所以四边形 $ABCD$ 中阴影

$$\text{部分的面积} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle DCQ} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{3} \times S_{\text{四边形}ABCD}$$

$$S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{3} \times S_{\text{五边形}ABCDE}$$

$$\text{部分面积} = \frac{1}{3} \times S_{\text{五边形}ABCDE} = \frac{1}{3} \times 24 = 8.$$

答: 阴影部分的面积为 8.



第 15 题解图

16. 解: 设甲的工作效率为 a , 乙的工作效率为 b , 总工作量为 1. 第一种交替, 甲先做, 第 1 小时甲、第 2 小时乙……恰好整数小时完成, 假设总时间为 $2n+1$ 小时, 前 $2n$ 小时甲乙各做 n 小时, 最后 1 小时甲做. 工作量为 $n(a+b) + a = 1$. 第二种交替, 乙先做, 第 1 小时乙、第 2 小时甲……比第一种多 $\frac{1}{2}$ 小时, 总时间为 $2n+1 + \frac{1}{2}$ 小时, 前 $2n$ 小时甲乙各做 n 小时, 第 $2n+1$ 小时乙做, 第 $2n+2$ 小时甲做 $\frac{1}{2}$ 小时. 工作量为 $n(a+b) + b + \frac{1}{2}a = 1$. 则 $n(a+b) + a = n(a+b) + b + \frac{1}{2}a$, 即 $\frac{1}{2}a = b$, 即乙的效率是甲的 $\frac{1}{2}$. 甲、乙工作效率之和为 $1 \div 10 \frac{2}{3} = \frac{3}{32}$, 甲的工作效率为 $\frac{3}{32} \times \frac{2}{1+2} = \frac{1}{16}$.

甲单独工作的工作时长为 $1 \div \frac{1}{16} = 16$ (小时).
 答: 甲单独完成工作需要 16 小时.

17. 解: 设 d 是 $3n+2$ 和 $5n+1$ 的最大公因数, $d = (5n+1, 3n+2) = (3n+2, 2n-1) = (2n-1, n+3) = (n+3, n-4) = (n-4, 7)$, 即 $d=7$, 则原分数不为最简分数, 即有 $n-4=7k, k=0, 1, 2, 3, \dots$, 又因为 n 为三位数, 即 $100 \leq n \leq 999$, 则有 $100 \leq 7k+4 \leq 999, 14 \leq k \leq 142$. $142 - 14 + 1 = 129$, 所以三位数之和为 $7 \times (14 + 15 + 16 + \dots + 142) + 4 \times 129 = 70950$.

答: 使 $\frac{3n+2}{5n+1}$ 不为最简分数的所有三位数 n 之和是 70950.

18. 解: (1) 甲车速度增加 1 米/秒, 乙车速度减少 1 米/秒, 两车速度和总是不变, 所以两车每隔 $400 \div (1+1) = \frac{100}{3}$ (秒) 相遇一次. 两车速度相同时的速度为 $(11+1) \div 2 = 6$ (米/秒), 此时已经相遇了 5 次. 甲共走的路程和为 $\frac{100}{3} \times (1+2+3+4+5) = 500$ (米), $500 \div 400 = 1$ (圈)……100 (米).
 答: 甲距起点的最短距离为 100 米.

(2)

时间 (秒)	甲速 (米/秒)	甲路程 (米)	乙速 (米/秒)	乙路程 (米)	路程差
0~20	1	20	11	220	200
20~40	2	20+2×20=60	12	220+12×20=460	400

8. 续表

40~60	4	60+4×20=140	13	460+13×20=720	580
60~80	8	140+8×20=300	14	720+14×20=1000	700
80~100	16	100+16×20=420	15	15×20=300	120
100~120	32	420+32×20=1060	16	300+16×20=620	440

80 秒之后, 甲的速度大于乙, 乙已经无法追上甲, 改为甲继续追乙, 此时乙比甲多走 700 米, 即甲在乙前面 $400 \times 2 - 700 = 100$ (米).

100~120 秒之间甲、乙分别走了 t 秒, 根据题意得 $420 + 32t = 300 + 16t + 400$, 解得 $t = 17.5$, 即第二次相遇在 100 + 17.5 = 117.5 (秒).
 答: 两车第二次相遇时是 117.5 秒.

14. 2026 GDFZ 入学数学真卷 (十四)

快速对答案

一、填空题 1. 30 2. 51.5 3. 4.5 4. $x = -2013$

5. -2019 6. 65 7. 77 8. 2 或 4 9. 15

10. $20 p^k - p^{k-1}$

解答题请看“详解详析”P10

详解详析

一、1. 30 2. 51.5 3. 4.5

4. $x = -2013$ 【解析】将 $\frac{x-5}{2023} = 2023(x-5) - m$ 两边同时乘 -1, 得 $\frac{5-x}{2023} + 5 = 2023(5-x) + m$, 令 $y = 5-x$, 所以 $\frac{y}{2023} + 5 = 2023y + m$, 所以 $y = 2018$, 即 $5-x = 2018, x = -2013$.

5. -2019 【解析】设中间的数为 y , 则三个数之和为 $x+y+2$, 则右上角的数为 $x+y+2-2-3 = x+y-3$, 左上角的数为 $x+y+2-y-3 = x-1$, 所以最上面一行的和为 $x-1+2025+x+y-3 = x+y+2$, 解得 $x = -2019$.

6. 65 【解析】由题意可得, $a_1 = 5^2 + 1 = 26, a_2 = (2+6)^2 + 1 = 65, a_3 = (6+5)^2 + 1 = 122, a_4 = (1+2+2)^2 + 1 = 26, \dots$, 由此可得, 这列数字依次以 26, 65, 122 循环出现, $2024 \div 3 = 674 \dots 2$, 所以 $a_{2024} = 65$.

7. 77 【解析】平均库存是 $(50+84+80+70+55+45) \div 6 = 64$ (吨), 则应从 $C \rightarrow D, 80-64 = 16$ (吨), $D \rightarrow E, 70+16-64 =$

22(吨), $E \rightarrow F$, $55+22-64=13$ (吨), $B \rightarrow A$, $84-64=20$ (吨), $A \rightarrow F$, $50+20-64=6$ (吨), $16+22+13+20+6=77$ (吨)。

8. 2或4 【解析】 $(x+3)(x+a)-2=x^2+(3+a)x+3a-2$, $(x+m)(x+n)=x^2+(m+n)x+mn$, 则 $3+a=m+n$ ①, $3a-2=mn$ ②。由①得 $a=m+n-3$, 代入②, 得 $3(m+n-3)-2=mn$, 得 $(m-3)(n-3)=-2$ 。整数对 $(m-3, n-3)$ 为 $(1, -2)$, $(-1, 2)$, $(2, -1)$, $(-2, 1)$, 对应 $(1, -2) \rightarrow m=4, n=1 \rightarrow a=4+1-3=2$; $(-1, 2) \rightarrow m=2, n=5 \rightarrow a=2+5-3=4$; $(2, -1) \rightarrow m=5, n=2 \rightarrow a=5+2-3=4$; $(-2, 1) \rightarrow m=1, n=4 \rightarrow a=1+4-3=2$, 所以 a 的值为 2 或 4。

9. 15 【解析】 $n=(n+1)-1$, $n^{2024}=[(n+1)-1]^{2024}=C_{2024}^0(n+1)^{2024}(-1)^0+C_{2024}^1(n+1)^{2023}(-1)^1+\dots+C_{2024}^{n+1}(n+1)^{2024-1}(-1)^1+\dots+C_{2024}^{2024}(n+1)^0(-1)^{2024}$, 除末项外, 各项均含 $(n+1)$, 故 n^{2024} 除以 $(n+1)$ 的余数为 $C_{2024}^{2024}(n+1)^0(-1)^{2024}=1$, 所以 $n^{2024}+2023$ 整除 $(n+1)$, 根据同余定理, 2024 整除 $(n+1)$ 。分解质因数 $2024=2^3 \times 11 \times 23$, 正因数的个数为 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1)=16$ 。因为 n 为正整数, 则 $n+1 \geq 2$, 排除 1, 所以剩余 15 个正因数。

解(题)技巧同余定理: 见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——二、技巧 5“P3”。

10. p^k-p^{k-1} 【解析】不超过 15 且与 15 互质的正整数有 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 共 8 个, 所以 $T_{(15)}=8$; 不超过 21 且与 21 互质的正整数有 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20, 共 12 个, 所以 $T_{(21)}=12$, $T_{(15)}+T_{(21)}=8+12=20$ 。因为 p 为质数, k 为正整数, 所以不超过 p^k 的正整数共有 p^k 个。其中与 p^k 不互质的正整数是 p 的倍数, 即 $p, 2p, 3p, \dots, p^{k-1}$, 共 p^{k-1} 个。所以与 p^k 互质的正整数个数为 p^k-p^{k-1} 。

二、11. (1) 解: 原式 $= (1-\frac{1}{2}) \times (1+\frac{1}{2}) \times (1-\frac{1}{3}) \times (1+\frac{1}{3}) \times \dots \times (1-\frac{1}{2023}) \times (1+\frac{1}{2023})$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{2022}{2023} \times \frac{2024}{2023} = \frac{1012}{2023}$$

$$(2) \text{解: } 3+6+9+\dots+3n = \frac{3n(n+1)}{2}$$

$$\frac{1}{3+6+9+\dots+3n} = \frac{1}{3n(n+1)} = \frac{2}{3n(n+1)} = \frac{2}{3} \times (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$$

$$\text{原式} = \frac{2}{3} \times (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \dots + \frac{1}{31} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{33})$$

$$= \frac{2}{3} \times (1 - \frac{1}{33}) = \frac{64}{99}$$

12. (1) 2 0

(2) ① 设 $(3, 6) = x$, 则 $3' = 6$, 设 $(6, 243) = y$, 则 $6' = 243$, 将 $6=3'$ 代入 $6'=243$, 得 $(3')' = 3'' = 243$, 又因为 $243=3^5$, 所以 $xy=5$, 所以 $(3, 6) \times (6, 243) = 5$;

② 设 $(16, 625) = m$, 则 $16'' = 625$, 因为 $16=4^2$, 所以 $(4^2)'' = 4^{2''} = 625$, 设 $(4, 100) = n$, 则 $4'' = 100$, 又因为 $100=4 \times 5^2$, 所以 $4'' = 5^2$, 又 $625=5^4$, 结合 $4^{2''} = 5^4$, $4'' = 5^2$, 可得 $4^{2''} = (5^2)^2 = (4''')^2 = 4^{2''}$, 所以 $2m=2n-2$, $m=n-1$, 所以 $(16, 625) - (4, 100) = m-n = n-1-n = -1$ 。

13. 解: 因为 $m^2=n+2$, $n^2=m+2$, 所以 $m^2-n^2=n+2-(m+2)=n-m$, 又 $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$, 所以 $(m+n)(m-n)=n-m$, 因为 $m \neq n$, 所以 $m+n=-1$, 所以 $m^3-2mn+n^3=m(n+2)-2mn+n(m+2)=2(m+n)=2 \times (-1) = -2$ 。答: $m^3-2mn+n^3$ 的值是 -2。

14. 解: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{2}$ ①, $\frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{3}$ ②, $\frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4}$ ③, ①两边同乘 x , 得 $1 + \frac{x}{y+z} = \frac{x}{2}$, 所以 $\frac{2}{x} = \frac{y+z}{x+y+z}$ ④, ②两边同乘 y , 得 $1 + \frac{y}{z+x} = \frac{y}{3}$, 所以 $\frac{3}{y} = \frac{z+x}{x+y+z}$ ⑤, ③两边同乘 z , 得 $1 + \frac{z}{x+y} = \frac{z}{4}$, 所以 $\frac{4}{z} = \frac{x+y}{x+y+z}$ ⑥, ④+⑤+⑥, 得 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$ 。答: $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z}$ 的值为 2。

15. 解: $A = (1-\frac{1}{2}) \times (1-\frac{1}{3}) \times \dots \times (1-\frac{1}{m}) \times (1+\frac{1}{2}) \times (1+\frac{1}{3}) \times \dots \times (1+\frac{1}{m}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{m-1}{m} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{m+1}{m} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2m}$, 同理, $B = \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$,

$$A-B = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2m}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2n}) = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{m} - \frac{1}{n}) = \frac{1}{26}$$

则 $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = \frac{n-m}{mn} = \frac{1}{26} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{338}$, 所以 $\frac{1}{m} = \frac{1}{n} + \frac{1}{338} = \frac{13+n}{13n}$, $m = \frac{13n}{13+n} = \frac{13(13+n)-169}{13+n} = 13 - \frac{169}{13+n}$, 因为 m, n 都是正整数, 所以 $13+n=169$, 所以 $n=156, m=12$ 。

16. 解: (1) 设 $n^2-6n-6=k^2$ (k 为自然数), 得 $(n-3)^2-k^2=15$, 即 $(n-3-k)(n-3+k)=15$ 。15 的因数有 1, 15, 3, 5。则 $\begin{cases} n-3-k=1, \\ n-3+k=15, \end{cases}$ 相加得 $2(n-3)=16$, 解得 $n=11$ 。
 $\begin{cases} n-3-k=3, \\ n-3+k=5, \end{cases}$ 相加得 $2(n-3)=8$, 解得 $n=7$ 。验证: 当 $n=7$ 时, $7^2-6 \times 7-6=1=1^2$; $n=11$ 时, $11^2-6 \times 11-6=49=7^2$ 。答: 满足条件的正整数 n 为 7 或 11。

(2) 证明: 观察数列前几项: $a_1=16=4^2$, $a_2=1156=34^2$, $a_3=111556=334^2$, 推测 $a_n = (33 \dots 34)^2$ 。设 $b_n = 33 \dots 34$, $b_n = \frac{10^n+2}{3}$, $b_n^2 = (\frac{10^n+2}{3})^2 = \frac{10^{2n}+4 \times 10^n+4}{9}$, 数列通项

$a_n = 11 \dots 155 \dots 56$ 可表示为 $\frac{10^{2n}+4 \times 10^n+4}{9}$, 故 $a_n = b_n^2$, 即每一项都是完全平方数。

(3) 设 $m=a^2h, n=b^2k$ (k 无平方因子, $a>b, a, b$ 为正整数), 则 $m-n=k(a^2-b^2)=k(a-b)(a+b)$ 。 $m-n$ 为质数 p , 故 $k=1, a-b=1, a+b=p$, 解得 $a=\frac{p+1}{2}, b=\frac{p-1}{2}$, 故 $m=(\frac{p+1}{2})^2$, 由 $m \geq 2023$, 得 $(\frac{p+1}{2})^2 \geq 2023$, 即 $p+1 \geq \sqrt{4 \times 2023} \approx 89.96$, 故质数 p 最小为 89, 当 $p=89$ 时, $m=(\frac{89+1}{2})^2=45^2=2025$ 。

答: m 的最小值为 2025。

15. 2026 GDFZ 入学数学真卷(十五)

快速对答案

一、选择题 1~5 DBCBB

二、填空题 6. 3π 7. $8:7$ 8. $75 \times 75 = 7 \times 8 \times 100 + 25$

9. 4 10. $\frac{3}{5}$ 11. 六 12. $\frac{5}{9}$ 13. 45 14. $\frac{13}{2}$

15. 15

答案解析请看“详解详析”P10

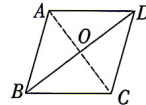
详解详析

一、1. D 2. B

3. C 【解析】因为点 O, E 分别是 BD 和 CD 的中点, 所以由金字塔模型可知, $OE:BC=DE:DC=1:2$, 所以 $BC=2OE=6$ 。因为四边形 $ABCD$ 是菱形, 所以 $AB=BC=CD=AD$, 所以菱形 $ABCD$ 的周长为 $6 \times 4 = 24$ 。

(模型)展(示)金字塔模型: 见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——三、模型 5“P3”。

4. B 【解析】因为平行四边形 $ABCD$ 的邻边 $AB=BC$, 所以平行四边形 $ABCD$ 是菱形。如解图, 连接 AC 交 BD 于点 O , 则 $AC \perp BD$, $OA = \frac{1}{2}AC$, $OB = \frac{1}{2}BD = 4$, 所以在直角三角形 AOB 中, 根据勾股定理可得 $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $AC = 2OA = 6$, 所以平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $6 \times 8 \div 2 = 24$ 。



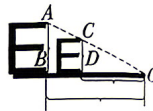
第 4 题解图

5. B 【解析】第一个图形的周长为 $1 \times 3 = 3$; 第二个图形的周长为 $1 \times 3 + 1 \times 3 \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{4}{3}$; 第三个图形的周长为 $3 \times \frac{4}{3} + 3 \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$, 由此可推出, 第 n 个图形的周长为 $3 \times (\frac{4}{3})^{n-1}$, 所以第五个图形的周长为 $3 \times (\frac{4}{3})^4 = \frac{256}{27}$ 。

二、6. 3π 7. $8:7$ 8. $75 \times 75 = 7 \times 8 \times 100 + 25$

9. 4 【解析】根据题意可画出如解图所示的示意图, $\frac{OD}{OB} =$

$\frac{CD}{AB}$, 即 $\frac{OD}{6} = \frac{2}{3}$, 较小视力表对应的测试距离 $OD=4$ 米。



第 9 题解图

10. $\frac{3}{5}$ 11. 六
12. $\frac{5}{9}$ 【解析】将大正方形的边长看作单位“1”, 则直角三角形的两条直角边长分别为 $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}, \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$ 。阴影部分的面积为 $1 \times 1 - \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \div 2 \times 4 = \frac{5}{9}$, 阴影部分的面积占大正方形面积的 $\frac{5}{9} \div (1 \times 1) = \frac{5}{9}$ 。

13. 45 【解析】 $182 \div 5 = 36$ (组) $\dots \dots 2$ (个), 即第一次兑换时, 可以换 36 瓶汽水, 剩余 2 个空瓶; 第二次兑换时, 共有 $36+2=38$ (个)空瓶, $38 \div 5 = 7$ (组) $\dots \dots 3$ (个), 即可以换 7 瓶汽水, 剩余 3 个空瓶; 第三次兑换时, 共有 $7+3=10$ (个)空瓶, $10 \div 5 = 2$ (组), 即还可以换 2 瓶汽水, $2 < 5$, 所以不能继续换了, 一共可以换 $36+7+2=45$ (瓶)汽水。

14. $\frac{13}{2}$ 【解析】设 $a=2k$, 则 $b=3k$, 原式 $= \frac{2 \times 2k + 3 \times 3k}{2k} = \frac{13}{2}$ 。

15. 15 【解析】四名运动员跑一圈分别用时 $1 \div 4 = \frac{1}{4}$ (时),

$\div 8 = \frac{1}{8}$ (时), $1 \div 6 = \frac{1}{6}$ (时), $1 \div 12 = \frac{1}{12}$ (时), 它们的最小

公倍数是 $\frac{1}{2}$ 小时, 即再过 $\frac{1}{2}$ 小时, 四人在起点处再次相

遇, 四人共跑了 $4 \times \frac{1}{2} + 8 \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{1}{2} + 12 \times \frac{1}{2} = 15$ (千米)。

三、16. (1) 原式 $= \frac{11}{16}$

(2) 解: 原式 $= \frac{(1+2013) \times 1007 \div 2}{(2015+4027) \times 1007 \div 2}$ (高斯求和)

$$= \frac{2014}{6042}$$

$$= \frac{1}{3}$$

(3) $\frac{10x-9}{5} - 3(\frac{x-1}{6} - 1) = 2$

$$\text{解: } 2(10x-9) - 5(x-1) + 30 = 20$$

$$20x - 18 - 5x + 5 + 30 = 20$$

$$x = \frac{1}{5}$$

17. 解: 如解图, 连接 BD, CF, CP , 由正方形的性质可得 BD 定过点 F , $\angle DBC = \angle PCS = 45^\circ$,

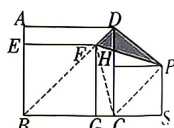
所以 $BD \parallel CP$, 所以三角形 DFP

与三角形 DFC 在以 DF 为底计

算面积时, 对应的高相等, 即

$$S_{\triangle DFP} = S_{\triangle DFC} = 10 \times (10-8) \div$$

$$2 = 10(\text{平方厘米}).$$



第 17 题解图

答:阴影部分的面积为 10 平方厘米。

18. 解:车速提高 20%, 则用时与原定时间的比是 $1:(1+20\%)=5:6$, 比原定时间提前 1 小时到达, 则原定时间是 $1 \div (1 - \frac{5}{6}) = 6$ (小时)。提速 25%, 则行驶相同路程用时与原来所用时间的比是 $1:(1+25\%)=4:5$, 提前 40 分钟到达, 则剩下的路程原来用时 $\frac{40}{60} \div (1 - \frac{4}{5}) = \frac{10}{3}$ (小时), 所以剩下的路程占甲、乙两地全程的 $\frac{10}{3} \div 6 = \frac{5}{9}$, 所以甲、乙两地相距 $120 \div (1 - \frac{5}{9}) = 270$ (千米)。

答:甲、乙两地相距 270 千米。

19. 解:甲、乙两容器底面积之比为 $3^2\pi:2^2\pi=9:4$, 倒入同样多的水, 水深增加量之比为 $4:9$ 。设倒入同样多的水后, 甲容器中水的深度增加 $4x$ 厘米, 乙容器中水的深度增加 $9x$ 厘米, 最终水深相同, 所以 $32+4x=22+9x$, 解得 $x=2$, 现在甲容器的水深是 $32+4 \times 2=40$ (厘米)。

答:现在甲容器中水深 40 厘米。

20. 解:设加工折扇的工人有 x 人, 加工七彩长裙的工人有 y 人, 加工蝴蝶刺绣装饰的工人有 z 人, 且 $x+y+z=154$ ①。三种部件刚好配套, 则 $5x:4y=3:1$, 所以 $x=\frac{12}{5}y$ ②;

$4y:3z=1:9$, 所以 $z=12y$ ③。

由①②③, 解得 $x=24, y=10, z=120$ 。

答:安排 24 人加工折扇、10 人加工七彩长裙、120 人加工蝴蝶刺绣装饰才能使每天生产出来的折扇、七彩长裙、蝴蝶刺绣装饰三种部件恰好配套。

21. 解:(1) $2x+2x+2x+x+x+2y+2y+\frac{1}{2} \times 2 \times 3x = (11x+4y)$ 米。

答:一扇这样的窗户一共需要铝合金 $(11x+4y)$ 米。

(2) $2x \cdot 2y + \frac{1}{2} \times 3x^2 = (4xy + \frac{3}{2}x^2)$ 平方米。

答:一扇这样的窗户一共需要玻璃 $(4xy + \frac{3}{2}x^2)$ 平方米。

(3) 安装窗帘的面积为 $\frac{1}{2} \times 3x^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times (\frac{2x}{8})^2 = \frac{15}{8}x^2$ (平方

米), 总费用为 $150(11x+4y) + 40(4xy + \frac{3}{2}x^2) + 60 \times$

$\frac{15}{8}x^2 = (\frac{345}{2}x^2 + 1650x + 600y + 160xy)$ 元, 将 $x=1, y=1.5$ 代

入, 得总费用为 $\frac{345}{2} \times 1^2 + 1650 \times 1 + 600 \times 1.5 + 160 \times 1 \times 1.5 =$

2962.5 (元)。

答:于老师安装这样的一扇窗户需花 2962.5 元。

22. 解:(1) 9 【解法提示】在直角三角形 ABC 中, 由勾股定理可知, $AB^2+AC^2=BC^2=36$, 又因为 $AB^2+AC^2 \geq 2AB \cdot AC$, 当且仅当 $AB=AC$, 即 $AB^2=AC^2=18$ 时取等号, 所以 $AB \cdot$

$AC \leq 18$, 所以三角形 ABC 面积的最大值为 $\frac{1}{2}AB \cdot AC=9$ 。

(2) 由(1)得 $BC=6$ 时, 三角形 BOC 面积的最大值为 9。

$AD:BC=1:3$, 由蝴蝶模型可知, $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle AOB}:S_{\triangle BOC}:S_{\triangle BOC}=1:3:9:3$, 四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $9 \div \frac{9}{1+3+9+3} = 16$ 。

(模型展示) 蝴蝶模型: 见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——三、模型 3”P3。

(3) 存在。如解图, 延长 BA 和 CD 交于 O 点, 因为 $AD:BC=1:4$, 且 $AD \parallel BC$, 由金字塔模型得 $OA:OB=1:4$ 。

$AB=6$ km, 则 $OB=6 \times \frac{4}{4-1}=8$ (km)。 $\angle BDO = \angle BDC =$

90° , 三角形 OBD 面积的最大值为 $\frac{1}{2}OD \cdot BD=8^2 \div 2 \times$

$\frac{1}{2}=16$ (km²)。由底高模型可知, $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle AOB} \times \frac{AB}{OB}=$

$S_{\triangle OBD} \times \frac{3}{4}$, 则 $S_{\triangle ABD}$ 的最

大值为 $16 \times \frac{3}{4} = 12$ (km²)。三

角形 ABD 和三角形 CBD 是等

高三角形, 所以 $S_{\triangle CBD} =$

$S_{\triangle ABD} \times \frac{BC}{AD} = S_{\triangle ABD} \times 4$, 则 $S_{\triangle CBD}$ 的最大值为 $12 \times 4 =$

48 (km²)。

四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $12+48=60$ (km²)。

答:这样的四边形 $ABCD$ 的面积存在最大值, 最大值为

60 km²。

16. 2026 GDFZ 入学数学真卷(十六)

快速对答案

一、选择题 1~5 CCDDA

二、填空题 6. 2. 65 7. 75 8. $\frac{1}{3}$ 9. 65 10. 5

11. 4 12. 600 13. 133 14. 7. 5 15. 2002

解答题请看“详解详析”P11

详解详析

一、1. C 2. C 3. D

4. D 【解析】三个扇形的圆心角的度数和是 180° , 图中阴影部分的面积是 $\pi \times 3^2 \div 2 = 4.5\pi$ (平方厘米)。

5. A 【解析】根据题意可知在同一平面内, 2 条直线相交最多有 1 个交点, 3 条直线相交最多有 $1+2=3$ (个) 交点, 4 条直线相交最多有 $1+2+3=6$ (个) 交点, ..., 所以 11 条直线相交最多有 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ (个) 交点。

二、6. 2. 65 【解析】 $265\% = 2.65, 2.65 \approx 2.6566, 2.65 \approx$

2.6566, 所以 $2.65 > 2.65 > 265\% > 2.605$ 。

7. 75 【解析】原来糖和水的比为 $20:80=1:4$, 应该再加工 $(300+80) \div 4 - 20 = 75$ (克) 糖。

8. $\frac{1}{3}$ 【解析】合数有 4, 6, 掷出合数的可能性是 $2 \div 6 = \frac{1}{3}$ 。

9. 65 【解析】 $9 \times 9x = 5265$, 解得 $x = 65$ 。

10. 5 【解析】根据底高模型, 得 $EC:OE=2:1$, 所以三角形 BEC 的面积是 $7.5 \div (1+2) \times 2 = 5$ (cm²)。

(模型展示) 底高模型: 见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——三、模型 1”P3。

11. 4 【解析】设 x 人去挖土, $3x = 10 + 14 - x$, 解得 $x = 6$, 应从挖土人员中抽调 $10 - 6 = 4$ (人) 到抬土队伍中来。

12. 600 【解析】小明 4 天看了总页数的 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$, 平均每

天看全书的 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{20}$, 看了 3 天后, 剩下全书的 $1 - \frac{3}{20} \times$

$3 = \frac{11}{20}$, 则这本书一共有 $330 \div \frac{11}{20} = 600$ (页)。

13. 133 【解析】一共有 $6 \times 8 = 48$ (个) 小正方形格子, 不规则图形占的小正方形格子数为 $48 - [3 \times 2 \div 2 + 3 \times 2 \div 2 + (1+3) \times 3 \div 2 + (1+5) \times 2 \div 2 + 1 \times 2 \div 2 + 1 \times 2 \div 2 + (2+4) \times 3 \div 2] = 19$ (个), 不规则图形的面积是 $19 \times 7 = 133$ (平方厘米)。

14. 7.5 【解析】设小长方形的长为 a , 宽为 b , 由题图①可知, $(a+b)^2 - 4ab = 30$, 即 $a^2 + b^2 = 2ab + 30$ ①, 由题图②可知, $(2a+b)(a+2b) - 5ab = 90$, 即 $a^2 + b^2 = 45$ ②, ①-②, 得 $2ab + 30 - 45 = 0, ab = 7.5$, 即小长方形的面积为 7.5。

15. 2002

三、16. (1) 原式 $= \frac{325}{147}$ (2) 原式 $= \frac{7}{5}$

(3) $\frac{3}{4} \times [x \div (\frac{3}{5} - 0.2)] - 2 = \frac{5}{2}$

解: $\frac{3}{4} \times [x \div (\frac{3}{5} - \frac{1}{5})] = \frac{5}{2} + 2$

$x = \frac{12}{5}$

17. 解: 设正方形的对角线长的一半, 即半径为 r , 则 $r \times r \div 2 =$

$1 \times 1 \div 4, r^2 = \frac{1}{2}, 3.14 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 0.57$ 。

答: 阴影部分的面积为 0.57。

18. 解: 设丙每天完成的工作量是 x , 则乙每天完成的工作量是

$\frac{2}{3}x$, 甲每天完成的工作量是 $2x - \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}x$, 因为这项工程甲、

乙、丙合作需要 12 天, 所以总工作量是 $12 \times (\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x + x) =$

$36x$, 所以这项工程由甲单独做所需时间是 $\frac{36x}{\frac{4}{3}x} = 27$ (天)。

答: 这项工程由甲单独做需要 27 天。

19. 解: 出发时甲、乙两车的速度比是 $5:2$, 所以相遇时甲走了全程的 $\frac{5}{5+2} = \frac{5}{7}$, 乙走了全程的 $\frac{2}{5+2} = \frac{2}{7}$, 相遇后甲、乙的速度比是 $[5 \times (1-20\%)] : [2 \times (1+50\%)] = 4:3$, 甲从相遇处到达 B 地, 行驶了全程的 $\frac{2}{7}$, 在此期间乙行驶了全

程的 $\frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{14}$, 乙一共行驶了全程的 $\frac{2}{7} + \frac{3}{14} = \frac{1}{2}$, 所以

A、B 两地的距离为 $21 \div (1 - \frac{1}{2}) = 42$ (千米)。

答: A、B 两地的距离是 42 千米。

- (易错警示) 注意“当甲从相遇处到达 B 地时与乙剩余路程的对应关系”, 根据变化后的速度, 在此期间乙行驶的路程与甲行驶的路程之间的关系, 结合乙之前行驶的路程、相遇后行驶的路程和剩余路程推导总距离。

20. 解: (1) 5 (2) $20 \times 20 \times (18-15) \times 3 \div 360 = 10$ (厘米)

答: 铁质圆锥形零件的高度是 10 厘米。

(3) $20 \times 20 \times 15 \div (30-5) = 240$ (立方厘米)。

答: 这个水桶平均每分漏水 240 立方厘米。

21. 解: 设有男职工 x 人, 女职工 y 人, 则孩子有 $\frac{x+y}{3}$ 人 (x, y 均

为正整数), 根据题意, 得 $13x + 10y + 6 \times \frac{x+y}{3} = 216$, 可整理

为 $15x + 12y = 216$, 即 $5x = 4 \times (18-y)$, $5x$ 是 4 的倍数, 5 和 4 的最大公因数是 1, 则 x 是 4 的倍数,

当 $x=4$ 时, $y=13, \frac{x+y}{3}$ 不是整数, 舍去; 当 $x=8$ 时, $y=8$,

$\frac{x+y}{3}$ 不是整数, 舍去; 当 $x=12$ 时, $y=3, \frac{x+y}{3}=5$, 即男职工

有 12 人, 女职工有 3 人, 小孩有 5 人; 当 $x>12$ 时, y 无解。

12+3=15 (名)。

答: 这个单位来了 15 名职工。

22. 解: (1) $\frac{1}{64}$ (2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^6} = 1 - \frac{1}{2^6} = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

(3) ①如解图所示, ①的面积为 $1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$, ②的面积为

$(1 - \frac{2}{3}) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$, ③的面积为 $(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9}) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$,

④的面积为 $(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{27}) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{81}$, ⑤的

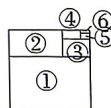
面积为 $(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{27} - \frac{2}{81}) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{243}$, ⑥

的面积为 $(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{27} - \frac{2}{81} - \frac{2}{243}) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{243}$,

所以 $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \frac{2}{243} = 1 - \frac{1}{243} = \frac{242}{243}$ 。

②令 $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n}$, ①, $5S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{n-1}}$ ②,

②-①, 得 $(5-1)S = 1 - \frac{1}{5^n}$, $S = (1 - \frac{1}{5^n}) \times \frac{1}{4} = \frac{5^n - 1}{4 \times 5^n}$ 。



第 22 题解图

19. 2026 GXYZ 入学数学真卷(一)

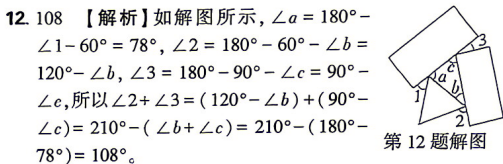
快速对答案

- 一、填空题 1. 100 2. 5:6 3. $bc+b-1$ 4. $\frac{1}{2}$ 5. 10
6. 16 7. 10 8. 24 9. 5 10. 二 11. 75 12. 108
13. 七 14. $\frac{1}{3}$ 15. 68

解答题请看“详解详析”P12

详解详析

- 一、1. 100
2. 5:6 【解析】设圆柱的体积是 $41'$, 底面积是 $8S$, 则圆锥的体积是 51 , 底面积是 $25S$, 所以 $\frac{41'}{8S} = \frac{51'}{25S}$, $\frac{41'}{8} = \frac{51'}{25}$, $\frac{41}{8} = \frac{51}{25}$, $51 \div 25S = \frac{31'}{5S}$, 所以 $\frac{41'}{8S} : \frac{31'}{5S} = \frac{1'}{25} : \frac{31'}{55} = 5:6$.
3. $bc+b-1$ 【解析】在有余数的除法中, 余数总比除数小, 即余数最大为 $b-1$, 则被除数最大为 $bc+b-1$.
4. $\frac{1}{2}$ 【解析】因为标有数 m 的面和 2 相对, 标有数 n 的面和 1 相对, 且相对的两个面上的数互为倒数, 所以 $m = \frac{1}{2}$, $n = 1$, 所以 $mn = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$.
5. 10 6. 16 7. 10
8. 24 【解析】设弟弟现在的年龄是 x 岁, 那么哥哥现在的年龄是 $2x$ 岁, $x-8 = \frac{1}{4}(2x-8)$, 解得 $x = 12$, 所以哥哥现在的年龄是 $2 \times 12 = 24$ (岁).
9. 5 【解析】第 1 次输出的结果是 $\frac{1}{5} \times 3125 = 625$, 第 2 次输出的结果是 $\frac{1}{5} \times 625 = 125$, 第 3 次输出的结果是 $\frac{1}{5} \times 125 = 25$, 第 4 次输出的结果是 $\frac{1}{5} \times 25 = 5$, 第 5 次输出的结果是 $\frac{1}{5} \times 5 = 1$, 第 6 次输出的结果是 $1+4=5$, 第 7 次输出的结果是 $\frac{1}{5} \times 5 = 1, \dots$, 所以从第 4 次开始, 奇数次输出的结果为 1, 偶数次输出的结果为 5, 所以第 2024 次输出的结果是 5.
10. 二 【解析】 $a+(a+1)+(a+8)+(a+9) = 82$, 解得 $a = 16$, 对照图中信息, a 所表示的日期是星期二.
11. 75 【解析】设改进技术前生产人员的人数为 1, 产量为 1, 则改进技术前的生产效率为 1, 改进技术后的生产效率为 $(1+40\%) \div (1-\frac{1}{5}) = \frac{7}{4}$, 所以改进技术后的生产效率比改进前提高了 $(\frac{7}{4}-1) \div 1 = 75\%$.

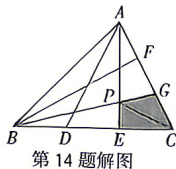


第 12 题解图

13. 七 【解析】 $800 \times (1+5\%) \div 1200 = 0.7$, 即最多可以打七折。

14. $\frac{1}{3}$ 【解析】因为 $BD = DE = EC$,

$AF = FG = GC$, 根据底高模型, 得 $S_{\triangle AMI} = S_{\triangle ANC}$, 则 $S_{\triangle PMI} = S_{\triangle APC}$, 如图, 连接 PC , 因为 $S_{\triangle PFC} = \frac{1}{2} S_{\triangle PMI}$,



第 14 题解图

$S_{\triangle PFC} = \frac{1}{2} S_{\triangle APC}$, 所以 $S_{\triangle PFC} =$

$S_{\triangle PFC}$, 根据底高模型, 得 $S_{\triangle PFC} = \frac{1}{3} S_{\triangle PNC}$, 则 $S_{\triangle PFC} = \frac{1}{4}$

$S_{\triangle PNC}$, 又因为 $AF = FG = GC$, 所以 $S_{\triangle PNC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ANC}$, 所以

$S_{\triangle PFC} = \frac{1}{12} S_{\triangle ANC}$, 则阴影部分的面积是 $2 \times \frac{1}{12} \times 2 = \frac{1}{3}$.

【模型展示】底高模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1”P3。

15. 68 【解析】每撕一次, 比上次增加 3 张纸片, 因此撕了 n 次后, 共有 $3n+1 = 205$ (张) 纸片, 则 $n = 68$.

- 二、16. (1) 原式 $= 80 \frac{1}{3}$ (2) 原式 $= \frac{739}{240}$

(3) 解: 原式 $= 11 \times (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8})$

$= 11 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8})$ (裂项相消)

$= 11 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{8})$

$= 11 \times \frac{3}{8}$

$= \frac{33}{8}$

$= \frac{33}{8}$

$\frac{3+2x}{4} - \frac{x+1}{3} = 1$

(4)

解: $3(3+2x) - 4(x+1) = 12$

$2x = 7$

$x = 3.5$

(5) 解: 设 $A = \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$, 则原式 $= (\frac{1}{5} + A)(A + \frac{1}{13}) - (\frac{1}{5} +$

$A + \frac{1}{13})A = (\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{13} + \frac{1}{13}) - (\frac{1}{5} + A + \frac{1}{13} + A) = \frac{1}{5} \times$

$\frac{1}{13} = \frac{1}{65}$.

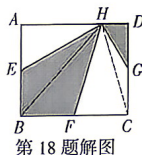
17. 解: $4 \div 2 = 2$ (厘米), $4 + 6 = 10$ (厘米), $\pi \times 2^2 \times 10 + \frac{1}{2} \times (\pi \times$

$2^2 \times 10) = 60\pi$ (立方厘米).

答: 该新几何体的体积是 60π 立方厘米.

【易错警示】新几何体的体积可以看作拼成的完整的圆柱的体积+拼成的完整的圆柱的体积的一半, 注意拼成的完整圆柱的高是 $(4+6)$ 厘米.

18. 解: 如解图, 连接 BH, CH , 因为 $AE = EB$, 根据底高模型, 得 $S_{\triangle AEM} = S_{\triangle BEM}$, 同理得 $S_{\triangle BFM} = S_{\triangle CFM}$, $S_{\triangle CDM} = S_{\triangle ADM}$, 所以 $S_{\triangle BFM} = \frac{1}{2} S_{\triangle BAC}$, $S_{\triangle CDM} = \frac{1}{2} S_{\triangle BAC}$, 所以



第 18 题解图

厘米)。

答: 阴影部分的面积是 28 平方厘米。

19. 解: 圆柱形容器的底面半径为 $12 \div 2 = 6$ (cm), 圆柱形容器的底面积为 $3 \times 6^2 = 108$ (cm²), 正方体铁块的体积为 $6 \times 6 \times 6 = 216$ (cm³). 假设正方体铁块完全浸没, 此时水上升的体积就是正方体铁块的体积, 水面上升高度为 $216 \div 108 = 2$ (cm), 原来水面高 3 cm, 放入铁块后完全浸没时的水面高度为 $3+2=5$ (cm), 而正方体铁块的棱长为 6 cm, $6 > 5$, 说明正方体铁块没有完全浸没. 设水面上升了 x cm. 放入铁块后, 水的底面积变为圆柱形容器的底面积减去正方体铁块的底面积, 即 $108 - 6 \times 6 = 72$ (cm²). 根据水的体积不变, 可列方程: $108 \times 3 = 72 \times (3+x)$, 解得 $x = 1.5$. 答: 圆柱形容器中水面上升了 1.5 cm.

20. 解: 设安排 x 名工人生产桌面, 则安排 $(20-x)$ 名工人生产桌腿, 则 $800(20-x) = 4 \times 300x$, 解得 $x = 8$, $20-8 = 12$ (名). 答: 应安排生产桌面的工人 8 名, 生产桌腿的工人 12 名.

21. 解: 每分钟走 50 米, 要迟到 8 分钟, 也就是少走 $50 \times 8 = 400$ (米); 每分钟走 $50+10 = 60$ (米), 早到 5 分钟, 即能多走 $60 \times 5 = 300$ (米), 预定时间为 $(400+300) \div 10 = 70$ (分钟), 剩余路程为 $50 \times (70+8) = 3900$ (米), 因此, 小红家到学校的路程为 $3900+50 \times 3 = 4050$ (米).

答: 小红家到学校的路程是 4050 米.

【解题技巧】盈亏问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 2”P4.

22. 解: (1) 设购进甲种商品 x 件, 则购进乙种商品 $(100-x)$ 件, 则 $(35-20)x + (50-30)(100-x) = 1800$, 解得 $x = 40$, 购进乙种商品 $100-40 = 60$ (件).

答: 需购进甲种商品 40 件, 购进乙种商品 60 件.

- (2) $300 \times 90\% = 270$ (元), $210 < 270$, 所以第一天购买甲种商品未打折, 数量为 $210 \div 35 = 6$ (件). 若第二天购买乙种商品的原总价超过 300 元且不超过 500 元, 那么原总价为 $440 \div 90\% = \frac{4400}{9}$ (元), 数量为 $\frac{4400}{9} \div 50 = \frac{88}{9}$ (件), 数量不为整数, 故排除; 若第二天购买乙种商品的原总价超过 500 元, 原总价为 $440 \div 80\% = 550$ (元), 数量为 $550 \div 50 = 11$ (件), 所以他在该超市购买甲、乙两种商品共 $6+11 = 17$ (件). 答: 这两天他在该超市购买甲、乙两种商品一共 17 件.

23. 解: (1) 120

(2) 乙的速度是 $120 \div 2 = 60$ (千米/时), $m = 120 \div 40 = 3$.

答: 乙的速度是 40 千米/时, m 的值是 3.

(3) 相遇之前, $(120-40) \div (20+40) = \frac{4}{3}$ (小时); 相遇之

后, $40 \div (20+40) = \frac{2}{3}$ (小时), $2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ (小时).

答: 甲出发 $\frac{4}{3}$ 小时或 $\frac{8}{3}$ 小时后, 甲、乙两人相距 40 千米.

20. 2026 GXYZ 入学数学真卷(二)

快速对答案

- 一、填空题 1. 15 2. 250 3. 4 4. 10 5. $\frac{24}{7}$ 6. 80
7. 45 8. 5 9. 1122 10. 3

计算题、综合实践、综合应用请看“详解详析”P12

详解详析

- 一、1. 15 2. 250

3. 4 【解析】第一次 1 上 3 下; 第二次 2 上 2 下; 第三次 3 上 1 下; 第四次将三个向上的杯子改变方向, 所以最少经过 4 次杯口都向下.

4. 10 【解析】剩余煤占总数: $1-40\%-25\% = 35\%$, 这堆煤的总吨数: $14 \div 35\% = 40$ (吨), 第二次用去的吨数: $40 \times 25\% = 10$ (吨).

5. $\frac{24}{7}$ 【解析】设上山和下山的单程路程均为 1 千米, 则上山

用时: $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ (时), 下山用时: $1 \div 4 = \frac{1}{4}$ (时), 上、下山的

平均速度: $(1+1) \div (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = \frac{24}{7}$ (千米/时).

6. 80 【解析】将甲地到乙地的路程看作单位“1”, 所以去时的速度: $1 \div 5 = \frac{1}{5}$, 返回时的速度: $1 \div 4 = \frac{1}{4}$, 去时速度是返

回速度的 $\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} \times 100\% = 80\%$.

7. 45 【解析】假设原价是 1, 则现价是 $1 \times (1+100\%) = 2$. 按照物价部门的规定, 最高定价为 $1 \times (1+10\%) = 1.1$, 则该冬装现在需降价 $(2-1.1) \div 2 \times 100\% = 45\%$.

8. 5 【解析】这期间雨天共有 $(35 \times 11 - 350) \div (35 - 28) = 5$ (天).

【解题技巧】鸡兔同笼问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 4”P4.

9. 1122 【解析】每一次相邻学生握手并转身, 可等价于: 两人交换位置, 且各自朝向保持初始状态 (面朝前的仍面朝前, 面朝后的仍面朝后). 初始面朝前的学生位于 $3k$ 位置 ($k = 1, 2, 3, \dots, 33$), 为了不再有“面对面”的情况, 这些面朝前的学生最终需移动到 k 位置 (第 1、2、...、33 位), 且互不相邻. 第 $3k$ 位置的学生, 需从 $3k$ 位置移动到 k 位置, 移动距离为 $3k-k = 2k$. 每移动 1 个位置, 需与相邻面对面学生握手 1 次, 因此该学生的握手次数为 $2k$. 100 以内 3 的倍数的数共 33 个, 所以这 33 位都要从 $3k$ 位置移动到 k 位置, 握 $1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + \dots + 33 \times 2 = 1122$ (次).

10. 3 【解析】总人数: $(6+4) \div 50\% = 20$ (人), C 类女生人数: $20 \times 25\% = 5$ (人).

- 二、1. (1) 原式 $= 1$ (2) 原式 $= 1.67$

(3) 解: 原式 $= \frac{1}{21} + \frac{2 \times 101}{21 \times 101} + \frac{5 \times 10101}{21 \times 10101} + \frac{13 \times 1010101}{21 \times 1010101}$ (重码数)

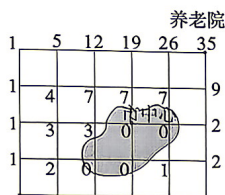
$= \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{5}{21} + \frac{13}{21}$

$= 1$

$$(4) \text{解:原式} = (4433 - 443.3) \div [2 \times (4433 - 443.3)] \\ = (4433 - 443.3) \div 2 \div (4433 - 443.3) \\ = 1 \div 2 \\ = 0.5$$

$$2. (1) 2x : 3 = 10 - \frac{x}{6} \quad (2) x \div 4 = (2x - 18) \div 5 \\ \text{解: } 4x = 60 - x \quad \text{解: } 5x = 4 \times (2x - 18) \\ 5x = 60 \quad 3x = 72 \\ x = 12 \quad x = 24$$

三、1. 解:如解图所示,从学校出发,按照标数法的规则,逐步计算到达每个点的最短路线数量,最终得到从学校到养老院的最短路线共有35条。



四、1. 解:10本图书的售价:学校 1 1 1 1 1 1
16.8×10=168(元),全部 第1题解图
卖出的总利润:504+168=672(元),每本图书的利润:16.8-10.08=6.72(元),购进图书的总本数:672÷6.72=100(本)。
答:书店购进这种图书共100本。

(易错警告) 全部成本包含未卖出图书的进价。

2. 解: $S_{\triangle EFC} + S_{\triangle DCH} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形} EFGH} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ (平方厘米),所以 $S_{\triangle BCF} + S_{\triangle DCC} = 16 - 10 = 6$ (平方厘米),所以 $S_{\text{四边形} ABCD} = S_{\triangle AFG} - S_{\triangle CFC} - S_{\triangle BCF} - S_{\triangle DCC} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形} EFGH} - \frac{1}{4} S_{\text{长方形} EFGH} - 6 = 16 - 8 - 6 = 2$ (平方厘米)。答:四边形ABCD的面积为2平方厘米。

3. 解:飞机票原价为:540÷0.6=900(元),超重的重量是:30-20=10(千克),每千克行李费:900×1.5%=13.5(元),总行李费:13.5×10=135(元)。答:应付行李费135元。

4. 解:令第一次相遇时,观景船的船速=水流速度=v(千米/时),货轮的静水速度=v₁(千米/时),货轮的速度=(v₁-v)千米/时,设两地之间的路程为s千米,则第一次相遇用时:

$$\frac{s}{v_1 - v + v} = \frac{s}{v_1} \text{ (时)}; \text{第二次相遇时,观景船的船速} = 2v \text{ (千米/时),货轮的船速} = (\frac{3}{2}v_1 - 2v) \text{ 千米/时,相遇用时:}$$

$$\frac{s}{\frac{3}{2}v_1 - 2v + 2v} = \frac{2}{3} \times \frac{s}{v_1} \text{ (时)}. \text{两次相遇用时之比为 } 1 : \frac{2}{3}, \text{观}$$

$$\text{景船第一次漂流的速度与第二次漂流的速度的比是 } 1 : 2, \text{两次漂流距离比为 } (1 \times 1) : (\frac{2}{3} \times 2) = 1 : \frac{4}{3}, \text{即 } (s - 64) : (s - 53 \frac{1}{3}) = 1 : \frac{4}{3}, \text{解得 } s = 96, 96 - 64 = 32 \text{ (千米)}, 64 : 32 = 2 :$$

$$1, \text{货轮原先的静水速度为: } 96 \div 8 \times \frac{3}{2} = 18 \text{ (千米/时)}。$$

$$\text{答:A、B两地之间的路程是96千米,货轮原先的静水速度是18千米/时。}$$

5. 解:(1)设A、B、C三个容器内盐水的质量分别为100a克、

100b克、100c克,a、b、c均为正整数,且满足a+b+c=12。

设A、B、C三个容器内盐水的浓度分别为x%,y%,z%。

A和B的盐水混合,得到浓度为3%的盐水,即100a×x%+100b×y%=3%×(100a+100b)①;A和C的盐水混合,得到浓度为8.3%的盐水,即100a×x%+100c×z%=8.3%×(100a+100c)②;B和C的盐水混合,得到浓度为8%的盐水,即100b×y%+100c×z%=8%×(100b+100c)③;A、B、C的盐水都混合,得到浓度为7.5%的盐水,即100a×x%+100b×y%+100c×z%=7.5%×1200④。①+②+③得:2×(100a×x%+100b×y%+100c×z%)=3%×(100a+100b)+8.3%×(100a+100c)+8%×(100b+100c)⑤,而由④可得100a×x%+100b×y%+100c×z%=90,代入⑤,可得3%×(100a+100b)+8.3%×(100a+100c)+8%×(100b+100c)=180⑥,又因为c=12-a-b,代入⑥可得50a+53b=156,所以b=2,因此a=1,c=9。A:100a=100×1=100(克),B:100b=100×2=200(克),C:100c=100×9=900(克)。

答:A容器内盐水的质量为100克,B容器内盐水的质量为200克,C容器内盐水的质量为900克。

(2)A、B、C的盐水都混合,得到的盐水中盐的质量为7.5%×1200=90(克),B和C的盐水混合,得到的盐水中盐的质量为8%×(200+900)=88(克),所以A的盐水中盐的质量为90-88=2(克),A的盐水浓度:2÷100×100%=2%;同理可得B的盐水中盐的质量为90-8.3%×(100+900)=7(克),B的盐水浓度:7÷200×100%=3.5%;C的盐水中盐的质量为90-3%×(100+200)=81(克),C的盐水浓度:81÷900×100%=9%。

答:A容器内盐水的浓度为2%,B容器内盐水的浓度为3.5%,C容器内盐水的浓度为9%。

21. 2026 GXYZ 入学数学真卷(三)

快速对答案

四、填空题 1. 55 2. 75 $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab$ 3. 90 4. 丙 甲

直接计算、脱式计算、解方程、解答题请看“详解详析”P13

详解详析

一、1. 1 5 $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{8}$ 1 $\frac{22}{15}$ 6 $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{2}$ 1.2

二、1. (1)原式=870 (2)原式= $\frac{3}{10}$

(3)原式=18 (4)原式=48

2. (1)原式=1 (2)原式= $\frac{7}{8}$ (3)原式=6

(4)原式=1 $\frac{1}{3}$ (5)原式=2011 $\frac{2011}{2012}$ (6)原式=13

三、1. (1)1.5:2.5=6:x (2)2×(4.5+x)=13

解:1.5x=2.5×6 解:2×(4.5+x)+2=13÷2

1.5x÷1.5=15÷1.5 4.5+x-4.5=6.5-4.5

x=10 x=2

经检验,x=10是方程的解。

$$(3)x + \frac{2}{7}x = \frac{3}{14} \quad (4)\frac{3.6}{x} = \frac{6}{5}$$

$$\text{解: } \frac{9}{7}x \div \frac{9}{7} = \frac{3}{14} \div \frac{9}{7} \quad \text{解: } 6x = 3.6 \times 5$$

$$x = \frac{1}{6} \quad 6x \div 6 = 18 \div 6$$

$$x = 3$$

$$\text{经检验, } x = 3 \text{ 是方程的解。}$$

$$2. (1)\frac{2}{5}x + 40 + (x - \frac{2}{5}x - 40) \times \frac{2}{5} + 56 = x$$

$$\text{解: } \frac{2}{5}x + 40 + (\frac{3}{5}x - 40) \times \frac{2}{5} + 56 = x$$

$$\frac{9}{25}x = 80 \quad x = \frac{2000}{9}$$

$$(2)(3x - 0.5) : (4x + 3) = 4 : 9$$

$$\text{解: } 9(3x - 0.5) = 4(4x + 3) \\ 27x - 4.5 = 16x + 12 \\ x = 1.5$$

经检验,x=1.5是方程的解。

四、1. 55 【解析】第10个三角形数是1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=(10×11)÷2=55。

2. 75 $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab$ 【解析】如解图所示,因为∠1=60°,所以∠4=180°-90°-60°=30°。因为∠3=90°÷2=45°,所以∠2=∠3+∠4=45°+30°=75°。阴影部分的面积是(a+b)×a÷2= $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab$ 。



第2题解图

3. 90 【解析】从第一层走到第三层需要经过3-1=2(个)楼层,每个楼层有36÷(3-1)=18(级)台阶,从第一层走到第六层需要走18×(6-1)=90(级)台阶。

4. 丙 甲 【解析】每人的出赛顺序都至少被一人所猜中,五个人的表述中,戊的出赛顺序只有一种说法,所以可以确定戊是第四;五个人的表述中,丁是第五或第四,因为戊是第四,所以丁只能是第五;丙是第五或第一,因为已经确定丁是第五,所以丙只能是第一;甲是第一或第三,因为前面已经确定丙是第一,所以甲只能是第三;则剩下的乙是第二。

五、1. 解:5△3=5²+(5-3)×2=25+4=29,30△(5△3)=30△29=30²+(30-29)×2=900+2=902。

2. 解:25+29-31-2=21(人)。答:冬冬和阿奇之间有21人。

3. 解:分针每分钟走 $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$,时针每分钟走 $\frac{360^\circ}{12 \times 60} = 0.5^\circ$,8点整时针与分针的较大夹角为8×30°=240°,由时间=路程差÷速度差可得,(240°-90°)÷(6°-0.5°)=27 $\frac{3}{11}$ (分)。

答:钟表的时针与分针在8点27 $\frac{3}{11}$ 分第一次垂直。

4. 解:因为能被9整除的四位数的各位数字之和能被9整除,1+7+3+□=11+□,所以□内只能填7;因为能被11整除的四位数的个位与百位的数字和减去十位与千位的数字和所得的差能被11整除,所以(7+□)-(1+3)=3+□能被11整除,所以□内只能填8;因为能被6整除的自然数是偶

数,并且数字和能被3整除,而1+7+3+□=11+□,所以□内只能填4;7+8+4=19。

答:数学老师先后填入的3个数字的和是19。

5. 解:(1)如解图所示。[作图提示]

因为小圆的直径等于大圆的半径,所以,小圆运动过程中大圆的圆心一直在小圆上。小圆的圆心到大圆的圆心一直等于小圆的半径,因为圆上的点到圆心的距离一直相等,所以,小圆圆心走过的轨迹是以点O为圆心,小圆半径长为半径的圆。

(2)从A点出发回到A点,走了一个大圆的周长,小圆转动一周,则前进一个小圆的周长,6÷2=3(厘米),6π÷3π=2(周)。

答:小圆自身至少需要转动2周才能回到A点。

(3)观察图形可以发现把小圆平均分成4份,阴影部分占了2份,所以阴影部分的面积=3.14×(6÷2÷2)²× $\frac{1}{2}$ =3.5325(平方厘米)。

答:图中阴影部分的面积为3.5325平方厘米。

6. 解:如解图,设十个村分别为A₁、A₂、A₃、A₄、A₅、A₆、A₇、A₈、A₉、A₁₀。

县城 粗管 细管

第6题解图

8000÷2000=4,当细管供应的村个数小于4时,换成细管更省工程费。因此,工程总费用最少的设计:从县城到A₁、A₂、A₃、A₄之间安3根细管,A₅、A₆之间安2根细管,A₇、A₈之间安1根细管。(30+5+2+4+2+3+2)×8000+(2×3+2×2+5×1)×2000=414000(元)。

答:水管费用应为414000元。

7. 解:先将四对夫妇的整体位置安排好,1对夫妇位置固定时,另3对夫妇一共有3×2×1=6(种)排法,每对夫妇两人可以互换位置,每对有2种排法,所以一共有6×2×2×2=96(种)排法。答:一共有96种安排座位的方法。

22. 2026 GXYZ 博雅班入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 2805 2. 5 3. 13 7 4. 88 5. 61:120

6. 2 40 7. 14.28 8. 98 9. 200 10. $\frac{31}{32}$

计算题、解答题请看“详解详析”P14。

详解详析

一、1. 2805 2. 5

3. 13 7 【解析】鸡有[(20×4)-54]÷(4-2)=13(只),兔有20-13=7(只)。

(解题技巧) 鸡兔同笼问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式4”P4。

4. 88 【解析】比4克和5克重的是两个5克,比它轻的是两个4克,和它一样重的是4克和5克,则总重:3×(5+5)+

$(1+1) \times (4+5) + 5 \times (4+4) = 88$ (克)。

5. 61 : 120 【解析】在 $\triangle AEF$ 中, $AE = \frac{1}{5}AC, AF = \frac{5}{6}BA$, 所以

$$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6}S_{\triangle ABC}; \text{在 } \triangle BDF \text{ 中}, BD = \frac{3}{4}BC,$$

$$BF = \frac{1}{6}BA, \text{所以 } S_{\triangle BDF} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8}S_{\triangle ABC}; \text{在 } \triangle CDE$$

$$\text{中}, CD = \frac{1}{4}BC, CE = \frac{4}{5}AC, \text{所以 } S_{\triangle CDE} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times S_{\triangle ABC} =$$

$$\frac{1}{5}S_{\triangle ABC}; S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} - S_{\triangle BDF} - S_{\triangle CDE} = (1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} -$$

$$\frac{1}{5})S_{\triangle ABC} = \frac{61}{120}S_{\triangle ABC}$$

模型展示底高模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1”P3。

6. 2 40 【解析】阴影部分的面积: $2 \times \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 = 2$ (cm²), 占图形总面积的 $2 \div 5 \times 100\% = 40\%$ 。

7. 14. 28 【解析】阴影部分的周长包括正方形的两条边长和以 4 厘米为半径的圆周长的 $\frac{1}{4}$, $4 \times 2 + 2 \times 3.14 \times 4 \times \frac{1}{4} = 14.28$ (厘米)。

8. 98 【解析】小明的英语考了 $94 \times 3 - 92 \times 2 = 98$ (分)。

9. 200 【解析】火车行 1 个车身长度所用的时间是 $(120-80) \div 2 = 20$ (秒), 火车的速度 $1000 \div (120-20) = 10$ (米/秒), 车身长度: $10 \times 20 = 200$ (米)。

解法提示“过桥”(车头到桥→车尾离桥): 总路程=桥长+1 个车身长。

10. $\frac{31}{32}$ 【解析】把这根木棍的全长看作单位“1”, 前五天共截取了这根木棍的 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$ 。

二、11. (1) 原式=108 (2) 原式=40

(3) 原式=1 (4) 原式=4

12. (1) $x - \frac{11}{16}x = 45$ (2) $\frac{3}{4} : x = 0.6 : \frac{2}{5}$

$$\text{解: } \frac{5}{16}x = 45$$

$$\text{解: } 0.6x = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$x = 45 \times \frac{16}{5}$$

$$0.6x = 0.3$$

$$x = 144$$

$$x = 0.5$$

经检验 $x = 0.5$ 是方程的解。

三、13. 解: 由题图可知, 圆的半径 $= AB$ 长度 $\div 2 = 3$ (厘米), 三个扇形的半径相同, 圆心角度数之和为三角形内角和 180° , 则阴影部分的面积为一个半圆面积 $= 3.14 \times 3^2 \div 2 = 14.13$ (平方厘米)。

答: 阴影部分面积是 14.13 平方厘米。

14. 解: 设旗杆实际有 x 米。根据题意有 $x : 12.8 = 1.5 : 1.2$, 解得 $x = 16$ 。答: 旗杆实际有 16 米。

15. 解: (1) 水桶底面半径: $50.24 \div 3.14 \div 2 = 8$ (厘米), 需要材料: $3.14 \times 8^2 + 50.24 \times 40 = 2210.56$ (平方厘米), 2210.56 平方厘米 ≈ 22.1056 平方米

答: 做这样一个水桶至少需要 22.1056 平方米的材料。

(2) $3.14 \times 8^2 \times 40 = 8038.4$ (立方厘米), 8038.4 立方厘米 $= 8.0384$ 升。答: 这个水桶可以装水 8.0384 升。

16. 解: 轿车追上货车时, 货车行驶时长: $3 - 0.5 = 2.5$ (小时), 货车速度: $150 \div 2.5 = 60$ (千米/时), 则 $a = 90 \div 60 = 1.5$ (小时), 所以轿车的速度: $150 \div (3 - 1.5) = 100$ (千米/时)。还剩 $330 - 150 = 180$ (千米), 轿车需要 $180 \div 100 = 1.8$ (小时), 货车需要 $180 \div 60 = 3$ (小时), $3 - 1.8 = 1.2$ (小时)。答: 轿车比货车早 1.2 小时到达乙地。

17. 解: 第 1 站: 装 20 个, 卸 0 个, 货车装载 20 个; 第 2 站: 装 19 个, 卸 1 个, 货车装载 $19 + 20 - 1 = 38$ (个), $38 = 19 \times 2$; 第 3 站: 装 18 个, 卸 2 个, 货车装载 $18 + 38 - 2 = 54$ (个), $54 = 18 \times 3$; 第 4 站: 装 17 个, 卸 3 个, 货车装载 $17 + 54 - 3 = 68$ (个), $68 = 17 \times 4$; ……根据上面的规律, 货车装载的最大值为: $11 \times 10 = 110$ (个) 或 $10 \times 11 = 110$ (个)。答: 在整个行程中, 快递货车装载的货包数量最多是 110 个。

18. 解: 降价: $100 \times 5\% = 5$ (元), 增加购入: $5 \times 4 = 20$ (件), 新售价: $100 - 5 = 95$ (元), 原总售价: $100 \times 80 = 8000$ (元), 现总售价: $95 \times (80 + 20) = 9500$ (元), 总售价增加了: $9500 - 8000 = 1500$ (元), 新利润=原利润+100, 则新总售价-原总售价=(新总成本-原总成本)+100, 所以总成本增加了 $1500 - 100 = 1400$ (元), 单件成本 $= 1400 \div 20 = 70$ (元)。答: 这种商品的成本是 70 元。

一题多解 降价 $100 \times 5\% = 5$ (元), 多订购 $5 \times 4 = 20$ (件), 共订购 $80 + 20 = 100$ (件)。利润一共增加 100 元, 设每一件商品的原利润为 x 元, $80x = (x - 5) \times 100 - 100$, 解得 $x = 30$, $100 - 30 = 70$ (元)。答: 这种商品的成本是 70 元。

19. **思路分析** 本题主要考查比例。根据题目已知的比例求出大型车: 中型车: 小型车 $= 10 : 12 : 33$, 以 10 辆大型车、12 辆中型车、33 辆小型车为一组, 可求出每组中收取小型车的通行费比大型车多 $10 \times 33 - 30 \times 10 = 30$ (元), 再根据条件可得到这天通过的车辆有 9 组, 最后利用乘法即可求得每种车的辆数。

解: 大型车: 中型车: 小型车 $= 10 : 12 : 33$ 。以 10 辆大型车、12 辆中型车、33 辆小型车为一组, 因为每组中收取小型车的通行费比大型车多 $10 \times 33 - 30 \times 10 = 30$ (元), 所以这天通过的车辆共有 $270 \div 30 = 9$ (组), 所以这天通过大型车有 $10 \times 9 = 90$ (辆), 中型车有 $12 \times 9 = 108$ (辆), 小型车有 $33 \times 9 = 297$ (辆)。答: 这天通过收费站的大型车、中型车、小型车各有 90、108、297 辆。

20. 解: 每局比赛要分出胜负分差必须在 2 分或以上, 由于每局比赛分差不超过 3 分, 故每局比赛的分差只有两种可能: 差 2 分或 3 分。4 局总得分为 $48 + 39 = 87$, 总分差为 $48 - 39 = 9$ (分), $9 = 2 \times 3 + 3 \times 1$, 则有 3 局分差为 2 分, 另一局分差为 3 分。即有一局的比分为 11 : 8, 另三局的总比分为 37 : 31。有四种情况: 11 : 8, 11 : 9, 12 : 10, 14 : 12; 11 : 8, 11 : 9, 13 : 11, 13 : 11; 11 : 8, 12 : 10, 12 : 10, 13 : 11; 11 : 8, 11 : 9, 11 : 9, 15 : 13。

答: 比分一共有 4 种情况, 分别为 11 : 8, 11 : 9, 12 : 10, 14 : 12; 11 : 8, 11 : 9, 13 : 11, 13 : 11; 11 : 8, 12 : 10, 12 : 10, 13 : 11; 11 : 8, 11 : 9, 11 : 9, 15 : 13。

23. 2026 GXYZ 博雅班入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. 9 2. 13 3. 2 4. 163 5. 8 6. 400

7. 11 8. 176

答案解析请详解详析 P15。

详解详析

一、1. 9 【解析】 $333333333^2 = 333333333 \times 333333333 = 999999999 \times 111111111 = (1000000000 - 1) \times 111111111 = 111111111000000000 - 111111111 = 111111110888888889$, 结果中有 9 位数码为奇数, 分别为 8 个 1 和 1 个 9。

2. 13 【解析】最不利的情况是, 先取完了颜色最多的黄色的筷子, 和黑色、白色各 1 根, 再任取 1 根。所以至少应该取 $10 + 1 + 1 = 13$ (根) 筷子, 才能保证取到颜色不同的两双筷子。

解题技巧 抽屉问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 1”P4。

3. 2

4. 163 【解析】9 角=90 分, 钱数除以 5 余 0, 1, 2, 3, 4 的人, 分别买 0, 2, 4, 1, 3 张 3 分画片。因此, 可将钱数分组, 可被 5 整除的有 10、15、…、90 共 17 个为 1 组, 这组同学没有买 3 分一张的画片; 除以 5 余 1 的有 11、…、86 共 16 个为 1 组, 这组同学尽可能多买 5 分一张的画片后, 还可以买 2 张 3 分一张的画片; 除以 5 余 2 的有 12、…、87 共 16 个为 1 组, 这组同学尽可能多买 5 分一张的画片后, 还可以买 4 张 3 分一张的画片; 除以 5 余 3 的有 13、…、88 共 16 个为 1 组, 这组同学尽可能多买 5 分一张的画片后, 还可以买 1 张 3 分画片; 除以 5 余 4 的有 14、…、89 共 17 个为 1 组, 这组同学尽可能多买 5 分一张的画片后, 还可以买 3 张 3 分一张的画片。则每个人都尽量多买 5 分一张的画片的情况下, 买的 3 分一张的画片总张数最多为 $16 \times 2 + 16 \times 4 + 16 + 17 \times 3 = 163$ (张)。

5. 8 【解析】原式 $= \frac{1}{4} \times (\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{2021 \times 2023} - \frac{1}{2023 \times 2025}) = \frac{1}{4} \times (\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{2023 \times 2025})$, $\frac{1}{2023 \times 2025}$ 近似为 0, 所以原式 $\approx \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \approx 0.083$, 其小数点后第 2 位数字为 8。

6. 400 【解析】设甲跑第一圈的速度为 3, 则乙跑第一圈的速度为 2。第一次相遇时, 两人用时相同, $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = 3 : 2$, 时间相同, 则 $s_{\text{甲}} : s_{\text{乙}} = 3 : 2$, 所以第一次相遇时甲跑全长的 $1 \times \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$, 乙跑了全长的 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 。当甲跑完一圈时, 乙跑全长的 $\frac{2}{3}$, 离出发点还有全长的 $\frac{1}{3}$, 用时 $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$ 后回到出发点。甲回头跑第二圈的速度为 $3 \times (1 + \frac{1}{3}) = 4$, 则当乙回到出发点, 甲已经第二次从出发点出发, 跑了全长的 $4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ 。乙回头跑第二圈的速度为 $2 \times (1 + \frac{1}{5}) = \frac{12}{5}$, 此

时两人相距全长的 $\frac{1}{3}$ 。跑第二圈 $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = 4 : \frac{12}{5} = 5 : 3$,

到第二次相遇两人用时相同, 则 $s_{\text{甲}} : s_{\text{乙}} = 5 : 3$, 所以乙回头后又跑全长的 $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5+3} = \frac{1}{8}$, 则全长为 $190 \div (\frac{3}{5} - \frac{1}{8}) = 190 \div \frac{19}{40} = 400$ (米)。

7. 11 【解析】 $14 = 2^1 \times 7, 20 = 2^2 \times 5^1, 15 = 3 \times 5^1, 25 = 5^2, 12 = 2^2 \times 3$, 初始 5 个数中, 2 的指数依次为 1, 2, 0, 0, 2, 5 的指数依次为 0, 1, 1, 2, 0, 随后每次相邻两数相乘时, 对应质因数指数相加。第 1 次相邻 2 个数依次相乘得到 4 个数, 2 的指数依次为 3, 2, 0, 2, 5 的指数依次为 1, 2, 3, 2; 第 2 次相邻 2 个数依次相乘得到 3 个数, 2 的指数依次为 5, 2, 2, 5 的指数依次为 3, 5, 5; 第 3 次相邻 2 个数依次相乘得到 2 个数, 2 的指数依次为 7, 4, 5 的指数依次为 8, 10; 第 4 次相邻两个数相乘得到最终乘积, 2 的指数为 11, 5 的指数为 18; 因此末尾 0 的个数为 11。

解题技巧 要确定 5 个数 14、20、15、25、12 经相邻两个数依次相乘最终乘积末尾 0 的个数, 需计算乘积中质因数 2 和 5 的指数 (每对 2 和 5 对应一个 0), 取较小值。

8. 176 【解析】将 1 到 10 的 10 个数分成 5 组, 每组两个数之和为 11, 还剩下 3 个单独的数 11、12、13。为了满足条件, 每组最多只能取一个数。从这 5 组中每组各取 1 个数, 再从剩下的 3 个数中任意取 2 个数, 共有 $2^5 \times 3 = 96$ (种) 取法; 从这 5 组中任意取 4 组, 每组各 1 个数, 再取走剩下的 3 个数, 共有 $5 \times 2^4 = 80$ (种) 取法。则任取 7 个数, 且任意 2 个数的和不为 11, 有 $96 + 80 = 176$ (种) 取法。

二、1. 解: 由题图②知, 大长方形的长是 $(a+2b)$ cm, 所以大长方形的宽是 $(a+2b-6)$ cm。在图①中, 将阴影区域的边平移, 可知阴影区域的周长等于大长方形的周长。在图②中, 将阴影区域的边平移, 可知阴影区域的周长比大长方形的周长少 $2 \times [2b - (a+2b-6-a)] = 12$ (cm)。答: 图①中阴影区域的周长大, 大 12 cm。

2. 解: $9 - 1 = 8$ (小时),

每交换 1 组人员, 每小时工效和提高 $\frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{1}{72}$,

同时交换 3 组人员, $1 \div (\frac{1}{9} + \frac{1}{72} + \frac{1}{72} + \frac{1}{72}) = \frac{72}{11}$ (小时) 可以完成这项生产任务,

提前 $9 - \frac{72}{11} = \frac{27}{11}$ (小时) 完成这项生产任务。

答: 可以提前 $\frac{27}{11}$ 小时完成这项生产任务。

3. 解: (1) 将 $x = [x] + \{x\}$ 代入方程, 则 $2[x] + 3[x] + 4x = 6[x] + 7[x] = 2024$; $|x| = \frac{2024 - 7[x]}{6}$, 由 $0 \leq |x| < 1$, 可得不等式组 $0 \leq \frac{2024 - 7[x]}{6} < 1$, 即 $2018 < 7[x] \leq 2024$,

$[x]$ 为整数, 则 $[x] = 289$, 代入求得 $|x| = \frac{1}{6}$,

故 $x = 289 + \frac{1}{6} = 289\frac{1}{6}$ 。

(2) 根据题意, $m = [m] + \{m\}$, 令 $[m] = a, \{m\} = b$, 即 $m = a + b$, 且 $b \neq 0$, 经过 n 次操作后, 若 n 为奇数, 则可表示为 $m \rightarrow (a - n) + b$ 。

$15 \times 0.4\% = 0.06$ (千克), 需要加入 $0.06 \div 0.02 = 3$ (匙) 洗衣粉, 水的质量为 $15 - 0.06 - 4.94 = 10$ (千克)。

答: 洗衣机中需要加入 10 千克水, 3 匙洗衣粉。

3. 解: 丁师傅单独做甲工程用时更短, 所以前 4 个小时可以让丁师傅单独完成甲工程, 同时谭师傅单独做乙工程 4 小

时, 可以完成乙工程的 $\frac{1}{15} \times 4 = \frac{4}{15}$, 4 小时后, 两人合作, 完

成乙工程的 $1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$, 需要用时 $\frac{11}{15} \div (\frac{1}{18} + \frac{1}{15}) = 6$ (时), 共

计 $4 + 6 = 10$ (时)。

答: 两人合做这两项工程至少要 10 小时才能完成任务。

4. 解: 三角形 ABD 和三角形 ADC 高相等, 所以 $BD : DC = S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ADC} = (2+3+4+5) : 6 = 7 : 3$, 三角形 BDF 与

阴影三角形高相等, 所以 $S_{\triangle BDF} : S_{\triangle DFE} = BD : DC = 7 : 3$, 即 $S_{\triangle DFE} = S_{\triangle BDF} \times \frac{3}{7} = (2+3+4) \times \frac{3}{7} = \frac{27}{7}$ 。

答: 阴影部分的面积为 $\frac{27}{7}$ 。

5. 解: 铁块在水中不完全浸没, 放入铁块后, 水层的高度为 $(16 \times 12 \times 6) \div (16 \times 12 - 8 \times 8) = 9$ (厘米), $12 - 9 = 3$ (厘米), 剩余铁块在油里完全浸没, 油层的高度为 $(8 \times 8 \times 3) \div (16 \times 12) + 6 = 7$ (厘米)。答: 油层的高是 7 厘米。

6. 解: 每人最多携带一个人 24 天物资, 设一个人每天消耗物资为 1 份, 三人总物资为 $3 \times 24 = 72$ (份), 三人先同行 6 天, 共消耗 $3 \times 6 = 18$ (份) 物资, 1 人折返, 带走 6 份物资, 剩余 48 份物资; 其余两人再同行 6 天, 消耗 12 份物资, 1 人折返, 带走 $6 \times 2 = 12$ (份) 物资, 剩余 24 份物资; 最后一人再走 6 天, 消耗 6 份物资, 返程需要 $6 \times 3 = 18$ (份) 物资, $18 + 6 = 24$ (份), 刚好够用。走得最近的一人, 深入沙漠 $18 \times 20 = 360$ (千米)。答: 其中一人最远可以深入沙漠 360 千米。

7. 解: (1) 小王两次所加油的平均单价为 $\frac{300+300}{\frac{300}{x} + \frac{300}{y}} = \frac{2xy}{x+y}$ (元/升), 小张两次所加油的平均单价为 $\frac{x+y}{2}$ 元/升。

答: 小王两次所加油的平均单价为 $\frac{2xy}{x+y}$ 元/升, 小张两次所

加油的平均单价为 $\frac{x+y}{2}$ 元/升。

(2) 当 $x=y$ 时, 小王和小张的两种加油方式一样省钱; 当 $x \neq y$ 时, 小王的加油方式更省钱。理由: $\frac{2xy}{x+y} - \frac{x+y}{2} = \frac{4xy - (x+y)^2}{2(x+y)^2} = \frac{(x-y)^2}{2(x+y)^2}$, 当 $x=y$ 时, $\frac{2xy}{x+y} - \frac{x+y}{2} = 0$, 即此时两

人加油的平均单价相等, 当 $x \neq y$ 时, 因为 $x > 0, y > 0$, 所以

$\frac{(x-y)^2}{2(x+y)^2} < 0$, 所以 $\frac{2xy}{x+y} - \frac{x+y}{2} < 0$, 即 $\frac{2xy}{x+y} < \frac{x+y}{2}$, 此时小王加油

的平均单价更低。

26. 2026 GXYZ 博雅班入学数学真卷(五)

快速对答案

一、填空题 1. $\frac{10}{17}$ 2. 990 3. — 4. 24 5. 10090

6. 20 7. 22 8. 10 : 9 9. 960 10. 5 11. 150

12. 20 13. 18 14. 19 15. 23

计算题、解答题请看“详解详析”P16。

详解详析

一、1. $\frac{10}{17}$ 2. 990

3. — 【解析】10 除以 7 余 3, 10^2 除以 7 余 2, 10^3 除以 7 余 6, 10^4 除以 7 余 4, 10^5 除以 7 余 5, 10^6 除以 7 余 1, ..., 此后余数开始循环, 周期为 6。 $1000 \div 6 = 166 \cdots 4$, 则 10^{1000} 除以 7 的余数与 10^4 除以 7 的余数相同, 均为 4, 星期四再过 4 天是星期一, 故 10^{1000} 天之后将是星期一。

4. 24

5. 10090 【解析】 $[5a] + 5a = 2018.16$, 那么 $[5a] = 2018 \div 2 = 1009, 5a = 1009.16, [25a] = [5 \times 1009.16] = [5045.8] = 5045, [[25a] + 25a] = [5045 + 5045.8] = 10090$ 。

6. 20 【解析】从亮亮家到少年宫的实际距离为 $4 \div \frac{1}{200000} = 800000$ (厘米), 800000 厘米 = 8 千米, 亮亮乘出租车从家到少年宫一共要付车费 $(8-3) \times 2 + 10 = 20$ (元)。

7. 22 【解析】除第 1 个图案外, 每增加 1 块黑色地砖, 相应的白色地砖就增加 3 块, 所以第 n 个图案中有白色地砖 $4 + 3 \times (n-1) = (3n+1)$ 块, 第 7 个蝴蝶图案中白色地砖有 $3 \times 7 + 1 = 22$ (块)。

8. 10 : 9 【解析】根据燕尾模型, 因为 $BD : DC = 3 : 4$, 所以 $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle AOC} = 3 : 4 = 15 : 20$ 。因为 $AE : CE = 5 : 6$, 所以 $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle BOC} = 5 : 6 = 15 : 18$, 所以 $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 15 : 20 : 18$, 所以 $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 20 : 18 = 10 : 9$, 即 $AF : FB = 10 : 9$ 。

(模型展示) 燕尾模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 6”P3。

9. 960 【解析】原来袋子里红球与白球数量之比是 $19 : 13 = 57 : 39$, 放入若干个红球后, 红球与白球数量之比变为 $5 : 3 = 65 : 39$, 再放入若干个白球后, 红球与白球数量之比变为 $13 : 11 = 65 : 55$, 所以红球先增加 $65 - 57 = 8$ (份), 白球后增加 $55 - 39 = 16$ (份)。放入的红球比白球少 80 个, 则每份是 $80 \div (16 - 8) = 10$ (个)。原先袋子里共有 $10 \times (57 + 39) = 960$ (个) 球。

10. 5 【解析】A、B 速度和为 $18 \div 2 = 9$ (千米/时), B 行驶的路程为 $18 - 2 = 16$ (千米), 用时 $2 \div 2 = 4$ (小时), B 的速度为 $16 \div 4 = 4$ (千米/时), 则 A 的速度为 $9 - 4 = 5$ (千米/时)。

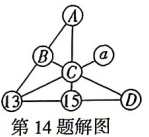
11. 150 【解析】 $980 \times \frac{31}{196} \div \frac{31}{30} = 150$ (m)。

12. 20 【解析】10 盏路灯需关 3 盏, 共亮 $10 - 3 = 7$ (盏), 1 号、10 号已固定为亮灯, 因此还需从 2~9 号灯 (共 8 盏) 中选 $7 - 2 = 5$ (盏) 灯亮着。亮着的 7 盏灯按编号顺序排列, 中间形成的空隙 (两端空隙: 1 号左侧, 10 号右侧无灯, 无效) 数量为亮灯数量 - 1 = $7 - 1 = 6$ (个), 关掉的 3 盏灯需放入这 6 个空隙中 (每个空隙最多放 1 盏, 避免相邻), 共有 $C_6^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (种) 关灯方法。

13. 18 【解析】倒入丙试管的 100 克溶液中含盐量为 $0.75\% \times (300 + 100) = 3$ (克), 倒入乙试管的 100 克溶液中含盐

量为 $3 \div 100 \times (200 + 100) = 9$ (克), 倒入甲试管的 100 克溶液中含盐量为 $9 \div 100 \times (100 + 100) = 18$ (克), 一开始倒入试管甲中的盐水浓度是 $18 \div 100 = 18\%$ 。

14. 19 【解析】圆圈中的数用字母 A, B, C, D 表示如图, $D = 2 \times 15 - 13 = 17$, $2B = A + 13$, 且 $2C = 17 + B = 15 + A$, 所以 $17 + B = 15 + 2B - 13$, 解得 $B = 15$, 所以 $C = 16, A = 16 \times 2 - 13 = 19$ 。



第 14 题解图

15. 23 【解析】若每车跟车 8 人, 则各货站不用安排人, 共需 $8 \times 4 = 32$ (人); 若每车跟车 6 人, 则需 8 人装卸的货站还需安排 2 人, 共需 $6 \times 4 + 2 = 26$ (人); 同理, 若每车跟车 5 人, 共需 $5 \times 4 + 1 + 3 = 24$ (人); 若每车跟车 4 人, 共需 $4 \times 4 + 2 + 1 = 23$ (人); 若每车跟车 3 人, 共需 $3 \times 4 + 5 + 3 + 2 + 1 = 24$ (人), 所以在最优的安排下使物流港装卸工总人数最少, 应是 23 人。

二、16. 原式 = $6 \frac{5}{7}$

17. 解: 原式 = $(32 - \frac{7}{20} \times \frac{40}{7}) \div (\frac{8}{3} \times \frac{5}{12}) - 12 \div \frac{37}{6}$

$$= (32 - 2) \div \frac{27}{12} \times \frac{72}{37} = 30 \times \frac{12}{27} \times \frac{72}{37} = 11 \frac{43}{111}$$

18. 解: 原式 = $3 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + 1 - (\frac{7}{6} + \frac{7}{6}) = 4 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} - \frac{7}{3} = 4 \frac{1}{2}$

19. 解: 原式 = $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) + \frac{1}{2} \times (\frac{1}{5} - \frac{1}{7}) + \cdots + \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2013} - \frac{1}{2015})$ (裂项相消)

$$= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2015}) = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{2015}) = \frac{1}{2} \times \frac{2012}{6045} = \frac{1006}{6045}$$

20. $\frac{300 \times 8\%}{300 + x} = \frac{120 \times 12.5\%}{120 + x}$

解: $(120 + x) \times (300 \times 0.08) = (300 + x) \times (120 \times 0.125)$
 $(120 + x) \times 24 = (300 + x) \times 15$
 $2880 + 24x = 4500 + 15x$
 $9x = 1620$
 $x = 180$

经验: $x = 180$ 是方程的解。

三、21. 解: 杯中原有 10 克糖, 喝完四次后还剩 $(\frac{1}{3})^4 \times 10 = \frac{10}{81}$

(克); 第一次加入的 6 克糖, 喝完三次后还剩 $(\frac{1}{3})^3 \times 6$

$\frac{2}{9}$ (克); 第二次加入的 6 克糖, 喝完二次后还剩 $(\frac{1}{3})^2 \times 6$

$= \frac{2}{3}$ (克); 第三次加入的 6 克糖, 喝完一次后还剩 $\frac{1}{3} \times 6 = 2$

(克); 所以, 当第四次喝完时, 此时杯中所剩糖水中有糖

$\frac{10}{81} + \frac{2}{9} + \frac{2}{3} + 2 = 3 \frac{1}{81}$ (克)。

答: 此时杯中所剩的糖水中有 $3 \frac{1}{81}$ 克糖。

22. 解: 设甲、乙初始浓度分别为 2 份/克、1 份/克, 则原来甲容器中盐的质量为 $600 \times 2 = 1200$ (份), 乙容器中盐的质量为 $500 \times 1 = 500$ (份), 总盐量为 $1200 + 500 = 1700$ (份), 乙中加水 500 克后的浓度 (倒出的盐水浓度) 为 $500 \div (500 + 500) = 0.5$ (份/克), 两容器加水使它们均为 1000 克后, 最终盐水浓度比值为 $14 : 3$, 共 17 份, 则此时 1 份中含盐量为 $1700 \div 17 = 100$ (份), 甲容器中盐的质量为 $100 \times 14 = 1400$ (份), 乙容器中盐的质量为 $100 \times 3 = 300$ (份), 乙容器中盐的质量减少了 $500 - 300 = 200$ (份), 乙容器倒入甲容器的盐水质量为 $200 \div 0.5 = 400$ (克)。答: 乙容器倒入甲容器的盐水有 400 克。

(一题多解) 设原来甲、乙容器中的盐水浓度分别是 $2a, a$, 则原来甲、乙容器中盐的质量分别是 $(600 \times 2a)$ 克和 $500a$ 克。设乙容器倒入甲容器的盐水有 x 克, 据此列方程为:

$$(600 \times 2a + x \times \frac{500}{500 + 500} a) : (500a - x \times \frac{500}{500 + 500} a) = 14 : 3,$$

解得 $x = 400$ 。

答: 乙容器倒入甲容器的盐水有 400 克。

23. 解: 第一次相遇, 两人合走一个全程, 相遇时两人行驶路程之比 = 速度之比 = $2 : 3$ 。设 A、B 之间的距离为 5 份。

甲速为 $2t$, 乙速为 $3t$, 则乙到达 A 地用时 $5 \div 3t = \frac{5}{3t}$, 乙到

达 A 地时甲距离 B 地还有 $5 - 2t \times \frac{5}{3t} = \frac{5}{3}$ (份), 甲走完剩

余路程用时 $\frac{5}{3} \div 2t = \frac{5}{6t}$, 此时乙已经出发返回 B 地; 返回

的过程甲的速度变为 $2t \times (1 + \frac{1}{2}) = 3t$, 乙的速度变为 $3t$ 。

$(1 + \frac{1}{3}) = 4t$, 甲返程时乙已经行驶了全程的 $\frac{5}{6t} \times 4t = \frac{10}{3}$

(份), 从甲返程的第二次相遇用时 $(5 - \frac{10}{3}) \div (3t + 4t) = \frac{5}{21t}$

(份), 第二次相遇时, 甲行驶了全程的 $\frac{5}{21t} \times 3t = \frac{5}{7}$ (份), 乙

行驶了全程的 $\frac{5}{21t} \times 4t + \frac{10}{3} = \frac{30}{7}$ (份), 甲、乙行驶路程比为

$\frac{5}{7} : \frac{30}{7} = 1 : 6$, 两次相遇点相距 55 千米, 所以 A、B 两地

相距: $55 \div (\frac{3}{2+3} - \frac{1}{1+6}) = 120.3125$ (千米)。

- 答:A、B 两地相距 120.3125 千米。
24. 解:如解图,连接 AI ,根据燕尾模型可知 $S_{\triangle BCI} : S_{\triangle ACI} = BD : AD = 2 : 1$, $S_{\triangle BCI} : S_{\triangle ABI} = CF : AF = 1 : 2$,所以 $S_{\triangle BCI} : S_{\triangle ABI} : S_{\triangle ACI} = 2 : 4 : 1$ 。又因为 $S_{\triangle BCI} + S_{\triangle ABI} + S_{\triangle ACI} = S_{\triangle ABC}$,所以 $S_{\triangle BCI} = \frac{2}{7} S_{\triangle ABC}$ 。连接 BG, CH ,同理可得, $S_{\triangle AGC} = S_{\triangle ABH} = \frac{2}{7} S_{\triangle ABC}$,所以阴影三角形 HGI 的面积 = $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BCI} - S_{\triangle ACI} - S_{\triangle ABH} = \frac{1}{7} S_{\triangle ABC}$,即 $\triangle ABC$ 的面积是阴影三角形 HGI 面积的 7 倍。
- 答: $\triangle ABC$ 的面积是阴影三角形 HGI 面积的 7 倍。
- (模型展示)**燕尾模型:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 6”P3。
25. 解:设搬运一个仓库的工作量为“1”,则甲的效率为 $\frac{1}{10}$,乙的效率为 $\frac{1}{12}$,丙的效率为 $\frac{1}{15}$,有两个仓库,工作总量是 $1+1=2$,甲、乙、丙用同样的时间搬完 A、B 两个仓库,则其需要的时间为 $2 \div (\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}) = 8$ (小时),甲完成了 A 仓库的 $\frac{1}{10} \times 8 = \frac{4}{5}$,丙完成了 A 仓库的 $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$,丙用时为 $\frac{1}{5} \div \frac{1}{15} = 3$ (小时)。答:丙帮助甲搬运了 3 小时。
26. 解:(1)①当 $0 < t \leq 2$ 时,点 P 在 AB 上运动,此时 $BP = (4-2t)$ cm,当 $2 < t \leq 4$ 时,点 P 在 BC 上运动,此时 $BP = (2t-4)$ cm。答:当 $0 < t \leq 2$ 时, BP 的长度为 $(4-2t)$ cm,当 $2 < t \leq 4$ 时, BP 的长度为 $(2t-4)$ cm。②当 $0 < t \leq 2$ 时,点 P 在 AB 上运动,点 Q 在 BC 上运动, $2(4-2t) = t$,则 $t = \frac{8}{5}$;当 $2 < t \leq 4$ 时,点 P 在 BC 上运动,点 Q 在 BC 上运动, $2(2t-4) = t$,则 $t = \frac{8}{3}$ 。答:当 $0 < t \leq 2$ 时, $t = \frac{8}{5}$;当 $2 < t \leq 4$ 时, $t = \frac{8}{3}$ 。
- (2)③当点 P 运动到点 C 时,用时 $(4+4) \div 2 = 4$ (s), $4 \times 4 \div 4 = 4$,此时点 M 共运动了 4 个 DC 的长度,即运动到点 D 。再经过 $4 \div (2+4) = \frac{2}{3}$ (s),点 P 与点 M 第一次重合,则 $t = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ (s), $DP = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ (cm)。
- 答: t 的值为 $\frac{14}{3}$ s,此时线段 DP 的长度为 $\frac{8}{3}$ cm。
- ④点 P : $0 < t \leq 2$ 在 AB 上, $2 < t \leq 4$ 在 BC 上, $4 < t \leq 6$ 在 CD 上, $6 < t < 8$ 在 DA 上;点 Q : $0 < t \leq 4$ 在 BC 上, $4 < t < 8$ 在 CD 上;点 M :始终在 CD 上;所以 t 的取值范围为 $(4, 8)$ 分段计算 t 的范围,由于点 M 从 $t = 4$ s 开始每隔 1 秒走完一条边,则分四段: $4 < t \leq 5, 5 < t \leq 6, 6 < t \leq 7, 7 < t < 8$,当 $4 < t \leq 5$, $\begin{cases} 4t-16 \geq 12-2t \\ 4t-16 \leq 8-t \end{cases}$,解得 $\frac{14}{3} \leq t \leq \frac{24}{5}$;当 $5 < t \leq 6$,

$$\begin{cases} 24-4t \geq 12-2t \\ 24-4t \leq 8-t \end{cases}, \text{解得 } \frac{16}{3} \leq t \leq 6; \text{当 } 6 < t \leq 7, 4t-24 = 8-t, \text{解得 } t = \frac{32}{5}; \text{当 } 7 < t < 8, 32-4t = 8-t, \text{解得 } t = 8(\text{舍去}).$$

综上所述, $\frac{14}{3} \leq t \leq \frac{24}{5}$ 或 $\frac{16}{3} \leq t \leq 6$ 或 $t = \frac{32}{5}$ 时,点 M 落在线段 PQ 上。答:点 M 落在线段 PQ 上时, t 的取值范围为 $\frac{14}{3} \leq t \leq \frac{24}{5}$ 或 $\frac{16}{3} \leq t \leq 6$ 或 $t = \frac{32}{5}$ 。

27. 2026 GXYZ 博雅班入学数学真卷(六)

快速对答案

一、填空题 1. 115° 2. 0 3. 2.4 4. 4 5. 16 6. 5
7. 420 8. 32 9. 3200 10. 7 11. 124 12. B
13. 6 14. 1015

计算题、解答题请看详解详析 P17。

详解详析

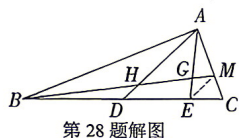
- 一、1. 115° 2. 0 3. 2.4
4. 4 【解析】三阶幻方的中心数 $= 21 \div 3 = 7$,则第二行第一个数 $= 21 - 7 - 3 = 11$, $\star = 21 - 11 - 6 = 4$ 。
5. 16 【解析】109 和 93 这两个数除以同一个两位数,得到相同的余数,则它们的差是这个数的倍数, $109 - 93 = 16$,16 的因数中是两位数的只有 16。
- (解题技巧)**同余定理:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——二、技巧 5”P3。
6. 5 【解析】 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} AD \times DE = \frac{5}{12} AD \times DC$,所以 $DE : DC = 5 : 6$, $DC = 6$ cm,则 $DE = 6 \times \frac{5}{6} = 5$ (cm)。
7. 420 【解析】相遇时快车和慢车行驶的路程比为 $8 : 6 = 4 : 3$,A、B 两地之间的距离是 $30 \times 2 \div \frac{4-3}{4+3} = 420$ (千米)。
8. 32 【解析】第一次喝完还剩 $1 - 20\% = 80\%$ 的纯牛奶,加水搅匀后喝去 60% ,杯中的纯牛奶是杯子容积的 $80\% \times (1 - 60\%) = 32\%$ 。
9. 3200 【解析】设成本为“1”,则按 20% 利润定价后是 1.2 ,售价为 $1.2 \times 0.9 = 1.08$,利润率为 $(1.08 - 1) \div 1 \times 100\% = 8\%$,成本: $256 \div 8\% = 3200$ 。
- (解题技巧)**三价两率问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 5”P4。
10. 7 【解析】根据容斥原理可知, $42 = 26 + 17 + 19 - 9 - 4$ —既爱打篮球又爱打排球的人数,所以既爱打篮球又爱打排球的有 $26 + 17 + 19 - 9 - 4 = 42$ 。
11. 124 【解析】 $1123 \div 9 = 124 \dots 7$,最多 124 所学校参加了这次入学考试,可以保证至少有 10 名同学来自同一所学校。
12. B 【解析】若 A 是第一名,则 D、F 猜测均正确,与题目不符;若 B 是第一名,则 D、F 猜测均错误,只有 E 猜测正确;若 C 是第一名,则 E、F 猜测均正确,与题目不符。所以 B 是第一名。
13. 6 【解析】甲、乙的速度比 $= 1 : 2$,则路程比 $= 1 : 2$,第

- 一次相遇乙比甲多走 $2 \times 100 = 200$ (米),总路程为 $200 \div \frac{2-1}{2+1} = 600$ (米),第一次相遇用时: $600 \div (50 + 100) = 4$ (分钟),甲走 200 米,乙走 400 米。新相遇点仍距中点 100 米,甲需走 400 米, $400 \div 50 = 8$ (分钟),乙需走 200 米,时间: $200 \div 100 = 2$ (分钟),乙休息时间: $8 - 2 = 6$ (分钟)。
14. 1015 【解析】将 1~2025 按差为 7 进行分组,每 14 个数为一组,例如 $(1, 8)$ 、 $(2, 9)$ 、 $(3, 10)$ 、 $(4, 11)$ 、 $(5, 12)$ 、 $(6, 13)$ 、 $(7, 14)$ 。这样的大组一共有 $2025 \div 14 = 144$ (组)……9(个),即 2025 个数可以分成 144 个完整大组,在每一大组的 14 个数里,选取前 7 个数,最多可以选 $144 \times 7 = 1008$ (个数),还剩余 9 个数(2017~2025),可以选取其中的 7 个数(如 2017~2023),这样能保证任意两数差不为 7。所以最多可以选出 $1008 + 7 = 1015$ (个数)。
- 二、15. 原式 $= 2$
16. 解:原式 $= (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) - \frac{1}{6} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$
 $= (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times [\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})] - \frac{1}{6} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$
 $= (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$
 $= \frac{1}{6} \times (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4})$
 $= \frac{1}{6}$
17. 解:原式 $= 39 \times \frac{148}{149} + 86 \times \frac{148}{149} + 24 \times \frac{148}{149}$
 $= (39 + 86 + 24) \times \frac{148}{149}$
 $= 148$
18. $\frac{1}{3} \times (6 - 3x) + 2 = \frac{1}{2} \times (4x + 2)$
 解: $2 - x + 2 = 2x + 1$
 $3x = 3$
 $x = 1$
19. $[135 \div (11 + x) - 1] \div 7 \times \frac{1}{6} = 1$
 解: $135 \div (11 + x) - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$
 $135 \div (11 + x) = 1$
 $11 + x = 135$
 $x = 124$
20. 解:原式 $= (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}) + (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}) + (\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}) + \dots + (\frac{1}{44^2} - \frac{1}{45^2})$
 (裂项相消)
 $= 1 - \frac{1}{45^2}$
 $= \frac{2024}{2025}$

- 三、21. 解:甲、乙两人的钱买 6 张票还差: $43 - 13 = 30$ (元)。甲、乙两人的钱买 3 张票富余: $56 - 20 = 36$ (元),则 3 张票的价格为 $36 + 30 = 66$ (元),1 张票: $66 \div 3 = 22$ (元)。答:电影票 1 张 22 元。
22. 解:刚开始请假人数是总人数的 $\frac{1}{9+1} = \frac{1}{10}$,再请假 2 人,则请假人数是总人数的 $\frac{3}{22+3} = \frac{3}{25}$,则总人数: $2 \div (\frac{3}{25} - \frac{1}{10}) = 100$ (人)。答:这个社团共有 100 人。
23. 解:甲种酒精浓度: $6 \div (6 + 9) \times 100\% = 40\%$;乙种酒精浓度: $9 \div (9 + 3) \times 100\% = 75\%$ 。根据十字相乘法可得 $50\% - 40\% = \frac{2}{5}$,需要乙种酒精溶液 $7 \times \frac{2}{2+5} = 2$ (千克),甲种酒精溶液 $7 \times \frac{5}{2+5} = 5$ (千克)。答:甲种酒精溶液需要 5 千克,乙种酒精溶液需要 2 千克。
- (解题技巧)**浓度问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 3”P4。
24. 解:容器中水的体积为 $3.14 \times 5^2 \times 15 = 1177.5$ (cm^3),放入铁圆柱后完全浸没需要水 $3.14 \times (5^2 - 2^2) \times 18 = 1186.92$ (cm^3), $1186.92 > 1177.5$,所以容器中水未没过铁圆柱。容器的水深: $1177.5 \div [3.14 \times (5^2 - 2^2)] \approx 17.86$ (cm)。答:这时容器的水深大约是 17.86 厘米。
25. 解:从北京到上海,实际车速:计划车速 $= 10 : 9$,那么实际用时:计划用时 $= 9 : 10$,所以计划用时 $1.5 \div \frac{10-9}{10} = 15$ (小时);返回时,提速前后的速度比为 $6 : 7$,则提速后的用时与实际用时比为 $7 : 6$,1 小时 40 分钟 $= \frac{5}{3}$ 小时。提速后行驶了 $\frac{5}{3} \div \frac{7-6}{7} = \frac{35}{3}$ (小时)。因此返程的前半段用时为 $15 - \frac{35}{3} = \frac{10}{3}$ (小时),原计划速度为 $280 \div \frac{10}{3} = 84$ (千米/时),两市间的路程是 $84 \times 15 = 1260$ (千米)。答:北京、上海两市间的路程是 1260 千米。
26. 解:设水果的成本价为“1”,原计划利润为 40% ,实际利润为 $40\% \times 44\% = 17.6\%$,即实际所得的总钱数为 $1 \times (1 + 17.6\%) = 1.176$ 。 40% 的利润的售价为 $1 \times (1 + 40\%) = 1.4$,售出六成所得的钱数为 $1.4 \times 60\% = 0.84$ 。坏了一成,则剩下三成售出所得钱数为 $1.176 - 0.84 = 0.336$ 。打折后的售价为 $0.336 \div 30\% = 1.12$,打折 $1.12 \div 1.4 \times 100\% = 80\%$ 。答:商店打折处理时打了八折。
27. 解:设总工程量为“1”,则工作效率之和:甲+乙+丙 $= \frac{1}{45}$,甲+乙+丁 $= \frac{1}{40}$,乙+丙+丁 $= \frac{1}{36}$,甲+丙+丁 $= \frac{1}{30}$,则 $3 \times$ (甲+乙+丙+丁) $= \frac{1}{45} + \frac{1}{40} + \frac{1}{36} + \frac{1}{30}$,即甲+乙+丙+丁 $= \frac{13}{360}$ 。则工作效率:丁 $= \frac{13}{360} - \frac{1}{45} = \frac{1}{72}$,丙 $= \frac{13}{360} - \frac{1}{40} = \frac{1}{90}$,甲 $= \frac{13}{360} - \frac{1}{36} = \frac{1}{120}$,乙 $= \frac{13}{360} - \frac{1}{30} = \frac{1}{360}$,只承包给一个人,且要求在 100 天内完成,则甲、乙不合适,丙需要 90 天,丁需要 72

天. 甲、乙、丙、丁的日工资设为 $w_{\text{甲}}, w_{\text{乙}}, w_{\text{丙}}, w_{\text{丁}}$, 则 $45(w_{\text{甲}} + w_{\text{乙}} + w_{\text{丙}}) = 2700, 40(w_{\text{甲}} + w_{\text{乙}} + w_{\text{丁}}) = 2800, 36(w_{\text{乙}} + w_{\text{丙}} + w_{\text{丁}}) = 2880, 30(w_{\text{甲}} + w_{\text{丙}} + w_{\text{丁}}) = 2700$; 四式相加并化简得 $w_{\text{甲}} + w_{\text{乙}} + w_{\text{丙}} + w_{\text{丁}} = 100$, 解得 $w_{\text{甲}} = 100 - 70 = 30$, 选丙支付工程款: $90 \times 30 = 2700$ (元); $w_{\text{丁}} = 100 - 60 = 40$, 选丁支付工程款: $72 \times 40 = 2880$ (元); $2700 < 2880$, 故将工程交给丙。

28. 解: 如解图, 连接 EM . 因为 $AM : MC = DE : EC = 2 : 1$, 且 $\angle C$ 为公共角, 则 $\triangle EMC \sim \triangle DAC$, $AD \parallel ME$, 所以 $AD : ME = (2+1) : 1 = 3 : 1$; 因为 $AD \parallel ME$, 且 $\angle MBC$ 为公共角, 所以 $\triangle BHD \sim \triangle BME$, $BH : HM = BD : DE = 3 : 2$, $HD : ME = 3 : (3+2) = 3 : 5$, 所以 $HA : ME = (AD - HD) : ME = (3ME - \frac{3}{5}ME) : ME = 12 : 5$, 因为 $AD \parallel ME$, $\angle AGH = \angle EGM$, 所以 $\triangle AGH \sim \triangle EGM$, 所以 $HG : MG = HA : ME = 12 : 5$; 所以 $BH : HG : GM = (12 + 5) \times \frac{3}{2} : 12 : 5 = 51 : 24 :$



第 28 题解图

$$10. \text{ 因此 } S_{\triangle BME} = \frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{5}{18}, S_{\triangle BMD} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 S_{\triangle BME} = \frac{1}{10}, S_{\triangle CHM} = \frac{10}{51+24+10} \times S_{\triangle BME} = \frac{5}{153}, S_{\text{四边形HDEC}} = S_{\triangle BME} - S_{\triangle BMD} - S_{\triangle CHM} = \frac{37}{255}.$$

答: 四边形 $HDEC$ 的面积为 $\frac{37}{255}$.

29. 解: 甲、乙同时出发, 第一次甲追上乙时, 甲比乙多跑 400 米, 用时 $400 \div (8-6) = 200$ (秒), 此时甲跑了 $200 \times 8 = 1600$ (米), 乙跑了 $1600 - 400 = 1200$ (米); 追上后甲的速度变为 $8-2=6$ (米/秒), 乙的速度变为 $6-0.5=5.5$ (米/秒), 甲第二次追上乙用时 $400 \div (6-5.5) = 800$ (秒), 期间甲跑了 $800 \times 6 = 4800$ (米), 乙跑了 $4800 - 400 = 4400$ (米); 之后甲的速度变为 $6-2=4$ (米/秒), 乙的速度变为 $5.5-0.5=5$ (米/秒), 变为乙追甲, 乙追上甲时, 用时 $400 \div (5-4) = 400$ (秒), 期间甲跑了 $400 \times 4 = 1600$ (米), 乙跑了 $400 \times 5 = 2000$ (米); 甲的速度变为 $4+0.5=4.5$ (米/秒), 乙的速度为 $5+0.5=5.5$ (米/秒), 并以这样的速度跑完剩下的路程, 甲剩余 $10000 - 1600 - 4800 - 1600 = 2000$ (米), 还需用时 $2000 \div 4.5 = \frac{4000}{9}$ (秒); 乙剩余 $10000 - 1200 - 4400 - 2000 = 2400$ (米), 还需用时 $2400 \div 5.5 = \frac{4800}{11}$ (秒), $\frac{4000}{9} > \frac{4800}{11}$, 所以乙先到达; 乙到达终点后甲还有 $2000 - \frac{4800}{11} \times 4.5 = 36 \frac{4}{11}$ (米). 答: 领先者到达终点时, 另一人距终点 $36 \frac{4}{11}$ 米。

30. 解: 根据相邻不同色的环形染色的公式: 染色数 $= (k-1)^n + (-1)^n \times (k-1)$, 可知 6 个区域用 5 种颜色进行染色, 共有

$(5-1)^6 + (-1)^6 \times (5-1) = 4^6 + 1 \times 4 = 4096 + 4 = 4100$ (种) 不同的染色方式。

答: 共有 4100 种不同的染色方式。

31. 解: 因为总数为 $1+9+15+31=56, 56 \div 4=14, 14$ 是一个偶数。1 和 3 都为奇数, 根据数和的奇偶性可知, 每操作一次改变一次奇偶性, 各堆石子数均为奇数, 则第奇次操作后每堆数量变为偶数, 所以, 需要奇数次操作后才有可能每堆数量相等; 每次从其中的三堆同时各取出 1 个, 要有偶数堆改变结果需要偶数次操作, 4 堆都要改变, 则需偶数次, 操作矛盾, 所以结果是不可能的。
- 答: 不能经过若干次操作, 使得这四堆石子的个数都相同。
32. 解: 设中间的数为 $15a$, 则最小的数是 $(15a-1)$, 最大的数是 $(15a+1)$; 因为 $(15a-1)$ 是 13 的倍数, 则 a 最小为 59, $15a=885$, 此时最小的数为 884 (是 13 的倍数), 最大的数为 886 (不是 17 的倍数); 下一个符合 $(15a-1)$ 是 13 的倍数的 a 为 $59+13=72, 15a=1080$, 此时最小的数为 1079 (是 13 的倍数), 最大的数为 1081 (不是 17 的倍数); 下一个符合 $(15a-1)$ 是 13 的倍数的 a 为 $72+13=85, 15a=1275$, 此时最小的数为 1274 (是 13 的倍数), 最大的数为 1276 (不是 17 的倍数); 下一个符合 $(15a-1)$ 是 13 的倍数的 a 为 $85+13=98, 15a=1470$, 此时最小的数为 1469 (是 13 的倍数), 最大的数为 1471 (不是 17 的倍数); 下一个符合 $(15a-1)$ 是 13 的倍数的 a 为 $98+13=111, 15a=1665$, 此时最小的数为 1664 (是 13 的倍数), 最大的数为 1666 (是 17 的倍数)。
- 答: 符合条件的最小整数是 1664, 1665, 1666。

28. 2026 GXYZ 博雅班入学数学真卷(七)

快速对答案

一、填空题 1. 69999 2. 4032 3. 156 4. 62 5. 55

6. 30 7. 240 120 8. 60% 9. 4 5 分、1 分、1 分、10. 13

计算题、解答题请看“详解详析”P18

详解详析

- 一、1. 69999 【解析】根据题意, $a+1$ 必须在 a 的基础上进位, 不然 a 和 $a+1$ 的各位数字之和就成为两个相邻的自然数, 显然不可能同时被 7 整除, 这样 a 的个位数字只能是 9, 而 $a+1$ 的个位数字必然是 0。首先, $a+1$ 不会是两位数, 因为个位数字是 0, 各位数字之和能被 7 整除的两位数只有 70, 而 69 的各位数字之和不能被 7 整除; 因此考虑 $a+1$ 是三位数是 $\overline{AB0}$, 此处 B 只能是 0, 不然 a 的各位数字之和一定是 $A+(B-1)+9=A+B+8$, 而 $a+1$ 的各位数字之和是 $A+B, A+B$ 和 $A+B+8$ 不会同时被 7 整除, 当 B 是 0 时, A 只能是 7, 即 $a+1$ 等于 700, 但 a 等于 699, 各位数字之和不能被 7 整除, 说明 $a+1$ 不能是三位数; 同理可得, $a+1$ 不能是四位数, $a+1$ 至少是五位数, 而且末尾四位也必须都是 0, 即 $a+1=70000, a=70000-1=69999$ 。
2. 4032 【解析】先从 10 个数字中选出 5 个数字, 共有 $C_{10}^5 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$ (种) 选法, 将选出来的 5 个数字按照从小到大顺序分别标号为 ①②③④⑤, 填在黑格中的数字

有两种选法: ④⑤或③⑤。第 1 种情况: 若 ④⑤填在黑格中, 则 ①②③填在白格中, 共有 $A_2^2 \times A_3^3 = 12$ (种) 不同的填法。第 2 种情况: ③⑤填在黑格中, 此时 ④只能填在 ⑤右侧的白格中, 所以此时共有 $A_2^2 \times A_2^2 = 4$ (种) 不同的填法。综上所述, 共有 $252 \times (12+4) = 4032$ (种) 不同的填法。

3. 156 【解析】设这个自然数是 x , 它与 168 的和是 m 的平方, 它与 100 的和是 n 的平方, 根据题意, 得 $x+168=m^2, x+100=n^2$, 所以 $m^2-n^2=(m+n) \times (m-n)=68$, 因为 $m+n$ 与 $m-n$ 奇偶性相同, 且 68 是偶数, 所以 $m+n$ 和 $m-n$ 均为偶数, 由 68 的因数可得, 只有 $68=2 \times 34$ 满足要求, 即 $m+n=34, m-n=2$, 解得 $m=18, n=16$, 这个自然数是 $18^2-168=156$ 。
4. 62 【解析】要使截的次数最少, 就要尽量多截长为 36 厘米的短铅丝, $1996 \div 36 = 55$ (段) $\cdots 16$ (厘米), 如果全截成 36 厘米的短铅丝, 还剩余 16 厘米的铅丝, 所以为了保证无剩余, 要将一段铅丝截成 19 厘米长的短铅丝, 2 根 19 厘米的短铅丝与 1 根 36 厘米的短铅丝的长度相近, $19 \times 2 - 36 = 2$ (厘米), 即 2 根 19 厘米的短铅丝与 1 根 36 厘米长的短铅丝长度相差 2 厘米, 所以截 $16 \div 2 \times 2 = 16$ (根) 19 厘米长的短铅丝和 $55 - 16 \div 2 = 47$ (根) 36 厘米长的短铅丝能保证截的次数最少且无剩余, 一共需要截 $16+47-1=62$ (次)。
5. 55 【解析】因为不管怎么选都不能拼成三角形, 所以可以让两边之和等于第三边, 因为木条根数较多, 所以可以从最小的边开始选起, $1+2=3, 2+3=5, 3+5=8, 5+8=13, 8+13=21, 13+21=34, 21+34=55, 34+55=89$, 所以 10 根木条的长度分别为 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 第二长的木条长度为 55。
6. 30 【解析】从 6 个数中选出 5 个数, 有 6 种选法, 每种选法按题意填数, 有 5 种填法, $6 \times 5 = 30$ (种) 不同的填法。
7. 240 120 【解析】将 385 分解质因数可得 $385=5 \times 7 \times 11$, 在 1~385 中, 5 的倍数有 77 个, 7 的倍数有 55 个, 11 的倍数有 35 个, 其中 $5 \times 7 = 35$ 的倍数有 11 个, $5 \times 11 = 55$ 的倍数有 7 个, $7 \times 11 = 77$ 的倍数有 5 个, 385 的倍数有 1 个。由容斥原理可得, 在 1~385 中, 能被 5、7 或 11 整除的数有 $77+55+35-(11+7+5)+1=145$ (个), 所以最简真分数有 $385-145=240$ (个)。因为当 $\frac{a}{385}$ 是最简真分数时, $\frac{385-a}{385}$ 也是最简真分数, 且与 $\frac{a}{385}$ 的和恰好为 1, 即最简真分数都是成对出现的且每对分数之和都是 1, 240 个最简真分数可以分成 120 对, 故为 120。
8. 60% 【解析】在 1~8 中, 偶数有 4 个, 奇数有 4 个。从 1~8 中任选两个数 (可以重复) 相乘, 积是奇数的有 $4 \times 4 = 16$ (个), 积是偶数的有 $8 \times 8 - 4 \times 4 = 48$ (个)。由奇数+偶数=奇数, 得四位数的前两位数和后两位数的乘积分别为奇数、偶数或偶数、奇数时, 这个四位数是 A 类数, 则 A 类数有 $16 \times 48 \times 2 = 1536$ (个); 由偶数+偶数=偶数和奇数+奇数=偶数得, 四位数的前两位数和后两位数的乘积分别为偶数、偶数或奇数、奇数时, 原四位数为 B 类数, 则 B 类数有 $48 \times 48 + 16 \times 16 = 2560$ (个), $1536 \div 2560 = 60\%$ 。
9. 4 5 分、1 分、1 分、1 分 【解析】 $8+7+17=32$ (分), $32=2 \times 16=4 \times 8$, 如果只有两个项目, 则每个项目前三名得之分

和为 16 分, 第一名至少得 8 分, 而甲得了一个第一名, 总分为 8 分, 这种情况下, 甲的另一项没得分, 与囊括前三名的得分之和为 8 分。因为第一名的得分不低于第二、三名得分的和, 所以第一、二、三名的得分有两种可能: 4 分、3 分、1 分或 5 分、2 分、1 分。第一、二、三名得分分别为 4 分、3 分、1 分时不符合甲的得分情况, 所以第一、二、三名的得分分别为 5 分、2 分、1 分, 甲的得分分别为 5 分、1 分、1 分。

10. 13 【解析】甲代表团坐满若干辆车后余 11 人, 说明甲代表团的人数 (简称甲数) 除以 36 余 11; 两代表团余下的人正好坐满一辆车, 说明乙代表团余 36-11=25 (人), 即乙代表团的人数 (简称乙数) 除以 36 余 25; 甲代表团的每个成员与乙代表团的每个成员两两合拍一张照片, 共要拍 “甲数 $\times$ 乙数” 张照片, 因为每个胶卷可拍 36 张, 所以最后一个胶卷拍的张数等于 “甲数 $\times$ 乙数” 除以 36 的余数。因为甲数除以 36 余 11, 乙数除以 36 余 25, 所以 “甲数 $\times$ 乙数” 除以 36 的余数等于 11×25 除以 36 的余数。($11 \times 25 \div 36 = 7 \cdots 23$, 即照相机里的胶卷还可拍 $36-23=13$ (张) 照片。

$$\text{二、1. 解: 原式} = \frac{1}{4} \times (4.85 \times \frac{18}{5} - \frac{18}{5} + 6.15 \times \frac{18}{5}) + [5.5 - \frac{7}{4} \times (\frac{5}{3} + \frac{19}{21})]$$

$$= \frac{1}{4} \times (4.85 - 1 + 6.15) \times \frac{18}{5} + (5.5 - \frac{7}{4} \times \frac{5}{3} - \frac{7}{4} \times \frac{19}{21})$$

$$= \frac{1}{4} \times 10 \times \frac{18}{5} + (5.5 - \frac{35}{12} - \frac{19}{12})$$

$$= 9 + 5.5 - 4.5 = 10$$

$$\text{2. 解: 原式} = \frac{100}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{100}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4} + \frac{100}{3 \times 4 \times 5} - \frac{1}{4 \times 5} + \cdots$$

$$= \frac{100}{99 \times 100 \times 101} - \frac{1}{100 \times 101}$$

$$= 100 \times (\frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} - \cdots)$$

$$= \frac{1}{99 \times 100 \times 101} - (\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} - \cdots + \frac{1}{100 \times 101})$$

$$= 100 \times \frac{1}{2} \times (\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \cdots - \frac{1}{99 \times 100} + \frac{1}{100 \times 101}) - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{100} - \frac{1}{101})$$

$$= 50 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{100 \times 101}) - (\frac{1}{2} - \frac{1}{101})$$

$$= 25 - \frac{1}{202} - \frac{1}{101}$$

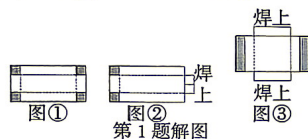
$$= 24 \frac{51}{101}$$

$$3. \text{解:原式} = \frac{(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{19})-(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{20})}{\frac{1}{31}\times(\frac{1}{11}+\frac{1}{20}+\frac{1}{12}+\frac{1}{19}+\frac{1}{13}+\frac{1}{18}+\frac{1}{14}+\frac{1}{17}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16})} \\ = \frac{(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{19})-2\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{20})}{\frac{1}{31}\times(\frac{1}{11}+\frac{1}{20}+\frac{1}{12}+\frac{1}{19}+\frac{1}{13}+\frac{1}{18}+\frac{1}{14}+\frac{1}{17}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16})} \\ = \frac{1+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}}{\frac{1}{31}\times(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20})} \\ = 31$$

$$4. \text{解:令 } a=3+\frac{1}{4+\frac{1}{\cdots+\frac{1}{2009}}}, \text{ 则原式} = \frac{1}{2+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{a}} = \frac{2a+1}{a} \\ \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{a+1}{a}}} = \frac{a}{2a+1} + \frac{1}{2a+1} = \frac{a+1}{2a+1} = \frac{2a+1}{2a+1} = 1 \text{ (整体代入)}$$

三、1. 解:如解图,可有如下三种情况:

① $(40-5-5)\times(20-5-5)\times 5=1500$ (立方厘米);② $(40-5)\times(20-5-5)\times 5=1750$ (立方厘米);③ $(40-5-5-5-5)\times 20\times 5=2000$ (立方厘米)。2000>1750>1500。



第1题解图

答:做出的铁皮盒容积最大是2000立方厘米。

2. 解:设小花狗和波斯猫早晨见面 x 次,晚上见面 y 次,由题意可得 $2x+x+2y+3y=61$,即 $3x+5y=61$,因为 x, y 都是非负整数,且 $x\leq 15, y\leq 15$,所以满足题意的 x 和 y 的值有 $\begin{cases} x=2 \\ y=11 \end{cases}, \begin{cases} x=7 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=12 \\ y=5 \end{cases}$,因为要使波斯猫叫的次数尽可能少,所以 y 要尽可能小,取 $\begin{cases} x=12 \\ y=5 \end{cases}$, $12\times 1+5\times 3=27$ (声)。

答:波斯猫至少叫了27声。

3. 解:第一次与第二次书价合计 $27\div 10\%=270$ (元),第三次购书优惠 $55.5-270\times 15\%=15$ (元),①如果第三次购书少于200元, $15\div 15\%=100$ (元), $270+100=370$ (元), $370<400$,不符合题意。②如果第三次购书在200元以上但少于400元,第三次购书原价: $15\div (15\%-10\%)=300$ (元),第一次购书原价: $300\times \frac{5}{8}=187.5$ (元),第二次购书原价: $270-187.5=82.5$ (元)。

答:这位顾客第二次买了82.5元的书。

4. 解:设原来小球数最少的盒子里装有 a 个小球,现在增加了 b 个,由于小聪没有发现有人动过小球和盒子,这说明现在又出现了一个装有 a 个小球的盒子,而这个盒子里原来装有 $(a+1)$ 个小球;同样,现在另有一个盒子装有 $(a+1)$ 个小球,这个盒子里原来装有 $(a+2)$ 个小球;以此类推,原

来还有一个盒子装有 $(a+3)$ 个小球, $(a+4)$ 个小球等等,故原来那些盒子中装有的小球数是一些连续整数。将42分成若干个连续整数的和, $42=3+4+5+6+7+8+9$,一共有7个加数; $42=13+14+15$,一共有3个加数; $42=9+10+11+12$,一共有4个加数。一共有三种可能情况:有7个盒子或4个盒子或3个盒子。

答:一共有7个或4个或3个盒子。

5. 解:弟弟在前一半路程每小时行4千米,后一半路程每小时行6千米,则弟弟在前一半路程和后一半路程所用时间的比是 $6:4=3:2$,设哥哥从甲地到乙地需要 x 小时,则 $\frac{1}{3}\times(4+5+6)=(x+\frac{20}{60})\times\frac{3}{3+2}+4+(x+\frac{20}{60})\times\frac{2}{3+2}$,解得 $x=8$,即哥哥从甲地到乙地需要8小时,甲、乙两地相距 $\frac{1}{3}\times 8\times(4+5+6)=40$ (千米)。

答:甲、乙两地相距40千米。

6. 解:设快递车从甲地到乙地的速度为 x 千米/小时, $3(x-60)=120$,解得 $x=100$,所以甲、乙两地之间的距离为 $100\times 3=300$ (千米);快递车返回时与货车的路程为 $120-60\times\frac{45}{60}=75$ (千米),设快递车从乙地返回时的速度为 y 千米/小时, $(60+y)\times(4\frac{1}{4}-3\frac{45}{60})=75$,解得 $y=90$ 。

答:快递车从乙地返回时的速度为90千米/小时。

7. 解:(1)最小的三位“快乐数”是100;19是“快乐数”。验证: $19\rightarrow 1^2+9^2=82\rightarrow 8^2+2^2=68\rightarrow 6^2+8^2=100\rightarrow 1^2+0^2+0^2=1$;在计算的过程中如果出现4的话,就会进入循环,从而得不到1,计算: $4\rightarrow 16\rightarrow 37\rightarrow 58\rightarrow 89\rightarrow 145\rightarrow 42\rightarrow 20\rightarrow 4$ 。

(2)经过两次运算后结果为1,那么第一次运算后的结果必定是10或100。如果是10,这个三位“快乐数”可能是103,130,301,310。经过验证,310符合条件。验证: $310+3+1=314, 314\div 8=39\cdots 2$;如果是100,这个三位“快乐数”可能是608,680,806,860。经过验证,860符合条件。验证: $860+8+6=874, 874\div 8=109\cdots 2$ 。

答:所以这个“快乐数”可能是310或860。

29. 2026 GXYZ 博雅班入学数学真卷(八)

快速对答案

一、填空题 1. 4 2. 120 3. $\frac{9}{8}$ $\frac{1}{8}$ 4. 22.1

5. 56.52 6. 45 7. 45 8. $\frac{83}{36}$ 9. 903 10. 5

计算题、解答题请看“详解详析”P19

详解详析

一、1. 4 【解析】每次相向而行的相遇时间间隔为 $100\times 2\div (5+4)=\frac{200}{9}$ (秒),总时间100秒内可相遇 $100\div \frac{200}{9}=4.5$ (次),次数为整数,所以取整数部分4次,所以两人在起跑后100秒内相遇4次。

解法技巧相遇问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式7”P4。

2. 120 【解析】 $b=2$ 时, $c=1$, a 取2~9,共8个; $b=3$ 时, $c=1$ 、

2, a 取3~9,共 $2\times 7=14$ (个); $b=4$ 时, c 取1~3, a 取4~9,共 $3\times 6=18$ (个); $b=5$ 时, c 取1~4, a 取5~9,共 $4\times 5=20$ (个); $b=6$ 时, c 取1~5, a 取6~9,共 $5\times 4=20$ (个); $b=7$ 时, c 取1~6, a 取7~9,共 $6\times 3=18$ (个); $b=8$ 时, c 取1~7, $a=8,9$,共 $7\times 2=14$ (个); $b=9$ 时, c 取1~8, $a=9$,共 $8\times 1=8$ (个)。综上所述,共有 $8+14+18+20+20+18+14+8=120$ 个“龙华数”。

易错警示 需要注意,存在 $a=b>c$ 且满足题目要求的情况。

$$3. \frac{9}{8} \frac{1}{8}$$

4. 22.1 【解析】 $\frac{1}{10} \text{甲} = \frac{3}{4} \text{乙}$,则甲:乙=15:2,甲-乙=16.9,甲+乙=16.9 $\div \frac{15-2}{15+2}=22.1$ 。

5. 56.52 【解析】大正方形的边长为 $1+2+3=6$ (厘米),大正方形面积为 $6\times 6=36$ (平方厘米),圆的半径的平方: $36\div 4\times 2=18$ (平方厘米),圆面积: $3.14\times 18=56.52$ (平方厘米)。

解法提示 “圆内方”指正方形的四个顶点都在圆上,若圆的半径为 r ,则圆的面积为 πr^2 ,则正方形的面积 $=2r^2$ 。圆的面积:正方形面积 $=\pi:2$ 。

6. 45 【解析】小明每小时走 $(15\times 3-35\times 1)\div (3-1)=5$ (千米),追及距离: $35-5=30$ (千米),开汽车追上小明需要 $30\div (45-5)=0.75$ (小时),0.75小时=45分钟。

7. 45 【解析】每桌都是8人,最后两桌坐男女各1人,男、女总人数最少: $(15-2)\times 8+1+1=106$ (人),让15桌都坐满,人数最多为 $15\times 8=120$ (人),则宾客总人数范围为106~120人;每桌9人恰好全部坐满,那么总人数也是9的倍数,在106~120人之间,则有108人或117人;每桌10人,男宾客比女宾客多3桌,这样男、女至少相差 $(3-1)\times 10+1=21$ (人),最多相差 $9+3\times 10=39$ (人)。同时男、女相差人数也是9的倍数只能是27或36。得到两种情况:宾客总人数是奇数117人,相差27人;或者宾客总人数为偶数108人,相差36人。若男、女宾客共108人,则男宾客有 $(108+36)\div 2=72$ (人),女宾客有 $(108-36)\div 2=36$ (人)。如果8人一桌,男宾客有 $72\div 8=9$ (桌),女宾客有 $36\div 8=4$ (桌)……4(人),即有5桌,共 $9+5=14$ (桌),不满足条件;若男、女宾客共117人,则男宾客有 $(117+27)\div 2=72$ (人),女宾客有 $(117-27)\div 2=45$ (人)。如果8人一桌,男宾客有 $72\div 8=9$ (桌),女宾客有 $45\div 8=5$ (桌)……5(人),即有6桌,共 $9+6=15$ (桌),满足条件,所以女宾客有45人。

8. $\frac{83}{36}$ 【解析】令 $\frac{a}{5}=\frac{b}{3}=\frac{c}{7}=x$,则 $a=5x, b=3x, c=7x$, $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc}=\frac{25x^2+9x^2+49x^2}{15x^2+21x^2}=\frac{83}{36}$ 。

9. 903 【解析】跳动 $1+2+3=6$ (个)单位长度到 P_1 ,从 P_1 到 P_2 再跳动 $4+5+6=15$ (个)单位长度,归纳可得:从上一个点跳到下一个点跳动的单位长度是三个连续的正整数的和。因为 $14\times 3=42$,所以点 P 从0跳动 $1+2+3+\cdots+42=903$ (次)到达 P_n 的位置。

10. 5 【解析】猜对3条、5条、6条谜语的共有 $50-16-9=25$ (人),而猜对3条和5条的人数一样多,所以猜对6条的人数为奇数,故可能为1、3、5、…、23人,这25人共猜对

$178-2\times 16-4\times 9=110$ (条)谜语,只有猜对6条的人数为5人,猜对3条和5条的人数分别是 $(25-5)\div 2=10$ (人)时符合要求,则6条全猜对的有5人。

$$\text{二、11. } (1) x - \frac{2x+5}{6} = 1 - \frac{2x-3}{2} \quad (2) \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{4}x - 1 \right) + 1 \right] = 1$$

$$\text{解: } 6x - (2x+5) = 6 - 3(2x-3) \quad \text{解: } \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12}x + \frac{2}{3} \right) = 1 \\ 6x - 2x - 5 = 6 - 6x + 9 \quad \frac{1}{24}x + \frac{1}{3} = 1 \\ 4x - 5 = -6x + 15 \quad x = 16 \\ x = 2$$

$$(3) \frac{0.3x-0.6}{0.1} = \frac{0.03x+0.02}{0.02} \quad (4) 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}} = \frac{13}{9}$$

$$\text{解: } \frac{3x-6}{1} = \frac{3x+2}{2} \quad \text{解: } \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}} = \frac{4}{9} \\ 2\times(3x-6) = 3x+2-2 \quad \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}} = \frac{4}{9} \\ 6x-12=3x \quad \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}} = \frac{4}{9} \\ 3x=12 \quad \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}} = \frac{4}{9} \\ x=4 \quad \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{x}}} = \frac{4}{9} \\ x=1$$

经检验 $x=1$ 是方程的解。

(5) 解:设 $a=1234567891$

$$\text{原式} = \frac{a-1}{a^2-(a-1)(a+1)} \text{ (整体代入法)} \\ = \frac{a-1}{a^2-(a^2-1)} \\ = a-1 \\ = 1234567890$$

$$(6) \text{解:原式} = \frac{1^2}{1\times 2} + \frac{2^2}{1\times 2} + \frac{2^2}{2\times 3} + \frac{3^2}{2\times 3} + \cdots + \frac{18^2}{18\times 19} + \frac{19^2}{18\times 19} \\ = \frac{19^2}{19\times 20} + \frac{20^2}{19\times 20} \\ = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \cdots + \frac{18}{19} + \frac{19}{18} + \frac{19}{20} + \frac{20}{19} \text{ (分组求和)} \\ = 38 \frac{19}{20}$$

三、12. 解:第1秒:1人;第2秒: $1+2=3$ (人);第3秒: $3+4=7$ (人);第4秒: $7+8=15$ (人);第5秒: $15+16=31$ (人);第6秒: $31+32=63$ (人);第7秒: $63+64=127$ (人); $127+1=128$ (人)。答:总共有128人收到该信息。

13. 解:(1)3253不是“十三数”,254514是“十三数”。理由: $253-3=250$,250不能被13整除,所以3253不是“十三数”; $514-254=260$, $260\div 13=20$,260能被13整除,所以254514是“十三数”。

(2)①证明:设一个四位“间同数”为 $\overline{abab}$ ($1\leq a\leq 9, 0\leq b\leq 9, a, b$ 为整数);

$$\frac{\overline{abab}}{101} = \frac{1000a+100b+10a+b}{101}$$

$\frac{1010a+101b}{101}=10a+b$, 又因为 a, b 为整数, 所以 $10a+b$ 是整数, 即任意一个四位“间同数”都能被 101 整除。

②设任意一个四位“间同数”为 $\overline{abab}$, 可以表示为 $101(10a+b)$ ($1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9, a, b$ 为整数), 因为它是 13 的倍数, 所以 $10a+b$ 是 13 的倍数. 当 $a=1, b=3$ 时, $\overline{abab}$ 最小, 为 1313; 当 $a=9, b=1$ 时, $\overline{abab}$ 最大, 为 9191. 所以 $9191-1313=7878$.

答:满足条件的四位数的最大值与最小值之差为 7878。

14. 解:如解图,连接 HG 、 DG 、 IF 、 ID 、 HF 与 IG 交于点 O 、 HD 与 IG 交于点 K ,根据金字



塔模型, 得 $S_{\triangle AFG} = S_{\triangle BDI} = \frac{1}{(1+2+1)} \times$
 $\frac{1}{(1+2+1)} \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{16} \cdot S_{\triangle CDC} = S_{\triangle AIF} =$

第14题解图

$$\frac{1+2}{1+2+1} \times \frac{1+2}{1+2+1} \times S_{\triangle ABC} = \frac{9}{16}, S_{\triangle AIC} = \frac{1+2}{1+2+1} \times \frac{1}{1+2+1} \times S_{\triangle ABC} = \frac{3}{16}; \text{所以 } S_{\text{阴影CFI}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AIC} - (S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AII}) = \frac{1}{2},$$

$$S_{\text{梯形}MOC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CDC} - S_{\triangle AHC} - S_{\triangle BDI} = \frac{5}{16}; \text{根据蝴蝶模型,}$$

$$S_{\Delta HGO} = \frac{1^2}{(1+1+2)^2} \times S_{\text{梯形HGF1}} = \frac{1}{32} \cdot S_{\Delta HIR} = \frac{2^2}{(1+2+2)^2} \times S_{\text{梯形IMG}} \\ = \frac{1}{20}. \text{ 所以 } S_{\Delta HOK} = S_{\Delta AIC} - S_{\Delta AIC} - S_{\Delta HGO} - S_{\Delta HIR} = \frac{7}{160} \epsilon \quad 6 \text{ 个}$$

阴影部分面积的计算方法相同,面积也相同, $S_{\text{阴影}} = \frac{7}{160} \times 6$

$$= \frac{21}{80}^\circ$$

答:阴影部分的面积为 $\frac{21}{80}$ 。

模型展示 蝴蝶模型、金字塔模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型3和模型5”P3。

15. 解: A 、 C 打听到的情况除了姓氏外其他都一样, 那么第一名一定不姓李或陈, 否则互相矛盾; 那么 B 、 D 、 E 中有人打听到的姓氏正确, 若 B 、 E 打听到的姓张是正确的, 那么第一名不是男同学, 不是 11、12 岁, 不是湖南人, 广东人, 那么, 只能是女同学, 13 岁, 广西人, 这样, A 打听到的就有两项是正确的, 显然矛盾; 所以 D 打听到的姓黄是正确的, 所以第一名不是男同学, 是女同学; 再看 A 和 D 可知年龄不是 11 岁或 13 岁, 不是广东人也不是广西人, 而是 12 岁, 湖南人。答: 这位获第一名的同学姓黄, 是女同学, 年龄 12 岁, 湖南人。
16. 解: (1) 当 $n=243$ 时, 对调任意两个数位上的数字得到的新三位数为 423, 342, 234, 这三个新三位数的和为 $423+342+234=999$, $F(243)=999 \div 111=9$; 当 $n=617$ 时, 对调任意两个数位上的数字得到的新三位数为 167, 716, 671, 这三个新三位数的和为 $167+716+671=1554$, $F(617)=1554 \div 111=14$ 。答: $F(243)$ 的值为 9, $F(617)$ 的值为 14。
- (2) 因为 s, t 都是“相异数”, $s=100x+32, t=150+y$, 所以 $F(s)=(302+10x+230+x+100x+23) \div 111=x+5$, $F(t)=(510+y+100y+51+105+10y) \div 111=y+6$ 。因为 $F(s)+F$

$(1) = 18$, 所以 $x+5+y+6=x+y+11=18$, 所以 $x+y=7$. 因为 $1 \leq x \leq 9, 1 \leq y \leq 9$, 且 x, y 都是正整数, 所以 $\begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}$ 。因为 s 是“相异数”，所以 $x \neq 2, x \neq 3$ ，因为 t 是“相异数”，所以 $y \neq 1, y \neq$

5. 所以 $\begin{cases} F(s)=6 \\ F(t)=12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} F(s)=9 \\ F(t)=9 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} F(s)=10 \\ F(t)=8 \end{cases}$, 所以 $k = \frac{F(s)}{F(t)} = \frac{1}{2}$ 或 $k = \frac{F(s)}{F(t)} = 1$ 或 $k = \frac{F(s)}{F(t)} = \frac{5}{4}$, 所以 k 的最大值为 $\frac{5}{4}$. 答: k 的最大值为 $\frac{5}{4}$.

17. 解: (1) 0.8 【解法提示】该铁块在刚好完全浸入水时, 所受的浮力是 $5.8 - 5 = 0.8 \text{ (N)}$ 。
(2) $12 - 6 = 6 \text{ (cm)}$, $3.14 \times 2 \times 2 \times 6 = 75.36 \text{ (cm}^3\text{)}$
答: 实验的铁块的体积是 75.36 cm^3 。
(3) $5.8 - 5.6 = 0.2 \text{ (N)}$, $6 \div (0.8 \div 0.2) = 1.5 \text{ (cm)}$, $3.14 \times 2 \times 2 \times 1.5 = 18.84 \text{ (cm}^3\text{)}$, $18.84 \text{ cm}^3 = 18.84 \text{ mL}$
答: 此时烧杯内的水有 18.84 毫升。

32. 2026 GX3C 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. $3.13 < 3.131 < 3.\dot{1}3\dot{1} < 3.13131 < 3.\ddot{1}3$
2. 239 3. 91 4. 25 5. 1727 6. 170 7. 2 8. 16
9. 1月12日 10. 350

计算题、解答题请看“详解详析”P20

详解详析

4. 1. 3. 13<3. 131<3. 131<3. 1311<3. 13111 2. 239 3. 91
4. 25 【解析】0~2 分钟, 洗水壶, 洗好后开始烧水(2~17 分钟); 2~6 分钟, 开始淘米, 淘好米用电饭锅煮饭(6~24 分钟); 6~10 分钟, 切菜; 10~14 分钟, 准备佐料; 第 17 分钟水烧开, 17~19 分钟, 开始烧热锅, 同时灌水; 19~21 分钟, 烧热油; 21~25 分钟, 炒菜。25>24, 所以冬冬做完这三件事需要 25 分钟。
5. 1727 【解析】水瓶中空气部分的体积不变, 所以水瓶的容积为 $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times [12 + (26 - 16)] = 1727$ (立方厘米)。
6. 170 【解析】 $S_{\triangle BDF} = BF \times 20 \times \frac{1}{2} = 10BF$, $S_{\triangle GEF} = EF \times 20 \times \frac{1}{2} = 10EF$, $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDF} + S_{\triangle GEF} - 15 \times 2 = 10BF + 10EF - 30 = 10 \times 20 - 30 = 170$ (平方厘米)。
7. 2 【解析】把这个正方形分成两个完全一样的三角形, 每个三角形的底等于圆的直径, 高等于圆的半径, 所以这个正方形的面积是 $2 \times (2 \div 2) \div 2 \times 2 = 2$ (平方米)。
8. 16 【解析】由小正方形组成的长方形中, 两个五角星均包含的个数如下: 4 行 4 列的 1 个、4 行 3 列的 2 个、4 行 2 列的 1 个、3 行 4 列的 2 个、3 行 3 列的 4 个、3 行 2 列的 2 个、2 行 4 列的 1 个、2 行 3 列的 2 个、2 行 2 列的 1 个, 合计 16 个。
9. 1 月 12 日
10. 350 【解析】设这三个连续自然数分别为 $a, a+1, a+2$, 根

据题意, a 是 10 的倍数, 因此 a 的个位数字为 0; $a+1$ 是 9 的倍数, 即 a 除以 9 的余数为 8; $a+2$ 是 8 的倍数, 即 a 除以 8 的余数为 6。因为 a 是 10 的倍数, 可设 $a=10k$ (k 为自然数), 结合 a 除以 9 余 8 的条件: 10 除以 9 余 1 , 因此 $10k$ 除以 9 的余数等于 k 除以 9 的余数, 即 k 除以 9 余 8 , 由此可得 $k=9m+8$ (m 为自然数), 代入得 $a=10 \times (9m+8)=90m+80$, 代入 a 除以 8 余 6 的条件, 计算 $90m+80$ 除以 8 的余数, $90 \div 8 = 11 \cdots 2$, $80 \div 8 = 10$, 因此整体余数为 $2m$ 。要求余数为 6 , 即 $2m = 6 + 8n$ (n 为自然数), 最小的解为 $m=3$, 此时 $2 \times 3 = 6$, 刚好满足余数要求。将 $m=3$ 代入 $a=90m+80$, 得 $a=90 \times 3 + 80 = 350$ 。验证结果, 350 是 10 的倍数, $350+1=351$, 351 是 9 的倍数, $350+2=352$, 352 是 8 的倍数, 符合条件, 所以这三个数中最小的数是 350 。

二、1. 原式 = $\frac{13}{12}$ 2. 解: 原式 = $\frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{5}} + \frac{1}{\frac{1}{17}}$
 $= 2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{16}{17}$
 $= \frac{510}{255} + \frac{170}{255} + \frac{204}{255} + \frac{240}{255}$
 $= \frac{1124}{255}$

3. 解: 原式 = $(1 + \frac{1}{2}) + (1 + \frac{1}{6}) + (1 + \frac{1}{12}) + (1 + \frac{1}{20}) + (1 + \frac{1}{30}) + \dots + (1 + \frac{1}{9702}) + (1 + \frac{1}{9900})$
 $= 99 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9702} + \frac{1}{9900})$
 $= 99 + (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100})$
 $= 99 + (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100})$ (裂项相消)
 $= 99 + (1 - \frac{1}{100})$
 $= 99 \frac{99}{100}$

4. $(\frac{2}{5}x+2):3.5=\frac{8}{7}x:\frac{1}{2}$

解: $\frac{1}{2} \times (\frac{2}{5}x + 2) = \frac{8}{7}x \times 3.5$

$$\frac{1}{5}x + 1 = 4x$$

$$x = \frac{5}{19}$$

- 三、1. 解:由题图可知 $S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PDC} = S_{\triangle APD} + S_{\triangle PBC}$, 所以 $S_{\triangle PDC} - S_{\triangle APD} = S_{\triangle PBC} - S_{\triangle PAB} = 15 - 8 = 7$, 所以 $S_{\triangle PDC} + S_{\triangle PBC} - (S_{\triangle APD} + S_{\triangle PAB}) = (S_{\triangle PDC} - S_{\triangle APD}) + (S_{\triangle PBC} - S_{\triangle PAB}) = 7 + 7 = 14$. 因为 $S_{\triangle PDC} + S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times S_{\text{长方形ABCD}} + S_{\triangle PBD}$, $S_{\triangle APD} + S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times$

$$S_{\text{长方形}ABCD} - S_{\triangle PBD}, \text{ 所以 } S_{\triangle PDC} + S_{\triangle PBC} - (S_{\triangle APD} + S_{\triangle PAN}) = \frac{1}{2} \cdots$$

$$S_{\text{长方形}ABCD} + S_{\triangle PBD} - \left(\frac{1}{2} \times S_{\text{长方形}ABCD} - S_{\triangle PBD}\right) = 2S_{\triangle PBD} = 14, \text{所以:}$$

$S_{\triangle PBD} = 14 \div 2 = 7$ 。答: 三角形 PBD 的面积是 7。

2. 解: (1) 上下两行的同列数字相差都是 6, 所以第 n 行第 1 列的数 $S = 9 + 6(n-1)$, 即 $S = 6n + 3$ 。 $(141-3) \div 6 = 23$ (行), 没有余数, 说明在第 1 列。
答: 141 应该排在第 23 行第 1 列。
(2) 由 (1) 可知, 第 28 行第 1 列的数是 $6 \times 28 + 3 = 171$, 所以第 28 行第 2 列的数是 $171 + 1 = 172$ 。
答: 第 28 行第 2 列的数是 172。
3. 解: 设这种商品每件的成本是 x 元, 80 件商品的利润是 $80 \times (100 - x)$ 元, 减价 5% 后的利润为 $(80 + 100 \times 5\% \times 4) \times (100 - 100 \times 5\% - x)$ 元, 由于张先生多订购, 减价 5% 仍可获得与原来一样多的总利润, 可列方程 $80 \times (100 - x) = (80 + 100 \times 5\% \times 4) \times (100 - 100 \times 5\% - x)$, 解得 $x = 75$ 。
答: 这种商品每件的成本是 75 元。
4. 解: 假设每亿人每年消耗的资源是 1 份, 则 110 亿人 90 年消耗的资源是 $110 \times 90 = 9900$ (份), 90 亿人 210 年消耗的资源是 $90 \times 210 = 18900$ (份), 每年新生成的资源是 $(18900 - 9900) \div (210 - 90) = 75$ (份), 世界总人口必须控制在 $75 \div 1 = 75$ (亿人) 以内。
答: 世界总人口必须控制在 75 亿以内, 才能保证地球上的资源足以使人类不断繁衍下去。
5. 解: (1) 快递员 A 工资为 $1600 + 1.2 \times 2200 = 4240$ (元); 快递员 B 工资为 $1.8 \times 2000 + 2 \times (2200 - 2000) = 4000$ (元)。
答: 快递员 A 10 月份工资是 4240 元, 快递员 B 10 月份工资是 4000 元。
(2) $1600 + 1.2 \times 2500 = 4600$ (元), $4600 < 5500$, 所以快递员 A 送的快递件数超过 2500 件, $(5500 - 4600) \div 1.8 = 500$ (件) 快递员 A 送的快递件数为 $2500 + 500 = 3000$ (件); $1.8 \times 2000 = 3600$ (元), $3600 < 5500$, 所以快递员 B 送的快递件数超过 2000 件, $(5500 - 3600) \div 2 = 950$ (件), 快递员 B 送的快递件数为 $2000 + 950 = 2950$ (件), $3000 > 2950$, 所以快递员 A 送的快递件数更多。
答: 快递员 A 送的快递件数更多。
6. 解: (1) 甲、乙两工程队合作需要时间为 $1 \div (\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) = 2.4$ (月), 所耗资金为 $2.4 \times (9 + 5) = 33.6$ (万元)。
答: 甲、乙两工程队合作需 2.4 个月完成, 耗资 33.6 万元。
(2) $9 \times 4 = 36$ (万元), $5 \times 6 = 30$ (万元), 即乙工程队耗资较少, 为了节省资金, 应尽量请乙工程队来做, 乙工程队 5 个月能完成全部工程的 $\frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$, 剩下的 $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ 由甲工程队做, 需要 $\frac{1}{6} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$ (月), 所以先让甲、乙工程队合作 $\frac{2}{3}$ 个月, 再让乙工程队独做 $5 - \frac{2}{3} = 4\frac{1}{3}$ (月)。
答: 先让甲、乙工程队合作 $\frac{2}{3}$ 个月, 再让乙工程队独做 $4\frac{1}{3}$ 个月, 既保证按时完成, 又最大限度节省资金。

7. 解:开始时虫于甲和虫于乙的速度比是4:5,则路程比也是4:5,虫于甲走的路程为 $108 \times 2 \div (4+5) \times 4 = 96$ (厘米),虫于乙走的路程为 $108 \times 2 - 96 = 120$ (厘米)。第二次在BC中点相遇,则由第一次相遇后第二次相遇虫于甲走的路程是 $108 - 96 + 108 \div 2 = 66$ (厘米),虫于乙走的路程是 $96 + 108 + 108 \div 2 = 258$ (厘米),相遇后虫于甲和虫于乙的速度比为 $4:[5 \times (1+20\%)] = 2:3$,所以虫于甲爬行66厘米时,虫于乙走的路程是 $66 \div 2 \times 3 = 99$ (厘米),则虫于甲休息的10秒钟,虫于乙爬行的路程是 $258 - 99 = 159$ (厘米),虫于乙最初的爬行速度是 $159 \div 10 \div (1+20\%) = 13.25$ (厘米/秒),虫于甲的速度是 $13.25 \div 5 \times 4 = 10.6$ (厘米/秒)。
答:开始时,虫于甲的爬行速度为10.6厘米/秒,虫于乙的爬行速度为13.25厘米/秒。

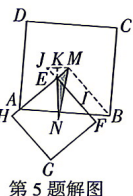
33. 2026 GX3C 入学数学真卷(二)

快速对答案

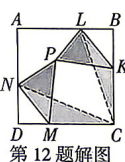
一、选择题 1~6 ACBBAC
二、填空题 7. 0.2 8. 16% 9. 14 10. 12 11. 66 12. 34
计算题、解答题请看“详解详析”P21

详解详析

- 一、1. A 【解析】最开始是1个正方形,经过第1次操作,得到 $1+4=5$ (个)正方形;第2次操作,得到 $1+4 \times 2=9$ (个)正方形;第3次操作,得到 $1+4 \times 3=13$ (个)正方形,依此类推,第 n 次操作,得到 $(1+4 \times n)$ (个)正方形。若要得到37个正方形,则 $1+4 \times n = 37$, $n=9$,所以需要操作的次数是9次,A选项正确。
2. C 【解析】路线①长度: $\pi \times (3+2+1) \div 2 = 9.42$,路线②长度: $\pi \times 3 \div 2 + \pi \times 2 \div 2 + \pi \times 1 \div 2 = 9.42$,所以路线①长度=路线②长度,从A到B的两条路同样近。
3. B 【解析】设铁丝原来长 x 米,第一根铁丝剩余 $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2})$ 米,第二根铁丝剩余 $(x - \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ (米), $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} < \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$,所以第二根所剩部分长。
4. B 【解析】A选项羊能吃到草的区域是以1m为半径的半圆;B选项羊能吃到草的区域是以1m为半径的 $\frac{3}{4}$ 圆;C选项羊能吃到草的区域是以1m为半径的半圆;D选项羊能吃到草的区域是以1m为半径的半圆面积和半径是 $\frac{1}{4}$ m 的 $\frac{1}{4}$ 圆的面积和。比较可知,把羊拴在B选项的位置时,羊能吃到的草最多。
5. A 【解析】如解图,过点M作 $MK \perp NE$ 交NE延长线于点K,连接BM,正方形EFGH的对角线长度为20cm,所以 $EN=10$ cm。三角形JME为等腰直角三角形,且 $JM=BI=6$ cm,所以 $KM=3$ cm。 $\triangle MEN$ 的面积是 $EN \times KM \div 2 = 10 \times 3 \div 2 = 15$ (cm²)。



6. C 【解析】 $7! \times 3! = (7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 5040 \times 6 = 30240$ 。
- 二、7. 0.2 【解析】1元5角=1.5元,每只瓶子的运费需要 $1.5 \div 100 = 0.015$ (元), $10000 \div 100 = 100$ (组),假设瓶子没有损坏,则会得到运费 $1.5 \times 100 = 150$ (元),146元5角6分=146.56元,每只瓶子少得 $(150 - 146.56) \div 16 = 0.215$ (元),少得的钱数里包含了运费和赔偿,损坏一只瓶子要赔偿 $0.215 - 0.015 = 0.2$ (元)。
8. 16% 【解析】假设丙容器中原来的酒精溶液浓度为 a 。三个容器中的酒精质量和为 $(1+2+3) \times 3a = 18a$,甲、乙两个容器中的酒精质量和就是 $18a - 3a = 15a$,乙容器中原来酒精浓度为 $15a \div (1+2) \div 2 = 2.5a$,甲容器中原来的酒精质量为 $15a - 2.5a \times 2 = 10a$, $(10a + 3a) \div 4 = 20.8\%$,解得 $a = 6.4\%$, $2.5a = 2.5 \times 6.4\% = 16\%$ 。
9. 14 【解析】设买1件有 x 人,2件有 y 人,3件有 $(33-x-y)$ 人。由题意,得 $\begin{cases} x+2y+3(33-x-y)=76, \\ x+1+2y \times 90\% + 3(33-x-y) \times 80\% = 76 \times 85\%, \end{cases}$ 解得 $x=4, y=15$,买三件的有 $33-4-15=14$ (人)。
10. 12 【解析】晴天时,甲的工作效率是 $\frac{1}{10}$,乙的工作效率是 $\frac{1}{16}$;雨天时,甲的工作效率是 $\frac{1}{10} \times 30\% = \frac{3}{100}$,乙的工作效率是 $\frac{1}{16} \times 80\% = \frac{1}{20}$ 。设晴天为 x 天,雨天为 y 天,由题意,得 $\begin{cases} \frac{1}{10}x + \frac{3}{100}y = 1, \\ \frac{1}{16}x + \frac{1}{20}y = 1, \end{cases}$ 解得 $x = \frac{32}{5}, y = 12$ 。所以下雨的天数是12天。
11. 66 【解析】第1个图形有3根火柴棒,第2个图形有 $3+3=6$ (根)火柴棒,第3个图形有 $3+3+4=10$ (根)火柴棒,第4个图形有 $3+3+4+5=15$ (根)火柴棒,依此类推,第10个图形中火柴棒的根数是: $3+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66$ (根)。
12. 34 【解析】如解图,P是正方形内部任意一点,不妨设P在点C处,连接CN,CL则阴影部分的面积为 $(12-4) \times 5 \times \frac{1}{2} + (12-5) \times 4 \times \frac{1}{2} = 34$ 。



三、13. 解: $3[x-2(x-\frac{a}{3})] = 4x$,解得 $a = \frac{7}{2}x$,把 $a = \frac{7}{2}x$ 代入

$$\frac{3x+a}{12} - \frac{1-5x}{8} = 1 \text{ 中得 } \frac{3x+\frac{7}{2}x}{12} - \frac{1-5x}{8} = 1, \frac{13}{24}x - \frac{1-5x}{8} = 1, \text{ 解得 } x = \frac{27}{28}.$$

答:这个方程的解是 $\frac{27}{28}$ 。

14. (1) 原式 $= \frac{112}{5}$

(2) 解:原式 $= 14.4 \times 4 \times \frac{8}{5} + 14.4 \times 2 \times \frac{184}{5} - 14.4 \times 80 + 12 \times \frac{1}{2}$

$$= 14.4 \times (\frac{32}{5} + \frac{368}{5} - 80) + 12 \times \frac{1}{2}$$

$$= 14.4 \times 0 + 12 \times \frac{1}{2}$$

$$= 12 \times \frac{1}{2}$$

15. (1) 解:原式 $= (1 - \frac{1}{2}) + (1 - \frac{1}{6}) + (1 - \frac{1}{12}) + \dots + (1 - \frac{1}{110})$

$$= (1 - \frac{1}{1 \times 2}) + (1 - \frac{1}{2 \times 3}) + (1 - \frac{1}{3 \times 4}) + \dots + (1 - \frac{1}{10 \times 11})$$

$$= 10 - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11})$$

$$= 10 - (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11})$$

$$= 10 - (1 - \frac{1}{11})$$

$$= 10 - (1 - \frac{1}{11})$$

$$= 9 \frac{1}{11}$$

(2) 解:原式 $= 2 \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{72} + \frac{1}{90})$

$$= 2 \times (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10})$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{10})$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{10})$$

$$= \frac{4}{5}$$

- 四、16. 解:B中盐水的浓度是: $(30+10) \times 0.5 \div 10 \times 100\% = 40\%$, $0.005 \div 10 \times 100\% = 2\%$;现在A中盐水的浓度是: $(20+10) \times 2\% \div 10 \times 100\% = 30\%$, $0.02 \div 10 \times 100\% = 6\%$;最早倒入A中的盐水浓度为: $(10+10) \times 6\% \div 10 \times 100\% = 20\%$, $0.06 \div 10 \times 100\% = 12\%$ 。答:最早倒入A中的盐水浓度是12%。
17. 解:甲店: $80 \div (10+2) = 6$ (组) $\dots \dots 8$ (张), $(6 \times 10 + 8) \times 200 = 13600$ (元);乙店: $80 \times 200 \times 0.8 = 12800$ (元);丙店: $80 \times 200 - 80 \times 200 \div 400 \times 60 = 16000 - 2400 = 13600$ (元); $12800 < 13600 = 13600$ 。答:在甲店购买需要13600元,在乙店购买需要12800元,在丙店购买需要13600元。到乙店购买最省钱。

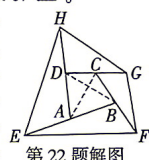
18. 解:(1) 乙盒糖果重量: $2 \times (1 + \frac{1}{2}) = 3$ (千克);乙盒糖果中水果糖重: $3 \times 50\% = 1.5$ (千克);答:乙盒糖果中水果糖重1.5千克。
- (2) 巧克力糖重: $(2+3) \times 24\% = 1.2$ (千克),设甲盒中巧克力糖重 x 千克,乙盒中巧克力糖重 $(1.2-x)$ 千克。由题意得 $\frac{x}{2} = \frac{1.2-x}{3} \times \frac{9}{2}$,解得 $x=0.9$,甲盒中奶糖重量: $\frac{1}{4} = 0.5$ (千克),甲盒中水果糖重: $2 - 0.5 - 0.9 = 0.6$ (千克)。答:甲盒中水果糖重量为0.6千克。

19. 解:一次相遇, $S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=2:1, V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}}=2:1$,二次相遇, $S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=2:1, V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}}=2:1$,设中巴变速前 $V=8x$,变速后 $V=8x \times (1+12.5\%) = 9x$,则大巴相遇后速度为 $9x \times 2 = 18x$, $18x=60, x=\frac{10}{3}$,所以中巴变速前 $V=8 \times \frac{10}{3} = \frac{80}{3}$,相遇时间为 $\frac{3}{80}$,大巴AB段用时: $\frac{3}{80} - \frac{1}{40} = \frac{1}{80}$,大巴最高时速为: $1 \div \frac{1}{80} = 80$ (千米/时)。答:大巴客车的最高时速是80千米/时。

20. 解:三角形的底边长: $2 \times (5-2) = 6$ (cm),三角形完全在长方形里共移动了: $2 \times (7-5) = 4$ (cm),长方形的长: $6+4=10$ (cm),长方形的宽: $24 \div 2 \div 6 = 8$ (cm),长方形的面积: $10 \times 8 = 80$ (cm²)。答:这个长方形的面积是80平方厘米。

21. 解:正方体的体积: $1 \times 1 \times 1 = 1$ (dm³), $1 - (\frac{2}{5})^3 \times 1 \times 2 + (\frac{2}{5})^3 - \pi \times (\frac{2}{5} \div 2)^2 \times (1 - \frac{2}{5}) \approx 0.67$ (dm³)。答:这个正方体剩余部分的体积约是0.67 dm³。

22. 解:如解图,连接BD和AC,因为 $HD=DA$,所以 $S_{\triangle AHD} = 2S_{\triangle ABD}$,因为 $CB=BF$,所以 $S_{\triangle CBF} = 2S_{\triangle BCD}$,且 $S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = S_{\text{四边形}ABCD}$,所以 $S_{\triangle AHD} + S_{\triangle CBF} = 2S_{\text{四边形}ABCD}$;因为 $DC=CG$,所以 $S_{\triangle DCG} = 2S_{\triangle ACD}$,因为 $EA=AB$,所以 $S_{\triangle BEF} = 2S_{\triangle ABC}$,且 $S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}ABCD}$,所以 $S_{\triangle DCG} + S_{\triangle BEF} = 2S_{\text{四边形}ABCD}$; $S_{\triangle AHD} + S_{\triangle CBF} + S_{\triangle DCG} + S_{\triangle BEF} + S_{\text{四边形}ABCD} = 5S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{五边形}EFGH} = 66$ (平方米),四边形ABCD的面积是 $66 \div 5 = 13.2$ (平方米)。答:四边形ABCD的面积是13.2平方米。



34. 2026 GX6C 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. (1) 4078028 408万 (2) +150 -110
2. $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{3}$ 3. 9 4. $4n+2$ 5. 2 24 4.8 6. 231
7. 69 8. 502.4 9. 115
计算题、图形操作与计算、解决问题请看“详解详析”P22

详解详析

- 一、1. (1) 4078028 408万 (2) +150 -110
2. $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{3}$ 3. 9
4. $4n+2$ 【解析】第1张桌子坐 $(4+2)$ 人,2张桌子拼在一起可坐 $(4 \times 2 + 2)$ 人,3张桌子拼在一起可坐 $(4 \times 3 + 2)$ 人, $\dots \dots$,把 n 张桌子拼在一起可以坐 $4 \times n + 2 = (4n+2)$ 人。
5. 2 24 4.8
6. 231 【解析】设原三位数的前两位(百位和十位组成的数)为 x 。因为原三位数个位是1,所以原数可以表示为 $10x+1$ 。将个位数字1移到百位前面,新三位数的百位是1,后两位是 x ,因此新数可以表示为 $100 \times 1 + x = 100+x$ 。根据题意得 $2 \times (100+x) = (10x+1) + 15$,解得 $x=23$,原三位数为231。
7. 69

8. 502.4 【解析】增加的表面积是长方体左、右两个长方形的面积,所以一个长方形的面积为 $80 \div 2 = 40 (\text{cm}^2)$,圆柱的底面半径为 $40 \div 10 = 4 (\text{cm})$,底面积为 $3.14 \times 4^2 = 50.24 (\text{cm}^2)$,长方体和圆柱的体积相等,即体积为 $50.24 \times 10 = 502.4 (\text{cm}^3)$ 。

9. 115 【解析】由题图可知,这5个数最小数与最大数就是上、下两个数,上、下两个数的平均数是中间数,中间数为 $46 \div 2 = 23$,这5个数的和为 $23 \times 5 = 115$ 。

二、10. (1) 原式 $= \frac{2}{5}$ (2) 原式 $= 52$

(3) 原式 $= 19$ (4) 原式 $= 0.2$

11. (1) $2.5 \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$ (2) $24 : x = 0.8 : 0.25$

解: $0.8x = 24 \times 0.25$

$$\text{解: } \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} x = \frac{3}{5}$$

$$0.8x = 6$$

$$x = 6 \div 0.8$$

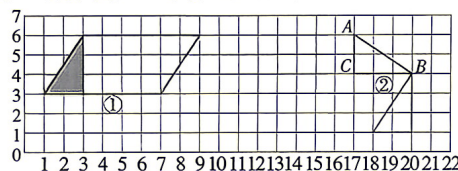
$$x = 7.5$$

$$\frac{3}{4} x = \frac{9}{10}$$

经检验, $x = 7.5$ 是方程的解。

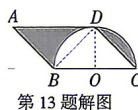
$$x = \frac{6}{5}$$

三、12. 解: (1) 右 6 (2) 如解图所示。



第12题解图

13. 解: 如解图, 连接 BD , 将阴影部分的面积“转化”为平行四边形 $ABCD$ 面积的一半, 阴影部分的面积是 $3 \times 2 \times 3 \div 2 = 9$ (平方厘米)。



第13题解图

答: 阴影部分的面积是 9 平方厘米。

四、14. 解: 设货车每小时行 x 千米, 则客车每小时行 $(x+14)$ 千米, 根据题意得 $6x + 6 \times (x+14) = 840$, 解得 $x = 63$, 客车速度为 $63 + 14 = 77$ (千米/时)。

答: 货车的速度是 63 千米/时, 客车的速度是 77 千米/时。

15. 解: 完成一个零件甲、乙所用的时间比为 $6:5$, 甲、乙的效率比为 $5:6$, 则共同完成时, 因为工作时间相同, 所以甲、乙工作量的比也是 $5:6$, 所以完成这批零件时, 甲做 $242 \times \frac{5}{6+5} = 110$ (个), 乙做 $242 - 110 = 132$ (个)。

答: 完成这批零件时, 甲做了 110 个, 乙做了 132 个。

16. 解: (1) $150 \div (45 \div 3) = 10$ (天) 答: 预计 10 天能看完。

(2) $(150 - 45) \div (8 - 3) = 21$ (页)

答: 从第 4 天起平均每天至少看 21 页。

17. 解: (1) $4.2 \div 56\% = 7.5$ (公顷), $7.5 \times (1 - 14\% - 56\%) = 2.25$ (公顷) 答: 黄瓜的种植面积是 2.25 公顷。

(2) $14\% \div 56\% \times 100\% = 25\%$

答: 茄子的种植面积是西红柿种植面积的 25%。

18. 解: (1) $3.14 \times 2 \times 1 + 3.14 \times (2 \div 2)^2 = 9.42$ (平方分米)

答: 需要刷漆的面积有 9.42 平方分米。

(2) 小巴车每人需要的钱数为 $500 \div 20 = 25$ (元), 大巴车每人需要的钱数为 $900 \div 40 = 22.5$ (元), $25 > 22.5$, 所以尽量租大巴车, $10 + 135 = 145$ (人), $145 \div 40 = 3$ (辆) ... 25 (人), $25 > 20$, 25 人需要租 2 辆小巴车, $3 \times 900 + 2 \times 500 = 3700$ (元), $40 \times 4 = 160$ (人), $4 \times 900 = 3600$ (元), $3600 < 3700$, 所以租 4 辆大巴车最省钱。答: 租 4 辆大巴车最省钱。

35. 2026 GX10C 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 77% 2. 5:2 3. 37:23 4. 7.5 5. 16

6. 6 7. 294 8. 12 9. 5 10. 14

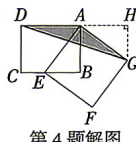
计算题、解答题请看“详解详析”P22

详解详析

一、1. 77% 2. 5:2

3. 37:23 【解析】令甲瓶子中, 纯酒精和水的体积分别为 $5a$ 和 a , 乙瓶子中纯酒精和水的体积分别为 $2b$ 和 $3b$, 则甲瓶子中的溶液总体积为 $5a + a = 6a$, 乙瓶子中的溶液总体积为 $2b + 3b = 5b$, 根据题意可得, 甲、乙两个瓶子中溶液的体积相等, 即 $6a = 5b$, 所以 $a = \frac{5}{6}b$, 将两瓶酒精溶液混合后, 混合溶液中的纯酒精与水的体积比为 $(5a + 2b) : (a + 3b) = (5 \times \frac{5}{6}b + 2b) : (\frac{5}{6}b + 3b) = 37 : 23$ 。

4. 7.5 【解析】如解图, 过点 G 作 DA 边上的高, 与 DA 的延长线交于点 H 。因为 $\angle EAB + \angle BAG = \angle BAG + \angle GAH = 90^\circ$, 所以 $\angle EAB = \angle GAH$ 。正方形 $AEFG$ 的面积是 25 cm^2 , 所以 $AE = AG = 5 \text{ cm}$, 所以可将三角形 AHG 看作由三角形 ABE 旋转得到的。 $BE^2 = AE^2 - AB^2 = 25 - 16 = 9$, $9 = 3 \times 3$, $BE = 3 \text{ cm}$, $HC = 3 \text{ cm}$, 所以三角形 ADG 的面积为 $5 \times 3 \div 2 = 7.5 (\text{cm}^2)$ 。



第4题解图

5. 16 【解析】师徒四人一共有 $20 \times 4 = 80$ (个) 人参果, 孙悟空有 $(24 \times 2 + 16 \times 3) - 80 = 16$ (个) 人参果。

6. 6 【解析】根据从正面、上面看到的形状, 搭这样的立体图形, 所用的小正方体分两层, 每层最多放 3 个小正方体, 所以搭这样的立体图形, 最多需要 $3 \times 2 = 6$ (个) 小正方体。

7. 294 【解析】买 3 盒时, 每盒平均 $60 \div 3 = 20$ (元), 买 5 盒时, 每盒平均 $90 \div 5 = 18$ (元), 购买的盒数越多, 单价越低, 所以优先按照 5 盒 5 盒购买。 $16 \div 5 = 3$ (组) ... 1 (盒), 可以购买 3 份 5 盒的和 1 份 1 盒的, 所以最少要花 $90 \times 3 + 24 = 294$ (元)。

8. 12 【解析】时针 1 分钟走 0.5° , 分针 1 分钟走 6° , 所以 4 时 24 分时, 分针与时针所成的锐角是 $24 \times 6^\circ - (4 \times 30^\circ + 24 \times 0.5^\circ) = 12^\circ$ 。

9. 5 【解析】最不利的情况是先把所有的红球摸完了, 再去摸白球, 即至少摸出 $4 + 1 = 5$ (个) 球才能保证摸出的球里

一定有白球。

10. 14 【解析】如解图, 设正方形 b 的边长为 x , 则正方形 c 的边长为 $(x-2)$, 正方形 d 的边长是 $(x-4)$, 正方形 a 的边长为 $(x-6)$ 。根据题意可得 $(x-6) + (x-6) + (x-4) = x + (x-2)$, 解得 $x = 14$, 即正方形 b 的边长为 14。



第10题解图

二、11. (1) 原式 $= \frac{35}{2}$

(2) 解: 原式 $= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{51}{50} \times \frac{49}{50}$
 $= (\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{51}{50}) \times (\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{49}{50})$ (错位相消)
 $= \frac{51}{2} \times \frac{1}{50}$
 $= \frac{51}{100}$

(3) 解: 原式 $= (1+2+3+4+\dots+10) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots + \frac{1}{399})$ (分组求和)
 $= (1+10) \times 10 \div 2 + (\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{19 \times 21})$ (高斯求和)
 $= 55 + \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21})$ (裂项相消)
 $= 55 + \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{21})$
 $= 55 \frac{10}{21}$

(4) $4(2x-3) - (5x-1) = 7$

解: $8x - 12 - 5x + 1 = 7$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

三、12. 解: (1) 80 【解析】 $20 \div 25\% = 80$ (人)。

(2) 24 28 10 【解析】选择绘画课程的人数: $80 \times 30\% = 24$ (人), 选择合唱课程的人数: $80 - 20 - 24 - 8 = 28$ (人)。所以 $m = 24$, $n = 28$ 。选择跆拳道课程的人数占 $8 \div 80 \times 100\% = 10\%$ 。

(3) 525 【解析】 $28 \div 80 \times 100\% \times 1500 = 525$ (人)。

13. 解: 两队合作 1 天完成这段公路的 $\frac{2}{3} \div 6 = \frac{1}{9}$, 甲、乙两队

的工作效率之比为 $3:5$, 所以乙队的工作效率为 $\frac{1}{9} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{27}$, $(1 - \frac{2}{3}) \div \frac{5}{27} = \frac{24}{5}$ (天)。

答: 余下的由乙队单独修, 还要 $\frac{24}{5}$ 天才能修完。

答: 余下的由乙队单独修, 还要 $\frac{24}{5}$ 天才能修完。

14. 解: 如解图, $S_{阴影} = \frac{1}{2} S_{正方形} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

答: 阴影部分面积为 32。



第14题解图

15. 解: (1) 甲 (2) 40

(3) 30 【解析】甲车 2:40 出发, 3:40 到达, 共用时 1 时, 行驶总路程为 30 千米, 所以甲车速度: $30 \div 1 = 30$ (千米/时)。

(4) 2:1 【解析】乙车 2:00 出发, 4:00 到达, 共用时 2 时, 所以乙车速度: $30 \div 2 = 15$ (千米/时), 甲、乙两车速度比为 $30:15 = 2:1$ 。

16. 解: ①两车相遇前相距 110 千米时, 用时: $(670 - 110 - 120) \div (120 + 100) + 1 = 3$ (时); ②两车相遇后相距 110 千米时, 用时: $(670 + 110 - 120 \times 1) \div (120 + 100) + 1 = 4$ (时)。

答: 甲出发 3 小时或 4 小时, 两车之间的距离为 110 千米。

17. 解: (1) 车辆数: $(60 + 15) \div (60 - 45) = 5$ (辆), 人数: $60 \times (5 - 1) = 240$ (人)。答: 这个学校一共有学生 240 人, 计划租 5 辆车。(2) $220 \div 45 \approx 4.9$ (元), $300 \div 60 = 5$ (元), $4.9 < 5$, 所以要尽可能租用 45 座的客车。由 (1) 可知, 租 5 辆 45 座客车有 15 人没座位, 同时避免过多空位的租法, 所以租用 1 辆 60 座的客车和 4 辆 45 座的客车最合算, $220 \times 4 + 300 = 1180$ (元)。答: 租用 4 辆 45 座客车和 1 辆 60 座客车最经济合算, 需要花费 1180 元。

18. 解: (1) ①当点 P 在线段 AB 上运动时 ($0 < t < 3$), $QB = 1 \times t = t$, $BP = 6 - 2 \times t = 6 - 2t$, 若 $QB = 2PB$, 则 $t = 2(6 - 2t)$, 解得 $t = \frac{12}{5}$; ②当点 P 在线段 CB 上运动时 ($3 \leq t < 7$), $QB = 1 \times t = t$, $BP = 2 \times t - 6 = 2t - 6$, 若 $QB = 2PB$, 则 $t = 2(2t - 6)$, 解得 $t = 4$ 。答: 当 t 为 $\frac{12}{5}$ 或 4 时, 可使 $QB = 2PB$ 。

(2) 当 $t = \frac{12}{5}$ 时, $QB = t = \frac{12}{5}$, $BP = 6 - 2t = \frac{6}{5}$, $S_{四边形APQD} = S_{长方形ABCD} - S_{三角形BPQ} - S_{三角形CDQ} = 6 \times 8 - \frac{12}{5} \times \frac{6}{5} \div 2 - 6 \times (8 - \frac{12}{5}) \div 2 = 29.76$; 当 $t = 4$ 时, 点 P 与点 Q 都在线段 CB 上, 四边形 $APQD$ 为梯形, 此时 $QB = t = 4$, $BP = 2t - 6 = 2$, $PQ = 4 - 2 = 2$, $S_{四边形APQD} = (2 + 8) \times 6 \div 2 = 30$ 。

答: 四边形 $APQD$ 的面积为 29.76 或 30。

36. 2026 GX11C 入学数学真卷(一)

快速对答案

第一卷 一、填空题 1. 0.531 2. 110 3. 21 4. 108

5. 27.5 6. 0.86 7. 18 8. 27

解答题请看“详解详析”P23

第二卷 一、填空题 1. 7.5 2. (338, 5) 3. 16

4. $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{3}{4}$

解答题请看“详解详析”P23

详解详析

第一卷

1. 0.531 2. 110 3. 21

4. 108 【解析】设这件衣服的进价为 x 元, 则 $132 \times 0.9 = x +$

10% x ,解得 $x=108$ 。

5. 27.5 【解析】两筐苹果的总数是 $7.5 \div [\frac{3}{5} - (1 - \frac{11}{20})] = 50$ (千克),甲筐原来的苹果数是 $50 \times \frac{11}{20} = 27.5$ (千克)。

6. 0.86 【解析】 $2 \times 2 - 3.14 \times 1^2 \div 4 \times 4 = 0.86$ (cm²)。

7. 18 【解析】如解图,连接 BH, CH , 因为 E, F, G 分别为边 AB, BC, CD 的中点,所以 $BE=AE, BF=CF, DG=CG$, 所以 $S_{\triangle HBE} = S_{\triangle HAE} = \frac{1}{2} S_{\triangle HAB}$, $S_{\triangle HBF} = S_{\triangle HCF} = \frac{1}{2} S_{\triangle HBC}$, $S_{\triangle HCG} = S_{\triangle HGD} = \frac{1}{2} S_{\triangle HCD}$, 因为 $S_{\text{长方形}ABCD} = 36$ 平方厘米,所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle HBE} + S_{\triangle HBF} + S_{\triangle HCG} = \frac{1}{2} (S_{\triangle HAB} + S_{\triangle HBC} + S_{\triangle HCD}) = \frac{1}{2} S_{\text{长方形}ABCD} = 18$ 平方厘米。

8. 27 【解析】设原三角形的面积为 x 平方厘米,则图②多边形面积为 $\frac{x-15}{2} + 15 = \frac{x+15}{2}$,由题意得 $\frac{x+15}{2} = \frac{7}{9}x$, $x=27$ 。

- 二、9. (1) 原式 $= \frac{4}{3}$

- (2) 解:原式 $= [(5-2.5) \times 20 - \frac{9}{2} \times \frac{100}{99}] \times 3.2 + \frac{6}{25} \times 5$

$$= [2.5 \times 20 - \frac{50}{11}] \times 3.2 + \frac{6}{5}$$

$$= [50 - \frac{50}{11}] \times 3.2 + \frac{6}{5}$$

$$= \frac{8066}{55}$$

- (3) 解:原式 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{55}$

$$= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \dots + \frac{2}{10 \times 11}$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11})$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{11})$$

$$= \frac{9}{11}$$

10. (1) $(1+30\%)x + x \div \frac{2}{3} = 0.7$ (2) $\frac{2x-1}{4} = 1 - \frac{7-5x}{12}$

$$\text{解: } 1.3x + \frac{3}{2}x = 0.7$$

$$\text{解: } 3(2x-1) = 12 - (7-5x)$$

$$2.8x = 0.7$$

$$6x-3 = 12-7+5x$$

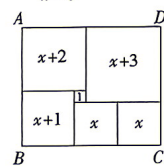
$$x = 0.25$$

$$6x-5x = 12-7+3$$

$$x = 8$$

11. 解:如解图,设右下角其中一个正方形的边长为 x , $1=1 \times 1$,故最小的正方形的边长为 1 ; $2x-1=x+1+1$, $x=4$,长方形的长: $2 \times 4 + (4+1) = 13$,宽: $4+3+4=11$,长方形的面积: $13 \times 11=143$ 。

答:长方形 $ABCD$ 的面积是 143。



第 11 题解图

12. 解:乙车行驶 6 小时的路程甲车 3 小时走完,甲车车速: $6 \times 45 \div 3 = 90$ (千米/小时),两站相距 $90 \times (6+3) = 810$ (千米)。

答:甲、乙两站相距 810 千米。

13. 解:(1) 3.4 216 【解法提示】因为小明家 2024 年共用水 190 立方米,处于第一阶梯,共交水费 646 元,所以 $190a = 646$,解得 $a = 3.4$,所以第一阶梯的水价为 3.4 元/立方米,因为小丽家 2024 年共用水 241 立方米,处于第二阶梯,共交水费 844.4 元,所以 $3.4x + 4.4(241-x) = 844.4$,解得 $x = 216$ 。

(2) 设小慧家 2024 年的用水量为 y 立方米,因为 $3.4 \times 216 + 4.4 \times (300-216) = 1104$ (元),所以用水 300 立方米时,水费为 1104 元,因为 2024 年小慧家共交水费 1246 元,且 1246 元 > 1104 元,所以小慧家 2024 年的用水量超过 300 立方米,根据题意得 $1104 + 7.1(y-300) = 1246$,解得 $y = 320$ 。

答:小慧家 2024 年的用水量为 320 立方米。

14. 解:(1) 18 90 【解法提示】从折线图中可以看出,注水到第 18 秒时,水杯刚好注满,注水到第 90 秒时水槽中的水刚好把水杯淹没。

(2) $100 \times \frac{18}{90} = 20$ (平方厘米)。答:水杯的底面积是 20 平方厘米。

(3) $9 \times 20 \div 18 = 10$ (立方厘米/秒), $100 \times (20-9) \div 10 = 110$ (秒)。答:注水的速度为每秒 10 立方厘米,在水杯刚刚被水淹没后还需要 110 秒可以把整个水槽注满。

第二卷

- 一、1. 7.5 【解析】 $\frac{2}{2+3+4} = \frac{2}{9}$, $36 \times \frac{2}{9} = 8$ (千米), $8 \div 4 = 2$ (小时), $\frac{4}{4+5+6} = \frac{4}{15}$, $2 \div \frac{4}{15} = 7.5$ (小时)。

2. (338,5) 【解析】由题意,表格中的数每 6 个一行,所以 $2024 \div 6 = 337$ 余 2, $337+1 = 338$,故正整数 2024 在第 338 行,又因为奇数行从左往右依次增大 1,偶数行从左往右依次减小 1,所以正整数 2024 在第 5 列,故正整数 2024 的位置可表示为 (338,5)。

3. 16 【解析】如解图,设相应方格中的数为 x_1, x_2, x_3, x_4 ; 由,已知条件:行、列及对角线的三个数的和都相等,可以列出方程: $+x_1+x_2=?$, $+x_3+x_4=x_1+x_3+13=x_2+19+x_4$,那么前面两个式子的和就等于后面两个式子的和,即有 $2x_1+x_2+x_3+x_4=13+19+x_1+x_2+x_3+x_4$,所以? $= \frac{13+19}{2} = 16$ 。

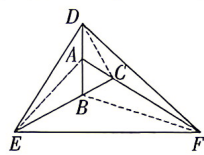
?	x_1	x_2
	x_3	19
	13	x_4

第 3 题解图

4. $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{3}{4}$ 【解析】由题意可知,当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时,第一次操作后剩下的矩形的长为 a ,宽为 $1-a$,所以第二次操作时正方形的边长为 $1-a$,第二次操作以后剩下的矩形的两边分别为 $1-a, 2a-1$ 。此时,分两种情况:①如果 $1-a > 2a-1$,即 $a < \frac{2}{3}$,那么第三次操作时正方形的边长为 $2a-1$,因为经过第三次操作后所得的矩形是正方形,所以矩形的宽等于 $1-a$,即 $2a-1 = (1-a) - (2a-1)$,解得 $a = \frac{3}{5}$;②如果 $1-a < 2a-1$,即 $a > \frac{2}{3}$,那么第三次操作时正方形的边长为 $1-a$,则 $1-a =$

$(2a-1) - (1-a)$,解得 $a = \frac{3}{4}$ 。综上所述, a 的值是 $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{3}{4}$ 。

- 二、5. 解:如解图,连接 AE, CD, BF , 因为 $AD=AB, BE=2BC, CF=3CA$,三角形 ABC 的面积为 1 平方厘米,所以 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} = 1$ (平方厘米), $S_{\triangle DBE} = 2S_{\triangle ABE} = 2 \times 2S_{\triangle ABC} = 4$ (平方厘米), $S_{\triangle CBF} = 3S_{\triangle ABC} = 3$ (平方厘米),所以 $S_{\triangle DEF} = 2S_{\triangle CBF} = 2 \times 3 = 6$ (平方厘米), $S_{\triangle ACD} = 3S_{\triangle ABC} = 3$ (平方厘米),所以 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DBE} + S_{\triangle CBF} + S_{\triangle ACD} = 1+1+4+6+3+3 = 18$ (平方厘米)。



第 5 题解图

- 答:三角形 DEF 的面积是 18 平方厘米。
6. 解:将总工程量看作“1”,设甲队工作 x 天,则甲队完成的工作量为 $\frac{x}{80}$,乙队完成的工作量为 $(1 - \frac{x}{80})$,由题意得,

$$86.5 = 100 \times \frac{x}{80} + 80 \times (1 - \frac{x}{80}), \text{解得 } x = 26, \text{乙队工作的天数:}$$

$$(1 - \frac{26}{80}) \div \frac{1}{100} = 67.5 \text{ (天)}, \text{因为 } 26 < 67.5, \text{所以撤出的一个}$$

队是甲队,则甲队工作的天数就是甲、乙两队合作的天数。答:甲、乙两队合作了 26 天。

7. 解:(1) 78° 【解法提示】因为 OM 平分 $\angle AOB$, ON 平分 $\angle BOD$,所以 $\angle BOM = \frac{1}{2} \angle AOB$, $\angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD$,因为 $\angle MON = \angle BOM + \angle BON = \frac{1}{2} \angle AOD$,所以 $\angle MON = 78^\circ$ 。

- (2) 66° 【解法提示】因为 OM 平分 $\angle AOC$, ON 平分 $\angle BOD$,所以 $\angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC$, $\angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD$,所以

$$\angle MON = \angle COM + \angle BON - \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOD -$$

$$24^\circ = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle BOD) - 24^\circ = \frac{1}{2} \times 180^\circ - 24^\circ = 66^\circ.$$

(3) 因为 $\angle BOC$ 在 $\angle AOD$ 内绕着点 O 以 2 度/秒的速度逆时针旋转 t 秒, OM 平分 $\angle AOC$, ON 平分 $\angle BOD$,所以 $\angle AOC = 54^\circ + 2t$, $\angle AOM = 27^\circ + t$, $\angle BOD = 126^\circ - 2t$, $\angle DON = 63^\circ - t$,若 $\angle AOM = 2\angle DON$ 时,即 $27^\circ + t = 2(63^\circ - t)$,所以 $t = 33$,若 $2\angle AOM = \angle DON$,即 $2(27^\circ + t) = 63^\circ - t$,所以 $t = 3$,所以当 $t = 3$ 或 $t = 33$ 时, $\angle AOM$ 和 $\angle DON$ 中的一个角的度数恰好是另一个角的度数的两倍。

答:当 $t = 3$ 或 $t = 33$ 时, $\angle AOM$ 和 $\angle DON$ 中的一个角的度数恰好是另一个角的度数的两倍。

39. 2026 GXYZSY 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 0.45 4.5 2. $\frac{1}{18}$ 3. 250 5 4. 6.28

5. 29.6 6. 西南 50(或南 西 40) 7. 6 23、32、24、42、34、43 大于 8. 193 9. 10 10. 584

计算题、解答题请看“详解详析”P23

详解详析

一、1. 0.45 4.5 2. $\frac{1}{18}$ 3. 250 5

4. 6.28 【解析】长方形的面积=半径为 2 厘米的半圆面积+上方阴影部分面积-下方阴影部分面积=半径为 2 厘米的半圆的面积,长方形面积是 $3.14 \times 2^2 \div 2 = 6.28$ (平方厘米)。

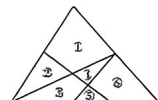
5. 29.6 【解析】如解图,根据题意得 $A'D=AD=4.8$ cm, $A'B=AB=10$ cm,阴影部分的周长是 $A'D+A'B+DC+BC=(10+4.8) \times 2 = 29.6$ (cm)。

第 5 题解图

6. 西南 50(或南 西 40)
7. 6 23、32、24、42、34、43 大于 【解析】用分别标有 2、3、4 的 3 张卡片摆出不同的两位数,有 23、32、24、42、34、43,共 6 个,其中是 2 的倍数的有 4 个,是 3 的倍数的有 2 个,所以从这些数中任意选一个,是 2 的倍数的可能性大于是 3 的倍数的可能性。

8. 193 【解析】由题意可得,第 1 行 1 个数字,第 2 行 2 个数字,第 3 行 3 个数字,由此规律可得第 19 行有 19 个数字,第 19 行左起最后一个数是 $\frac{(1+19) \times 19}{2} = 190$,故第 20 行的第 3 个数为 $190+3 = 193$ 。

9. 10 【解析】如解图,将各部分进行标号,其中,②、④、⑤号自身就是三角形,两部分组合中①+②、③+④、⑤+⑥、③+⑤都能组成三角形,三部分组合中②+③+⑤是三角形,四部分组合中③+④+⑤+⑥是三角形,还有整个图形是一个大三角形,所以图中共有 $3+4+1+1+1 = 10$ (个)三角形。



第 9 题解图

10. 584 【解析】三个数都是 4 的倍数,个位必然都是偶数。1~9 这九个数字中偶数有 2、4、6、8,当个位是 2 或 6 时,十位是奇数,当个位是 4 或 8 时,十位是偶数。所以三个数中两个数的个位分别是 2 和 6,最后一个数的末两位是 84 或 48。要使最小的三位数取最大值,则较大的两个三位数的百位上分别是 9 和 7,此时最小的三位数的百位最大能取 5,十位最大可取 8,即末两位是 84。所以三个三位数中最小的一个最大是 584。

- 二、11. $\frac{5x+1}{2} = \frac{8x+9}{7}$

$$\text{解: } 7(5x+1) = 2(8x+9)$$

$$19x = 11$$

$$x = \frac{11}{19}$$

12. 解:原式 $= 333 \times (332 \times 1001001 + 1) - 332 \times (333 \times 1001001 - 1)$
 $= 333 \times 332 \times 1001001 + 333 - 332 \times 333 \times 1001001 + 332$
 $= 333 \times 332$
 $= 665$

13. 解:原式 $= (1+3+5+7+9+11+13+15+17) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} +$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90})$$

$$= 81 + (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} +$$

$$\frac{1}{9 \times 10})$$

$$=81+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right) \text{ (裂项相消)}$$

$$=81+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)$$

$$=81\frac{2}{5}$$

三、14. 解:这本书的总页数为 $14\div\left(\frac{3}{5}-25\%\right)=40$ (页), $40\times 25\%+1=11$ (页)。答:第二天应从第11页读起。

15. 解:设A港和B港相距 x 千米。根据题意,得 $\frac{x}{26+2}+3=\frac{x}{26-2}$,解得 $x=504$ 。答:A港和B港相距504千米。

16. 解:圆柱的底面直径为 $200\div 50=4$ (厘米),原来圆柱形木料的侧面积为 $4\times 3.14\times 50=628$ (平方厘米)。答:原来圆柱形木料的侧面积是628平方厘米。

17. 解:由题意知,1支钢笔的价钱-1本笔记本的价钱=9.4,买4支钢笔和7本笔记本花费 $100+1.4=101.4$ (元),则笔记本的单价是 $(101.4-9.4\times 4)\div(4+7)=5.8$ (元),钢笔的单价是 $5.8+9.4=15.2$ (元)。答:钢笔的单价是15.2元/支,笔记本的单价是5.8元/本。

18. 解:(1)9月份用电 $1458-1088=370$ (千瓦时),210千瓦时<370千瓦时<410千瓦时,应缴电费 $0.50\times 210+0.55\times(370-210)=193$ (元)。答:她家9月份用电370千瓦时,应缴电费193元。
(2)月用电量为210千瓦时的电费为 $0.50\times 210=105$ (元),月用电量为410千瓦时的电费为 $0.55\times(410-210)+105=215$ (元), $247>215$,超过410千瓦时, $(247-215)\div 0.80=40$ (千瓦时), $410+40=450$ (千瓦时)。答:3月份他家用电450千瓦时。

19. 解:甲缸酒精溶液 $100\div 2=50$ (千克),混合后纯酒精总量 $100\times 56\%=56$ (千克),甲缸中的纯酒精 $50\times 48\%=24$ (千克)。设乙缸酒精溶液有 x 千克,则丙缸酒精溶液有 $(50-x)$ 千克,根据题意, $24+62.5\%x+\frac{2}{3}(50-x)=56$,解得 $x=32$,丙缸中纯酒精有 $(50-32)\times \frac{2}{3}=12$ (千克)。

答:丙缸中纯酒精的量是12千克。

20. 解:先确定做中锋的人选,除E以外的人任意一个都可以,所以有4种选择。其余4个人对应4个位置,有 $4\times 3\times 2\times 1=24$ (种)站位方法,一共 $24\times 4=96$ (种)。答:一共有96种不同的站位方法。

40. 2026 GXYZSY 入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. $2x$ $6x$ 2. $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{15}$ 3. 19 4. 44 5. 36
6. 315 7. 36 8. 49 9. 8 10. 40%

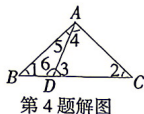
计算题、解答题请看“详解详析”P24

详解详析

一、1. $2x$ $6x$ 2. $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{15}$

3. 19 【解析】①订阅1本时:可以是任意1种,有3种订法;②订阅2本时,是从三种中任选2种,或任选一种书订阅2本,共有6种订法;③订阅3本时就是3种杂志都订阅,或选其中两种订阅,或只选一种订阅3本,共有10种订法。共有 $3+6+10=19$ (种)不同的订阅方法。

4. 44 【解析】如解图, $\angle 1+\angle 5+\angle 6=180^\circ$, $\angle 3+\angle 6=180^\circ$,则 $\angle 3=\angle 1+\angle 5$ 。因为 $\angle 3=\angle 4$,所以 $\angle 4=\angle 1+\angle 5$ 。又因为 $\angle 1=\angle 2$,则三角形ABC的内角和为 $\angle 1+\angle 2+\angle 4+\angle 5=\angle 1+\angle 1+\angle 1+\angle 5+\angle 5=180^\circ$,所以 $\angle 1$ 的度数为 $(180^\circ-24^\circ\times 2)\div 3=44^\circ$ 。



第4题解图

5. 36 【解析】小长方形的长=2×小长方形的宽,2×(小长方形的长+小长方形的宽+小长方形的长)=5×小长方形的长=60厘米,小长方形的长为12厘米,宽为6厘米,周长为 $(12+6)\times 2=36$ (厘米)。

6. 315 【解析】第二杯倒掉30毫升后,剩下的体积为 $85\div(2-1)=85$ (毫升)。第一杯倒掉30毫升后,剩下的体积为 $85\times 2=170$ (毫升),原来两杯共有 $(85+30)+(170+30)=115+200=315$ (毫升)饮料。

7. 36 【解析】 $\frac{\text{甲}+\text{乙}}{2}+\frac{\text{乙}+\text{丙}}{2}+\frac{\text{甲}+\text{丙}}{2}=20$, $\frac{1}{9}+12+30=62\frac{1}{9}$,所以甲+乙+丙=62 $\frac{1}{9}$ 。 $30>20\frac{1}{9}>12$,最大的数比最小的数大: $(62\frac{1}{9}-12)\times 2-(62\frac{1}{9}-30)\times 2=36$ 。

8. 49 【解析】第1个图案中有 $4=3\times 1+1$ 个三角形,第2个图案中有 $7=3\times 2+1$ 个三角形,第3个图案中有 $10=3\times 3+1$ 个三角形……所以第 n 个图案中有 $(3n+1)$ 个三角形,依此规律,第16个图案中有 $3\times 16+1=49$ (个)三角形。

9. 8 【解析】不考虑共线问题,5个点可以构成 $C_5^2=10$ (个)三角形,其中有两组共线的点,共可以构成 $10-2=8$ (个)不同的三角形。

10. 40% 【解析】设去年每本盈利为“1”,今年每本盈利就为去年的 $(1-20\%)$;设去年的发行量为“1”,今年的发行量就为去年的 $(1+75\%)$ 。今年的总盈利比去年增加 $(1-20\%)\times(1+75\%)-1\times 1=0.4$, $0.4\times 100\%=40\%$,今年发行《枫叶新希望数学》获得的总盈利比去年增加的百分比是40%。

二、11. $(7.6\times 35\%+6.5\times 0.76):x=1:2$
解: $(7.6\times 0.35+0.65\times 0.76):x=1:2$
 $7.6:x=1:2$
 $x=15.2$

经检验, $x=15.2$ 是原方程的解。

12. 解: $385=5\times 7\times 11$, $\frac{1}{5}\times 385=77$, $\frac{1}{7}\times 385=55$, $\frac{1}{11}\times 385=35$,

$$\frac{1}{2}\times 385=192\frac{1}{2},\frac{1}{3}\times 385=128\frac{1}{3},\frac{1}{13}\times 385=29\frac{8}{13},\frac{1}{2}+$$

$$\frac{1}{3}+\frac{8}{13}=1\frac{35}{78},\text{整数部分:}77+55+35+192+128+29+1=517.$$

$$13. \text{解:原式}=\frac{3}{2}\times\frac{6}{5}\times\frac{10}{9}\times\cdots\times\frac{2001\times 2002\div 2}{2000\times 2003\div 2} \text{ (高斯求和)}$$

$$=\frac{2\times 3}{1\times 4}\times\frac{3\times 4}{2\times 5}\times\frac{4\times 5}{3\times 6}\times\cdots\times\frac{2001\times 2002}{2000\times 2003}$$

$$=3\times\frac{2001}{2003}$$

$$=\frac{6003}{2003}$$

三、14. 解: $15\div(70\%-\frac{2}{5})=50$ (吨)。

答:这批货物原来有50吨。

15. 解:上山速度:下山速度=35:40=7:8,上、下山的距离相等,则上山用时:下山用时=8:7,上山用时为 $7.5\times\frac{8}{7+8}=4$ (时),山脚到山顶的距离为 $4\times 35=140$ (千米)。答:山脚到山顶的距离是140千米。

16. 解:阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}\times 5\times 2\times 5-(5\times 5-\frac{1}{4}\times 3.14\times 5^2)=19.625$ (平方厘米)。答:阴影部分的面积为19.625平方厘米。

17. 解:(1)每个小正方形的边长为 $60\div(3+4+5)=5$ (厘米),三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times(4\times 5)\times(3\times 5)=150$ (平方厘米)。答:这个三角形的面积是150平方厘米。

(2)答:直角三角形的两条直角边长度的平方之和=斜边长度的平方。说明如下:观察这个图形,以直角三角形直角边的长度为边长的正方形面积分别为 $(4\times 5)^2=400$ (平方厘米)和 $(3\times 5)^2=225$ (平方厘米),以直角三角形斜边的长度为边长的正方形面积为 $(5\times 5)^2=625$ (平方厘米)。400+225=625,所以直角三角形的两条直角边长度的平方之和=斜边长度的平方。

18. 解:比赛场数=参加队伍数-1,一共需比 $32-1=31$ (场),还有 $31-6=25$ (场)。答:还有25场比赛才能产生冠军。

19. 解:减速前后的速度之比为5:4,则时间之比为4:5,即走同样的路程,减速后较减速前,时间增加 $(5-4)\div 4\times 100\%=25\%$ 。乙比丙多减速了一条边的路程,则减速前走一条边的用时为 $10\div 25\%=40$ (分钟)。设正方形的边长为 a 米,甲比乙晚到7分钟,甲比乙多减速了 $(a-720)$ 米的路程,用原速走 $(a-720)$ 米的用时为 $7\div 25\%=28$ (分钟),因此 $a-720=28\times\frac{4a}{40\times 4}$,解得 $a=2400$ 。所以该农场的周长为 $2400\times 4=9600$ (米)。答:该农场的周长为9600米。

20. 解: $78\div 4=19.5$,所以小明至少做对20道题目,否则一定不超过 $4\times 19=76$ (分)。若他做对21题,另外4题都错时,小明仍然有 $4\times 21-1\times 4=80$ (分), $80>78$,所以小明做对了20道题。 $4\times 20=80$ (分), $80-78=2$ (分),说明做错了2道题,3道题没做。

答:他分别做对了20道题,做错了2道题,没做3道题。

21. 解:甲类:挖树坑 $=\frac{2}{20}=0.1$,乙类:挖树坑 $=\frac{1.2}{10}=0.12$,丙类:挖树坑 $=\frac{0.8}{7}\approx 0.114$ 。 $0.12>0.114>0.1$,所以乙类学生挖树坑的相对效率最高,其次是丙类学生,故应先安排乙类学生挖树坑,可控:1.2×15=18(个),再安排丙类学生挖树坑,可控:0.8×10=8(个),还差 $30-18-8=4$ (个)树坑, $4\div 2=2$ (名),由两名甲类学生去挖,这样就能完成挖树坑的任务,其余13名甲类学生运树苗,可以运:13×20=260(棵)。答:安排乙类学生15人,丙类学生10人,甲类学生2人挖树坑,甲类学生13人运树苗,才能既完成挖树坑的任务,又使树苗运得最多。

41. 2026 GXYZSY 入学数学真卷(三)

快速对答案

一、填空题 1. 40 八 2. 七五 3. 8 1.5

4. $4(n-1)$ 6. 28 5. 3.14 62.8 6. $\frac{1}{4}$ 7. 300

8. 19 22 9. 8165432709 10. 904 或 136

计算题、解答题请看“详解详析”P25

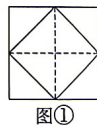
详解详析

一、1. 40 八 【解析】 $10\div(4+1)=2$ (组),实际应付 $5\times(4\times 2)=40$ (元), $4\div(4+1)=80\%$,相当于打八折。

2. 七五 【解析】最低利润为 $3000\times 5\%=150$ (元),最低售价为 $(3000+150)\div 4200=0.75$,即最多打七五折。

3. 8 1.5 【解析】设一支康乃馨 x 元,则一支玫瑰花是 $(x+6.5)$ 元。 $3(x+6.5)+2x=27$,解得 $x=1.5$ 。 $1.5+6.5=8$ (元),每支玫瑰花8元,每支康乃馨1.5元。

4. $4(n-1)$ 6. 28 【解析】每增加一个正方形就增加4个直角三角形,那么第 n 个图形有 n 个正方形, $4(n-1)$ 个直角三角形,从解图①中可知,大正方形的面积是小正方形面积的2倍。据此可知,解图②中最大正方形的面积是最小正方形面积的 $2\times 2\times 2=8$ 倍。最大正方形的面积是 $8\times 8=64$ (平方厘米),最小正方形的面积就是 $64\div 8=8$ (平方厘米)。最小正方形的边长=圆的直径,那么最小正方形的面积 $8=(2r)^2=(2r)\times(2r)=4r^2$,第4幅图中圆的面积为 $8\div 4\times 3.14=6.28$ (平方厘米)。



图①



图②

第4题解图

5. 3.14 62.8 【解析】2米=20分米, $20\div 2=10$ (分米), $62.8\div 10\div 3.14\div 2=1$ (分米),原来圆柱形木料的底面积是 $3.14\times 1^2=3.14$ (平方分米),体积是 $3.14\times 20=62.8$ (立方分米)。

6. $\frac{1}{4}$ 【解析】左面的正方体侧面展开图折成正方体后“我”与“杯”相对,“爱”与“希”相对,“新”与“望”相对,因此,“希”、“望”、“我”有一个公共顶点A,“希”、“望”、“杯”有一个公共顶点B,只有从正方体的A、B两个顶点看能同时看到“希”、“望”二字,可能性是 $2\div 8=\frac{1}{4}$ 。

7. 300 【解析】1至100页,共有11个0,个位上的10个0,十位上的1个0,101至200页,共有20个0,个位上的10个0,十位上的10个0,201至300页,共有20个0,个位上的10个0,十位上的10个0,则到第300页时,0的个数为 $11+20+20=51$,故这本书有300页。
8. 19 22 【解析】摆9个三角形需要 $2 \times 9 + 1 = 19$ (根)火柴棒,45根火柴棒可以摆 $(45-1) \div 2 = 22$ (个)三角形。
9. 8165432709 【解析】前9位数能被10整除,则从左往右第9位是0,已知最高位数为8,则这个数为 $\overline{8 \square \square \square \square \square \square \square 0}$,前2位数能被3整除,则第2位放1,即 $\overline{81 \square \square \square \square \square \square 0}$,前3位数能被4整除,则第3位放6,即 $\overline{816 \square \square \square \square \square 0}$,……,前6位数能被7整除,则第6位放3,即 $\overline{816543 \square \square \square 0}$,前7位数能被8整除,因为8已放,则第7位放2,即 $\overline{8165432 \square \square 0}$,前8位数能被9整除,则第8位放7,即 $\overline{81654327 \square 0}$,最后一位放剩下的9,即8165432709,经验证十位数8165432709符合题意。
10. 904或136 【解析】设原来每一列中有 n 人,则8列一共有 $8n$ 人,增加120人后组成一个方阵:总人数为: $8n+120=a^2$;减少120人后组成一个方阵:总人数为: $8n-120=b^2$, $8n$ 和120是8的倍数,所以 a 和 b 一定都是4的倍数。 $a^2-b^2=(8n+120)-(8n-120)=240$,所以 $(a+b)(a-b)=240$, $240=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5=60 \times 4=20 \times 12$,所以当 $a=32$, $b=28$ 时,满足 $(32+28) \times (32-28)=240$,则 $8n=32^2-120=1024-120=904$ (人),即原有战士904人;当 $a=16$, $b=4$ 时,满足 $(16+4) \times (16-4)=240$,则 $8n=16^2-120=256-120=136$,即原有战士136人;所以原有战士904人或136人。

二、11. 原式=12.5

$$12. \frac{2(2x-1)}{3} = \frac{3}{2}x - (x-1)$$

$$\begin{aligned} \text{解: } 4(2x-1) &= 9x-6(x-1) \\ 8x-4 &= 9x-6x+6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13. \text{解: 原式} &= [7 \times (\frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56}) - \frac{11}{8}] \times 8 \\ &= [7 \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8}) - \frac{11}{8}] \times 8 \\ &= [7 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{8}) - \frac{11}{8}] \times 8 \\ &= [7 \times \frac{3}{8} - \frac{11}{8}] \times 8 \\ &= 21 - 11 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14. \text{解: 设 } \frac{a}{3} &= \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = 479749 = k, \text{ 则 } a=3k, b=4k, c=5k, \\ \frac{5a+4b-2c}{c-b+2a} &= \frac{5(3k)+4(4k)-2(5k)}{5k-4k+6k} = \frac{21k}{7k} = 3 \end{aligned}$$

三、15. 解: $30 \div 5 \times (2+5) \div (1-30\%) = 60$ (吨)。

答:这批煤原来有60吨。

$$16. \text{解: } (8 \times 4 + 6 \times 1) \div (4+1) = 7.6 \text{ (元/千克)}。$$

答:什锦糖每千克7.6元。

$$17. \text{解: 淘淘和笑笑到达丙地的时间比为 } \frac{2}{4} : \frac{3}{12} = 2 : 1, \text{ 淘淘}$$

从甲地到丙地用的时间为 $1 \div \frac{2-1}{2} = 2$ (小时),甲、丙两地的

路程为 $2 \times 4 = 8$ (千米),乙、丙两地的路程为 $8 \div 2 \times 3 = 12$ (千米),甲、乙两地的路程为 $8+12=20$ (千米)。

答:甲、乙两地相距20千米。

$$18. \text{解: 设甲队工作了 } x \text{ 天, } \frac{1}{15} \times (1+25\%) = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times (1+20\%)$$

$$= \frac{1}{10}, (\frac{1}{12} + \frac{1}{10})x + \frac{1}{12}(9-x) = 1, \text{ 解得 } x = 2.5, 9-2.5 = 6.5$$

(天)。答:甲队休息了6.5天。

19. 解:如解图,把C、D补全,组成一个长方形,E的面积是A、B

面积和的 $(1.5-1) \div 1.5 = \frac{1}{3}$,设

长方形的宽是 x 厘米,根据题意

$$\text{得 } \frac{1}{3} \times [(5+2)x \div 2] = (x-2) \times 2, \text{ 解得 } x = 4.8。$$

答:长方形的宽是4.8厘米。

20. 解:由题意知,四位数 $ABCD$ 是 AB 、 BC 、 CD 最小公倍数的3倍,所以 $ABCD$ 可被 AB 、 BC 、 CD 整除。因为 $ABCD=AB$

$\times 100+CD$,可知 CD 可被 AB 整除,设 $CD=kAB$,显然 $1 < k <$

$10, ABCD = (\frac{100}{k} + 1)CD, \frac{100}{k}$ 是整数, k 只能为2,4,5。分

情况讨论:当 $k=2$ 时, $ABCD=102 \times AB=51 \times CD=3 \times (17 \times$

$CD)$, $17 \times CD$ 是 AB 、 BC 、 CD 的最小公倍数,因此 BC 必含

17 这个质因数,满足要求的 BC 有17,34,51,68,85;利用

$CD=2AB$ 这个条件将上述可能的 BC 分别进行穷举,满足

要求的四位数有:2346、2856,再利用 $ABCD$ 是 AB 、 BC 、 CD

最小公倍数的3倍的条件进行筛选,发现2346满足要求;

当 $k=4$ 时, $ABCD=104 \times AB=26 \times CD$,因为 $CD < 99, 4 \times$

$AB < 99, AB \leq 24$;满足上述条件的 $ABCD$ 为1248、1352、

1456、1560、1768、1872、1976、2184、2496,利用 $ABCD$ 是

AB 、 BC 、 CD 最小公倍数的3倍的条件进行筛选,发现均

不满足要求;当 $k=5$ 时, $ABCD=105 \times AB=21 \times CD=3 \times (7 \times$

$CD)$,因为 $CD < 99, 5 \times AB < 99$,所以 A 只能取1。满足上述

条件的 $ABCD$ 为1260、1365、1470、1680、1785、1890, BC 必

含7这个质因数,发现上述数字均不满足要求。故 $ABCD$ 为2346。答:这个四位数是2346。

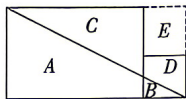
21. 解:把每头牛每天吃的草量看作1份,每天增加的草量为 $(17 \times 30 - 19 \times 24) \div (30 - 24) = 9$ (份),牧场原有的草量为 $(17 - 9) \times 30 = 240$ (份),草的总量为 $240 + 9 \times (6 + 2) = 312$ (份),所以牛的总数为 $(312 + 4 \times 2) \div 8 = 40$ (头)。

答:没有卖掉4头牛之前,这群牛共有40头。

22. 解:原来四个数的和的3倍: $36.4 \times 3 + 47.8 \times 3 + 46.2 \times 3 +$

$41.6 \times 3 = 516$;原来四个数的和: $516 \div 3 = 172$;原来四个数

的平均数: $172 \div 4 = 43$ 。答:原来四个数的平均数是43。



第19题解图

42. 2026 GXYZSY 入学数学真卷(四)

快速对答案

$$\text{一、1. 小明 } 2. \frac{1}{4} \quad 36 \quad 3. \frac{15}{4} \quad 4. 24 \quad 2 \quad 5. 396 \quad 6. 9 \quad 6$$

$$7. 3:1 \quad 8. 109 \quad 9. 210769 \quad 840736 \quad 10. 102000 \quad 987654$$

计算题、解答题请看“详解详析”P25

详解详析

$$\text{一、1. 小明 } 2. \frac{1}{4} \quad 36 \quad 3. \frac{15}{4}$$

4. 24 2 【解析】一个圆柱和一个圆锥的高相等,圆柱与圆锥

的底面半径比是2:1,它们的体积比是 $(2^2 \times 3):1 = 12:1$,因为

它们的体积之和是 26 cm^3 ,所以圆柱的体积是 $26 \div (12+1) \times$

$12 = 24 (\text{cm}^3)$,圆锥的体积是 $26 \div (12+1) \times 1 = 2 (\text{cm}^3)$ 。

5. 396 【解析】长和宽都是 $120 \div 4 \div (3+2) = 6 (\text{cm})$,则原来长

方体蛋糕的体积是 $6 \times 6 \times (6+3+2) = 396 (\text{cm}^3)$ 。

6. 9 6 【解析】把第一组数和第二组数的总个数看作“1”,设

第一组数的个数为 x ,则第二组数的个数为 $(1-x)$, $20x+12 \times$

$(1-x) = 18$,解得 $x = \frac{3}{4}, 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$,则第一组数与第二组数

的个数比是 $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3:1$ 。

8. 109 【解析】根据规律,可得 $n + \frac{n}{n^2-1} = n^2 \times \frac{n}{n^2-1}$,当 $n=10$

时, $a=10^2-1=99, b=10$,则 $a+b=99+10=109$ 。

9. 210769 840736 【解析】不同的字母表示不同的数字,要使

$\overline{ABCDEF}$ 的值最小,从最高位起每个数位上的数字应当

最小,根据能被2整除的数的特征, A 最小为2,即 $A=2$,则

$\overline{AB} = \overline{2B}$;根据能被3整除的数的特征, B 最小为1,即 $B=1$,

则 $\overline{ABC} = \overline{21C}$;根据能被5整除的数的特征, C 最小为0,即

$C=0$,则 $\overline{ABCD} = \overline{210D}$;根据能被7整除的数的特征, D 为7,

则 $\overline{ABCDE} = \overline{2107E}$;根据能被11整除的数的特征, E 为6,则

$\overline{ABCDEF} = \overline{21076F}$;根据能被13整除的数的特征, F 为9,则

$\overline{ABCDEF} = \overline{210769}$ 。要使 $\overline{ABCDEF}$ 的值最大,从最高位起,

每个数位上的数字应当最大,根据能被2整除的数的特征,

A 最大为8,即 $A=8$,则 $\overline{AB} = \overline{8B}$;根据能被3整除的数的特

征, B 最大为7,即 $B=7$,则 $\overline{ABC} = \overline{87C}$;因为 $C=0$,此时

【解题技巧】判断2、3、5、7、9、11、13倍数的方法:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——二、技巧2”P3。

10. 102000 987654 【解析】要使六位数最小,每个数位上的

数字应当最小,易知首位最小是1,前两位能被2整除,则

第二位最小是0,前三位能被3整除,即前三位的数字和

是3的倍数,且最小为3,则第三位最小是2,前四位能被4

整除,即前四位的末两位能被4整除,则第四位最小是0,

前五位能被5整除,则第五位最小是0,六位数能被6整

除,即各数位上的数字和能被3整除,且该数为偶数,则第

六位最小是0,故六位数最小是102000。要使六位数最

大,每个数位上的数字应当最大,同理可求六位数最大

是987654。

$$\text{二、11. } \frac{5x+1}{2} = \frac{8x+9}{7}$$

$$\text{解: } 7(5x+1) = 2(8x+9)$$

$$35x+7 = 16x+18$$

$$x = \frac{11}{19}$$

$$12. \text{解: 原式} = 333 \times (332332332+1) - 332 \times (333333333-1)$$

$$= 333 \times 332 \times 1001001 + 333 - 332 \times 333 \times 1001001 + 332$$

$$(\text{重码数})$$

$$= 333 \times 332$$

$$= 665$$

$$13. \text{解: 原式} = 1 + 3 + \frac{1}{6} + 5 + \frac{1}{12} + 7 + \frac{1}{20} + 9 + \frac{1}{30} + 11 + \frac{1}{42} + 13 + \frac{1}{56} +$$

$$15 + \frac{1}{72} + 17 + \frac{1}{90}$$

$$= (1+3+5+7+9+11+13+15+17) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} +$$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90})$$

$$= 81 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} +$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}) (\text{裂项相消})$$

$$= 81 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{10})$$

$$= 81 + \frac{2}{5}$$

$$\text{三、14. 解: } 24 \div (\frac{2}{3} \times 40\%) = 60 (\text{千克})。$$

答:这个油桶最多能装油60千克。

15. 解:原来小明买了 $15 \div (2.5-1) = 10$ (张),小军买了 $10 \times$

$2.5 = 25$ (张)。

答:原来小明买了10张贺卡,小军买了25张贺卡。

16. 解:圆柱原来的表面积是 $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 2 + 3.14 \times 10 \times 6 =$

345.4 (平方厘米),现在的表面积是 $345.4 - 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 6 \times$

$4 = 385.4$ (平方厘米)。

答:现在这个物体的表面积是385.4平方厘米。

17. 解:设面值为2元和5元的邮票都有 x 张,则面值为10元

的邮票有 $(14-2x)$ 张, 根据题意得 $2x+5x+10\times(14-2x)=75$, 解得 $x=5$, $14-2\times 5=4$ (张)。答: 面值为 2 元的邮票有 5 张, 面值为 5 元的邮票有 5 张, 面值为 10 元的邮票有 4 张。

18. 解: (1) $2.25\times 15=33.75$ (元)。

答: 需要缴纳 33.75 元水费。

(2) $2.25\times 18=40.5$ (元), $2.95\times(25-18)=20.65$ (元), $40.5+20.65=61.15$ (元), $40.5<61.15$, 所以君君家八月份用水量在 18~25 吨之间, $(52.3-40.5)\div 2.95+18=22$ (吨)。答: 君君家八月份用了 22 吨水。

19. 解: 由于 B 种酒精比 C 种酒精多 3 升, 可把 B 种酒精取出 3 升, 并和部分 A 种酒精进行混合, 得到浓度是 38.5% 的酒精, 需要 A 种酒精 $3\times(38.5\%-36\%)\div(40\%-38.5\%)=5$ (升); 再把剩下的 A 种酒精和 B、C 两种酒精混合, 总溶液是 $11-3-5=3$ (升), 其中 B、C 两种酒精的混合浓度是 $(36\%+35\%)\div 2=35.5\%$, A 种酒精和 B、C 两种酒精的质量比是 $(38.5\%-35.5\%):(40\%-38.5\%)=2:1$, $3\div(2+1)\times 2=2$ (升), A 种酒精一共有 $5+2=7$ (升)。

答: A 种酒精有 7 升。

一题多解: 解: 设 A 种酒精有 x 升, 则 $40\%x+(11-3-x)\div 2\times 3\times 36\%+(11-3-x)\div 2\times 35\%=11\times 38.5\%$, 解得 $x=7$ 。

20. 解: 出发后经过 $400\div(6+4)=40$ (秒), 两个机器人第一次相遇。机器人甲第一次相遇跑的路程为 $40\times 6=240$ (厘米), 机器人乙第一次相遇跑的路程为 $40\times 4=160$ (厘米); 机器人乙从第一次相遇回到出发点 A 的时间为 $(300-160)\div 4=35$ (秒), 机器人甲从第一次相遇回到 A 点这段时间跑的路程为 $35\times 6=210$ (厘米), $240+210-400=50$ (厘米), 即此时甲离开 A 点 50 厘米, 再相遇还需要的时间为 $(400-50)\div(6+4)=35$ (秒)。机器人乙共跑了 $300+35\times 4=440$ (厘米)。

答: 机器人乙共跑了 440 厘米。

48. 2026 GXYZLG 入学数学真卷

快速对答案

一、填空题 1. C 2. 5 3. 37.5 4. 1.52 0.58 5. 0.5

6. $\frac{9}{16}$ $\frac{7}{16}$ 7. 11 8. 5000 9. 八 10. 12

计算题、几何图形题、解答题请看“详解详析”P26

详解详析

一、1. C 【解析】甲追上乙时比乙多绕 2 个顶点, 多用 12 秒, 所以乙单纯走路的时间比甲多 12 秒, 若不算绕顶点的, 甲追上乙需要 $(9\times 2+18\times \frac{12}{60})\div(30-18)=1.8$ (分钟), 甲 1.8 分钟走 $30\times 1.8=54$ (米), $54\div 9=6$ (边), 则甲在顶点 C 处刚好追上乙。

2. 5 【解析】设小石头的体积为 a , 第二次溢出的体积为 $2a$, 则中石头的体积为 $2a+a=3a$, 第三次溢出的体积为 $3a$, 则大石头的体积为 $3a+3a-a=5a$, 所以大石头的体积是

小石头的 $5a\div a=5$ 倍。

3. 37.5 【解析】设甲、乙两地相距 x 千米, 半小时 $=0.5$ 小时, 根据题意得 $\frac{1}{3}x\div 12+\frac{2}{3}x\div 30=\frac{3}{5}x\div 12+\frac{2}{5}x\div 30-0.5$, 解得 $x=37.5$ 。

4. 1.52 0.58 【解析】因剩下的钱数相同, 剩下的钱若买 1 支圆珠笔就少 0.14 元, 若买 1 本练习本还多 0.8 元, 则一支圆珠笔比一本练习本多 $0.14+0.8=0.94$ (元), 则一本练习本 $[10+0.14-(3+1)\times 0.94]\div(3+1+7)=0.58$ (元), 一支圆珠笔 $0.58+0.94=1.52$ (元)。

5. 0.5 【解析】缸内的水会升高 $(10\times 10\times 10)\div(40\times 50)=0.5$ (厘米)。

6. $\frac{9}{16}$ $\frac{7}{16}$ 【解析】 $(4+2+3)\div 16=\frac{9}{16}$, $1-\frac{9}{16}=\frac{7}{16}$ 。

7. 11 【解析】9 时 40 分-9 时 20 分 $=20$ 分钟, 火车和骑车人错车时间与火车和步行人错车时间的比是 $5:4$, 则火车和骑车人的速度差与火车和步行人的速度和的比是 $4:5$, $5-4=1$ (份), 9 时 40 分骑车人和步行人相距 $20\times 4=80$ (份), 那么需要再行 $80\div 1=80$ (分钟) 相遇, 9 时 40 分+80 分 $=11$ (时), 即骑车人和步行人在 11 时相遇。

解法技巧 错车问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 7”P4。

8. 5000 【解析】设至少要生产 x 个产品, 则 $16x-8x-24000\geq 16x\times 20\%$, 解得 $x\geq 5000$ 。

9. 八 【解析】定价相当于成本的 $1+50\%=150\%$, 全部利润相当于成本总价的 $50\%\times 82\%=41\%$, 70% 的商品的利润率是 $50\%\times 70\%=35\%$, 打折后的商品的利润率是 $41\%-35\%=6\%$, 每件商品的利润率是 $6\%\div(1-1\times 70\%)=20\%$, 折扣是 $(1+20\%)\div 150\%=80\%=八折$ 。

10. 12 【解析】将 1 头牛一周所吃的草看作 1 份, 27 头牛 6 个星期所吃的草为 $27\times 6=162$ (份), 23 头牛 9 个星期所吃的草为 $23\times 9=207$ (份), 1 周新长的草为 $(207-162)\div(9-6)=15$ (份), 牧场上原有的草为 $27\times 6-15\times 6=72$ (份), 每周新长的草够 15 头牛吃, 那么 21 头牛 72 $\div(21-15)=12$ (个) 星期可以吃完。

解法技巧 牛吃草问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 4”P4。

二、1. 解: 原式 $=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{2\times 3}-\frac{1}{3\times 4}$
 $=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
 $=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
 $=1+1-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$
 $=1\frac{3}{10}$

2. 解: 原式 $=[(9+1-5)+(\frac{1}{9}+\frac{7}{8}-\frac{6}{7})]\div[(9-6+2)+(\frac{1}{9}+$

$\frac{7}{8}-\frac{6}{7})]$ (分组求和)

$=(5+\frac{1}{9}+\frac{7}{8}-\frac{6}{7})\div(5+\frac{1}{9}+\frac{7}{8}-\frac{6}{7})$
 $=1$

3. 解: 原式 $=\frac{411\times 362+363}{411\times(362+1)-48}$
 $=\frac{411\times 362+363}{411\times 362+411-48}$
 $=\frac{411\times 362+363}{411\times 362+363}$
 $=1$

4. 解: 设 20092010 $=k$, 那么 $a=2k, b=3k, c=4k$, 则 $\frac{3a+b-2c}{c-b+a}=\frac{3\times 2k+3k-2\times 4k}{4k-3k+2k}=\frac{k}{3k}=\frac{1}{3}$ 。

5. 解: 令 $A=1+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}$, $B=\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}$, 则原式 $=(A-\frac{1}{19})\times B-A\times(B-\frac{1}{19})=\frac{1}{19}\times(A-B)=\frac{1}{19}\times\frac{1}{19}=\frac{1}{19}$ 。

6. 解: 设 $x=\frac{17}{11}, y=\frac{18}{21}+\frac{19}{31}+\frac{20}{41}, z=\frac{21}{51}$, 则原式 $=(x+y)(y+z)-(x+y+z)y=xy+xz+y^2+yz-(xy+y^2+yz)=xz=\frac{17}{11}\times\frac{21}{51}=\frac{7}{11}$ 。

三、1. 解: $4\times 5\times 2-3\times 3\times 1=31$ (立方厘米)。

答: 机器零件的体积是 31 立方厘米。

2. 解: $100-2.5\times 12+80=150$ (毫升)。答: 整个吊瓶的容积是 150 毫升。

3. 解: $\frac{1}{20}:\frac{1}{18}:\frac{1}{15}:\frac{1}{12}=3:\frac{10}{3}:4:5$, 只有 $3:4:5$ 能构成直角三角形, 设直角三角形三边长分别为 $3k$ 厘米、 $4k$ 厘米、 $5k$ 厘米, 三棱柱的高为 h 厘米, 则 $3k\times 4k\div 2=54$, 解得 $k=3$, 直角三角形三边长分别为 9 厘米、12 厘米、15 厘米, 三棱柱侧面积为 $9h+12h+15h=432-54\times 2$, 解得 $h=9$, 故容器高为 9 厘米, 当分别以三角形和面积为 (15×9) 的面为底面时, 水面高度比为 $18:12=3:2$, 设水面高度为 $3y$ 厘米、 $2y$ 厘米, 如图解, 则 $54\times 3y=(EF+15)\times 2y\div 2\times 9$, 解得 $EF=3$ 厘米, 那么 $\frac{EF}{AC}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$, $\frac{EF}{AC}=\frac{BD}{5}$, $BD=5BG$, $2y=BD-BG=4G=5BG-BG=4BG$, 即 $2y=\frac{4}{5}BD=\frac{4}{5}\times\frac{9\times 12}{15}=5.76$, 解得 $y=2.88$, 水的

体积为 $54\times 3y=54\times 3\times 2.88=466.56$ (立方厘米)。

答: 容器中水的体积是 466.56 立方厘米。

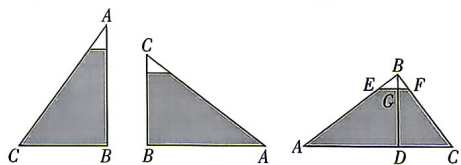


图 1

图 2

图 3

第 3 题解图

四、1. 解: 设小长方体的长、宽、高分别为 a 厘米、 b 厘米、 h 厘米, 则 $a=4h, 2a=3b$, 即 $h=\frac{1}{4}a, b=\frac{2}{3}a$, 每块砖的体积为 $a\times\frac{2}{3}a\times\frac{1}{4}a=\frac{1}{6}a^3=288$, 解得 $a=12$, 则 $b=\frac{2}{3}\times 12=8, h=\frac{1}{4}\times 12=3$, 则大长方体的长是 $12\times 2=24$ (厘米), 宽是

12 厘米, 高是 $8+3=11$ (厘米), 大长方体的表面积为 $(24\times 12+24\times 11+12\times 11)\times 2=1368$ (平方厘米)。

答: 大长方体的表面积是 1368 平方厘米。

2. 思路分析 将此题看作相遇问题, A 走的路程+B 走的路程=全长-桥长, 根据他们走完全程的时间求出两人的速度比解答。

解: $13:30-10:18=3$ 小时 12 分 $=192$ 分钟, $11:40-9:00=2$ 小时 40 分 $=160$ 分钟, 设甲地到乙地的路程为 s , 则 $V_A:$

$V_B=\frac{s}{192}:\frac{s}{160}=5:6$, 因为 A 走完桥比 B 走完桥多用了 1 分钟, 所以 A 走完桥要 6 分钟, B 走完桥要 5 分钟, 所以桥长 $=\frac{s}{192}\times 6=\frac{s}{32}$, B 先走 $10:18-9:00=1$ 时 18 分 $=78$ 分钟, 设 A

和 B 到达桥的两端时一起走的时间为 t 分, 则 $\frac{s}{160}(78+t)+\frac{s}{192}t=s-\frac{s}{32}$, 解得 $t=42$, 所以他们同时到达桥的两端是 10:

18+42 分 $=11:00$ 。答: 11 点他们同时到达桥的两端。

3. 解: 观点: ①我们生活环境污染严重; ②严重的环境污染危害了人的身体健康; ③严重的环境污染是人类造成的, 比如: 汽车尾气排放等。建议: 人们今后尽量做到绿色出行, 保护环境。(答案不唯一, 合理即可)

4. 解: 设买进这批蚊香共用 x 元, 那么希望获得的纯利润为 $(0.4x-300)$ 元, 实际上比希望的少卖的钱数为 $x\times(1+40\%)\times(1-90\%)\times(1-70\%)=0.042x$, 由题意得 $0.042x=(0.4x-300)\times 15\%$, 解得 $x=2500$ 。

答: 利民商店买进这批蚊香用了 2500 元。

5. 解: 设丙休息了 x 天, 甲、乙合做的工作效率和是 $\frac{1}{36}+\frac{1}{30}$ 。

$\frac{11}{180}$, 甲、乙、丙三人合做的工作效率和是 $\frac{1}{36}+\frac{1}{30}+\frac{1}{48}=\frac{59}{720}$ 。

丙休息了 x 天时, 甲、乙做了这项工程的 $\frac{11x}{180}$, 甲、乙、丙三人

共同做的工作量: $1-\frac{11x}{180}$, 甲、乙、丙三人合作的工作时间

$(1-\frac{11x}{180})\div\frac{59}{720}=\frac{(180-11x)\times 4}{59}$, 又因为丙休息了整数天, 且最

后完成这项工程也用了整数天, 所以只有当 $(180-11x)$ 是 59

的整数倍时, 才能成立, 只有当 $x=11$ 时, $(180-11x)$ 才是 59

的整数倍, 所以当 $x=11$ 时, $\frac{(180-11x)\times 4}{59}=4$, 所以丙休息了

11 天。

答: 丙休息了 11 天。

49. 2026 TYZ 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 132 2. 0 3. 5 4. 0.6 5. 36% 6. 12
7. 75 8. 48 9. 192 10. 92 11. 29 12. 11 13. 94.2
14. 7 15. 42 16. 9 cm 17. 30 18. 1000 19. 12 20. $\frac{48}{7}$

解答题请看“详解详析”P27

详解详析

一、1. 132 2. 0

3. 5 【解析】8 和 18 的最小公倍数是 72, 桃子最少有 $72 \div 3 = 24$ (个), 平均分给 15 个小朋友, 每人分得 $24 \div 15 = 1.6$ (个)。
4. 0.6 【解析】这件商品的成本: $(11 \times 12 - 7 \times 13) \div (13 - 12) = 41$ (元), 销售额: $(41 + 7) \times 13 = 624$ (元), 利润: $(624 - 41 \times 15) \div 15 = 0.6$ (元)。
5. 36% 【解析】混合溶液中酒精的含量: $(2000 + 50 + 350) \times 65\% = 1560$ (克), 瓶中原有酒精 $2000 \times 75\% = 1500$ (克), 增加了 $1560 - 1500 = 60$ (克) 酒精, B 种酒精的浓度: $60 \div (50 \times 3 + 350) = 12\%$, A 种酒精溶液的浓度为 $3 \times 12\% = 36\%$ 。
6. 12 【解析】两块地总面积为 $28000 \div 1750 = 16$ (公顷), 第二块地每公顷收 $2500 - 1000 = 1500$ (千克), 假设全是第一块地, 多收 $(2500 \times 16 - 28000) = 12000$ (千克), 第二块地的面积是 $12000 \div (2500 - 1500) = 12$ (公顷)。
7. 75 【解析】由一半模型可知, 黄色和绿色三角形面积和为长方形面积的 50%, 所以黄色三角形面积占长方形的 $50\% - 26\% = 24\%$, 长方形面积为 $18 \div 24\% = 75$ (cm²)。
8. 48 【解析】 $S_{\triangle ABD} = (1+2) \times S_{\triangle BDE} = 24$, $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD} = 48$ 。
9. 192 【解析】第一次相遇时, 平平走了 $7200 - 2400 = 4800$ (米), 安安走了 2400 米, 速度比为 $4800 : 2400 = 2 : 1$; 设平平速度为 $2v$, 安安原速度为 v , 提速后为 $3v$; 第一次相遇时间: $7200 \div (2v + v) = \frac{2400}{v}$; 第二次相遇时间 $7200 \div (2v + 3v) = \frac{1440}{v}$, 提前 10 分钟相遇, 则 $\frac{2400}{v} - \frac{1440}{v} = 10$, 解得 $v = 96$, 所以平平的速度是每分钟 $2 \times 96 = 192$ (米)。
10. 92 【解析】要使表面积最大, 需把最小的面拼接, 拼接后长方体长 $4 \times 2 = 8$ (厘米), 宽 3 厘米, 高 2 厘米; 表面积为 $2 \times (8 \times 3 + 8 \times 2 + 3 \times 2) = 92$ (平方厘米)。
11. 29 【解析】设乙今年 x 岁, 甲为 $(3x - 4)$ 岁, 甲在 9 年前和乙在 9 年后的年龄相等, 则 $3x - 4 - 9 = x + 9$, 解得 $x = 11$, 甲今年 $3 \times 11 - 4 = 29$ (岁)。
12. 11 【解析】由题意可知, 这些正方体共两层, 底层 9 个, 上层至少 2 个, 至少有 $9 + 2 = 11$ (个) 正方体。
13. 94.2 【解析】两小圆的直径之和是大圆的直径 15 cm, 所以阴影部分的周长等于两个大圆的周长: $2 \times 3.14 \times 15 = 94.2$ (cm)。
14. 7 【解析】设运完这批货物的总次数为 n , 5 次运的货物占比 $40\% < \frac{5}{n} < 80\%$, 则 $6.25 < n < 12.5$, n 为整数, n 最小为 7。

15. 42 【解析】总人数: $30 \div (1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 72$ (人), 新一班与新二班共有学生 $72 - 30 = 42$ (人)。
16. 9 cm 【解析】由题意可得 $AC = 6BE = 18$ cm, $BC = 2BE = 6$ cm, $AB = AC - BC = 12$ cm, 因为 D 是 AB 中点, 所以 $BD = 6$ cm, $DE = BD + BE = 9$ cm。
17. 30 【解析】四人跑一圈时间分别为 $\frac{1}{2}$ 小时、 $\frac{1}{4}$ 小时、 $\frac{1}{3}$ 小时、 $\frac{1}{6}$ 小时, 最小公倍数为 1 小时, 从出发到四人首次相遇, 四人共跑了 $(4 + 8 + 6 + 12) \times 1 = 30$ (千米)。
18. 1000 【解析】设从甲种酒中取 x 克, 乙种酒中取 $(3000 - x)$ 克, 根据题意可列方程: $50\%x + 35\%(3000 - x) = 40\% \times 3000$, 解得 $x = 1000$ 。
19. 12 【解析】如解图所示, 运动 2 s 时, P 在 AB 上, $P_1A = 2$ cm, 此时 $\triangle PAD$ 的面积为 4 cm², 所以 $AD = 4 \times 2 \div 2 = 4$ (cm), P 点从 P_1 点运动到 P_2 点用了 $6 - 2 = 4$ (s), 则 $P_1B + BC + CP_2 = 4$ cm, 因为 $BC = AD = 4$ cm, 所以 $P_1B = CP_2 = 0$, 所以 P_1 点和 B 点重合, P_2 点和 C 点重合, $AB = AP_1 = 2$ cm, 长方形的周长 $= 2 \times (2 + 4) = 12$ (cm)。
20. $\frac{48}{7}$ 【解析】设电车速度 $v_{\text{电}}$, 自行车速度 $v_{\text{自}}$, 发车间隔时间为 t 。 $8(v_{\text{电}} - v_{\text{自}}) = 6(v_{\text{电}} + v_{\text{自}})$, 则 $v_{\text{电}} = 7v_{\text{自}}$, $v_{\text{电}} t = 8(v_{\text{电}} - v_{\text{自}})$, 所以发车间隔时间 $t = \frac{8(7v_{\text{自}} - v_{\text{自}})}{7v_{\text{自}}} = \frac{48v_{\text{自}}}{7v_{\text{自}}} = \frac{48}{7}$ 。

解題技巧 发车问题: 同向而行发车间隔 = (电车车速 - 自行车车速) $\times$ 追及的时间间隔; 相向而行发车间隔 = (电车车速 + 自行车车速) $\times$ 相遇的时间间隔。

- 二、21. (1) 原式 = 13 (2) 原式 = $\frac{25}{3}$ (3) 原式 = 30
(4) 解: 原式 = $\frac{2}{1} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{19}{18} + \frac{18}{19} + \frac{20}{19} + \frac{19}{20}$
 $= 19 \times 2 + \frac{19}{20}$
 $= 38 \frac{19}{20}$

22. 解: 阴影部分的面积 = 三角形 BEF 面积 - (正方形 $AEGF$ 面积 - 扇形 FGA 面积) $= (8 + 4) \times 4 \times \frac{1}{2} - (4 \times 4 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 4^2) = 20.56$ (平方厘米)。
答: 图中阴影部分的面积是 20.56 平方厘米。
23. 解: “买四赠一”即每 5 个足球付 4 个的钱, 120 个足球可分成 $120 \div 5 = 24$ (组), 实际付款: $24 \times 4 \times 80 = 7680$ (元)。
答: 该幼儿园实际付款 7680 元。
24. 解: 乙队每天运 $64.4 \div (1 + 75\%) = 36.8$ (吨) 物资, 甲队比乙队每天多运 $64.4 - 36.8 = 27.6$ (吨) 物资, 甲队运全部救灾物资的一半用时: $138 \div 27.6 = 5$ (天), 总物资: $5 \times 64.4 \div \frac{1}{2} = 644$ (吨)。答: 这批救灾物资一共有 644 吨。

25. 解: 甲、乙速度比为 $4 : 3$, $5 \times 8 = 40$, 全程长: $80 \div \frac{8-7}{8} = 640$ (千米)。答: A、B 两地的距离是 640 千米。
26. 解: $19 : 12 = 380 : 240$, $20 : 13 = 380 : 247$, 增加女子艺术体操项目, 女运动员增加 $247 - 240 = 7$ (份); $30 : 19 = 390 : 247$, 增加男子象棋项目, 男运动员增加 $390 - 380 = 10$ (份)。每份人数: $12 \div (10 - 7) = 4$ (人), 总人数: $4 \times (390 + 247) = 2548$ (人)。答: 最终运动员总人数为 2548 人。
27. 解: 甲、乙速度比 $4 : 3$, 设全程 7 份。第一次相遇甲走 4 份, 第二次相遇甲走 $4 \times 3 = 12$ (份), 两次相遇点差 $4 - 2 = 2$ (份), 全程: $30 \div 2 \times 7 = 105$ (千米)。
答: A、B 两地相距 105 千米。
28. 解: (1) $n(n+1)$
(2) $n = 20$ 时, 瓷瓷砖数: $22 \times 23 = 506$ (块), 白瓷砖: $20 \times 21 = 420$ (块), 黑瓷砖: $506 - 420 = 86$ (块), 总费用: $86 \times 6 + 420 \times 4 = 2196$ (元)。答: 共需花 2196 元购买瓷砖。
29. 解: 设甲商品的成本价为 x 元, 则乙商品的成本价为 $(1500 - x)$ 元, 由题意可得 $0.8 \times [(1 + 30\%)x + (1 + 35\%) \times (1500 - x)] - 1500 = 92$, 解得 $x = 700$ 。
答: 甲商品的成本价是 700 元。
30. 解: 设总工程量为“1”, 甲队的工作效率为 $\frac{1}{20}$, 乙队的工作效率为 $\frac{1}{30}$, 丙队的工作效率为 $\frac{1}{60}$, 甲 2 天做 $\frac{1}{20} \times 2 = \frac{1}{10}$, 乙 3 天做 $\frac{1}{30} \times 3 = \frac{1}{10}$, 工作 $(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}) \div (\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60}) = 12$ (天)。
答: 完成这项工程一共用了 12 天。

31. 解: (1) 18 90
(2) 水槽水面上升 10 厘米用时 90 秒, 整个水槽包括水杯 中水的体积为 $100 \times 10 = 1000$ (立方厘米), 水的流速为 $1000 \div 90 = \frac{100}{9}$ (立方厘米/秒)。所以水杯的容积: $18 \times \frac{100}{9} = 200$ (立方厘米), 底面积: $200 \div 10 = 20$ (平方厘米)。
答: 水杯的底面积为 20 平方厘米。

50. 2026 TYZ 入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. $\frac{11}{15}$ 2. $\frac{270}{11}$ 3. 4.8 米/秒 4. 225 5. 13
6. 21 cm² 7. 100% 8. $\frac{2}{3}$ 9. 6.33 10. 7 或 9
11. 12 12. 90 13. 50 14. 37.5 °C 15. 15

计算题和解答题请看“详解详析”P28

详解详析

- 一、1. $\frac{11}{15}$
2. $\frac{270}{11}$ 【解析】10:30 时, 时针与分针夹角为 135° , 分针与时针第一次相遇用时 $135^\circ \div (6^\circ - 0.5^\circ) = \frac{270}{11}$ (分钟)。

3. 4.8 米/秒 【解析】设总路程为 $2s$ 米, 行驶前半段用时 $\frac{s}{4}$ 秒, 行驶后半段用时 $\frac{s}{6}$ 秒, 平均速度为 $2s \div (\frac{s}{4} + \frac{s}{6}) = 4.8$ (米/秒)。
4. 225 【解析】边长放大后为 $3 \times 5 = 15$ (厘米), 面积是 $15 \times 15 = 225$ (平方厘米)。
5. 13 【解析】质数 $p, p+3$ 也是质数, 只有 $p = 2$ (唯一偶质数), $2^6 - 51 = 64 - 51 = 13$ 。
6. 21 cm² 【解析】宽: $18 \div 6 = 3$ (cm), 长: $21 \div 3 = 7$ (cm), 原长方形面积: $3 \times 7 = 21$ (cm²)。
7. 100% 【解析】设进价为 100, 则售价为 150, 进价降低后为 75, 利润率为 $(150 - 75) \div 75 \times 100\% = 100\%$ 。
8. $\frac{2}{3}$ 【解析】水池原有水的体积: $\frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 30 = 1440\pi$ (立方分米), 放入圆柱后底面积变为 $\pi \times 12^2 - \pi \times 3^2 = 135\pi$ (平方分米), 新水面高度: $1440\pi \div 135\pi = \frac{32}{3}$ (分米), $\frac{32}{3}$ 分米 < 30 分米, 水未溢出, 则水面上升 $\frac{32}{3} - 30 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (分米)。
9. 6.33 【解析】总和在 $6.3 \times 15 = 94.5$ 到 $6.4 \times 15 = 96$ 之间, 则自然数和为 95, 平均数为 $95 \div 15 \approx 6.33$ 。
10. 7 或 9 【解析】乙组每人 30 个, 核桃总数个位为 0; 甲组每人 28 个, 核桃总数个位为偶数; 核桃总数是 365, 个位为 5。偶数 + 0 + 奇数 = 奇数, 故丙组核桃总数必为奇数, 每人 31 个, 为奇数, 所以丙组人数必为奇数。 $31 \times 11 = 341$ (个), $365 - 341 = 24$ (个), 剩余 24 个核桃不足甲组或乙组中 1 组的核桃数, 所以丙组人数 < 10 。若丙组 9 人, $31 \times 9 = 279$ (个), 剩余 $365 - 279 = 86$ (个), $86 = 28 \times 2 + 30 \times 1$, 可行; 若丙组 7 人, $31 \times 7 = 217$ (个), 剩余 $365 - 217 = 148$ (个), $148 = 28 \times 1 + 30 \times 4$, 可行; 若丙组 5 人, 3 人或 1 人, 则剩余核桃数量无法拆分成甲组和乙组的倍数之和, 不可行。
11. 12 【解析】设甲乙两地路程为 6 份。顺水速度: $6 \div 2 = 3$, 则船速 + 水速 = 3; 逆水速度: $6 \div 3 = 2$, 则船速 - 水速 = 2。水流速度: $(3 - 2) \div 2 = 0.5$, 木筏漂流时间: $6 \div 0.5 = 12$ (时)。

解題技巧 流水行船: 流水速度 = (顺水速度 - 逆水速度) $\div 2$ 。

12. 90 【解析】6 千米/时 = $\frac{5}{3}$ 米/秒, 设火车速度为 v 米/秒, 火车长度 = $40v$, $40v = (v + \frac{5}{3}) \times 37.5$, 解得 $v = 25$, 25 米/秒 = 90 千米/时。
13. 50 【解析】设左下角长方形面积为 S , 由蝴蝶模型可得 $120 : 90 = S : 75$, 解得 $S = 100$, 阴影部分面积为其一半, 即 $100 \div 2 = 50$ 。
模型展示 蝴蝶模型: 见“常用解题公式、模型及技巧汇总——三、模型 3”P3。
14. 37.5 °C 【解析】水银柱从 4.2 cm 升高到 8.2 cm, 对应的体温计读数从 35.0 °C 上升到 40.0 °C, 则水银柱每变化 1 cm, 读数变化 $(40 - 35) \div (8.2 - 4.2) = 1.25$ (°C)。水银

柱的长度为 6.2 cm 时,体温计的读数为 $1.25 \times (6.2 - 4.2) + 35.0 = 37.5 (^{\circ}\text{C})$ 。

15. 15 【解析】因为 a, b, c 是非 0 自然数,所以 $a+2bc$ 也为非 0 自然数,则 $\frac{49}{a}$ 也需为非 0 自然数,所以 a 必须是 49 的因数。49 的因数有 1, 7, 49。当 $a=1$ 时, $bc=24$, 符合题意的因数对有 (2, 12)、(3, 8)、(4, 6), 其中 $2+12=14$ 最大, 此时 $a+b+c=15$; 当 $a=7$ 时, $2bc=0$, 不符合题意; 当 $a=49$ 时, $2bc=-48$, 不符合题意。

二、16. 原式 = 45 17. 原式 = $\frac{3}{4}$

18. 解: 原式 = $1+3+5+7+\dots+19+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\dots+\frac{1}{1024})$
 $= \frac{(1+19) \times 10}{2} + (1-\frac{1}{1024})$ (等差+等比数列求和)
 $= 100 + \frac{1023}{1024}$
 $= 100 \frac{1023}{1024}$

19. 解: 原式 = $1 \times (100-1) + 2 \times (100-2) + 3 \times (100-3) + \dots + 49 \times (100-49)$
 $= 100 \times (1+2+3+\dots+49) - (1^2+2^2+3^2+\dots+49^2)$
 $= 100 \times \frac{49 \times 50}{2} - \frac{49 \times 50 \times 99}{6}$ (高斯求和+平方和)
 $= 82075$

【解题技巧】平方和: $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

20. $\frac{0.3x}{1.2} = (\frac{x+1}{4}) + \frac{0.04x-0.15}{0.2}$
 解: $0.25x = (x+0.25) + 0.2x - 0.75$
 $0.25x = 1.2x - 0.5$
 $x = \frac{10}{19}$

三、21. 解: 如解图, 连接 CF。 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}$
 $S_{\text{长方形ABCD}} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 (\text{cm}^2)$, 因为 $\frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle BFD}} = \frac{CE}{DE} = \frac{2}{1}$, $\frac{S_{\triangle BFD}}{S_{\triangle DFC}} = \frac{BG}{GC} = \frac{1}{1}$, 所以 $S_{\triangle BFC} = \frac{2}{2+1+1} \times S_{\triangle BCD} = \frac{2}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} (\text{cm}^2)$, 故 $S_{\triangle FGC} = \frac{1}{2} S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} (\text{cm}^2)$; $S_{\triangle DFC} = \frac{1}{2+1+1} \times S_{\triangle BCD} = \frac{1}{4} (\text{cm}^2)$, 故 $S_{\triangle FEC} = \frac{2}{3} S_{\triangle DFC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6} (\text{cm}^2)$; $S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle FGC} + S_{\triangle FEC} = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} (\text{cm}^2)$ 。

答: 阴影部分的面积是 $\frac{5}{12}$ 平方厘米。

22. 解: 设总工程量为“1”, 则甲的工作效率为 $\frac{1}{6}$ 。甲 1 天工

作量 = 乙 1 天工作量 + 甲 $\frac{1}{3}$ 天工作量, 即乙 1 天工作量 =

甲 $\frac{2}{3}$ 天工作量, 乙的工作效率: $\frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$, 合作时间: $1 \div (\frac{1}{6} + \frac{1}{9}) = 3.6$ (天)。答: 甲、乙合作 3.6 天可以完成。

23. 解: 总溶质: $600 \times 8\% + 400 \times 40\% = 208$ (千克), 总溶液: $600 + 400 = 1000$ (千克), 最终浓度: $208 \div 1000 = 20.8\%$ 。甲最终溶质质量: $600 \times 20.8\% = 124.8$ (千克), 需增加溶质质量: $124.8 - 600 \times 8\% = 76.8$ (千克), 每千克乙溶液比甲多含溶质 $40\% - 8\% = 32\%$, 故互换量为 $76.8 \div 32\% = 240$ (千克)。答: 互换的溶液为 240 千克。

24. 解: 书包单价: $(452+8) \div (4+1) = 92$ (元), 随身听单价: $92 \times 4 - 8 = 360$ (元)。超市 A: 总价打八折, 总花费为 $452 \times 80\% = 361.6$ (元)。超市 B: 随身听 360 元返 $3 \times 30 = 90$ (元) 购物券, 用券买书包需补 2 元, 总花费为 $360 + 2 = 362$ (元)。因为 $361.6 < 362$, 所以在超市 A 购买更省钱。答: 在超市 A 购买更省钱。

25. 解: 设每头牛每天吃草量为“1”, 每亩草每天生长量为 x , 每亩原有草量为 y 。第一块草地: $5y + 5 \times 30x = 10 \times 30$, 即 $y + 30x = 60$ ①; 第二块草地: $15y + 15 \times 45x = 28 \times 45$, 即 $y + 45x = 84$ ②; 联立①②, 解得 $x = 1.6, y = 12$ 。第三块草地的总草量为 $24 \times 12 + 24 \times 80 \times 1.6 = 3360$, 可供牛的数量为 $3360 \div 80 = 42$ (头)。答: 第三块草地可供 42 头牛吃 80 天。

【解题技巧】牛吃草问题: 见“常用解题公式、模型及技巧汇总——五、技巧 4”P4。

26. 解: (1) 设运动时间为 t 秒, 则 $AC = AP - t, PD = PB - 2t$, 而 $PD = 2AC$, 所以 $PB = 2AP$, 故 $AP = \frac{1}{3}AB$ 。

答: 点 P 在线段 AB 上距离点 A $\frac{1}{3}AB$ 处。

(2) 因为 $AQ - BQ = PQ$, 所以 $AQ > BQ$, 分两种情况: 当 Q 在线段 AB 上时, 因为 $AQ - BQ = PQ$, 所以 $AQ = PQ + BQ$, 又 $AQ = AP + PQ$, 所以 $AP = BQ$, 所以 $PQ = AB - AP - BQ = \frac{1}{3}AB$, 所

以 $\frac{PQ}{AB} = \frac{1}{3}$; 当点 Q 在点 B 的右侧时, $AQ - BQ = AB$, 由 $AQ - BQ = PQ$ 可得, $PQ = AB, \frac{PQ}{AB} = 1$ 。答: $\frac{PQ}{AB}$ 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 1。

(3) ②正确, 点 C、D 运动 5 秒后, $CP = 5 \times 1 = 5$ (cm), $BD = 5 \times 2 = 10$ (cm), $CD = CP + PB - BD = PB - 5 = \frac{2}{3}AB - 5 = \frac{1}{2}AB$, 所以 $AB = 30$ cm。以点 A 为原点, 则点 C 为 5, 点 P 为 10, 点 D 为 20, 点 B 为 30, 设点 D 继续运动的时间为 s 秒, 则点 D 为 $20 - 2s$, 则点 M 为 $5 + \frac{20 - 2s - 5}{2} = 12.5 - s$, 点 N 为 $\frac{20 - 2s - 10}{2} + 10 = 15 - s$ 。① $PM = 12.5 - s - 10 = 2.5 - s$, $PN = 15 - s - 10 = 5 - s$, $PM - PN = 2.5 - s - 5 - s = -2.5 - 2s$, 非定值, 故该说法错误; ② $MN = 1(15 - s) - (12.5 - s) = 2.5$, $\frac{MN}{AB} = \frac{2.5}{30} = \frac{1}{12}$ 为定值, 结论②正确。答: 结论②正确, $\frac{MN}{AB}$ 的值为 $\frac{1}{12}$ 。

51. 2026 TYZ 入学数学真卷(三)

快速对答案

一、填空题 1. 1:5000000 2. 梦 3. 10 4. 224

5. 80.5 6. 2.5 7. $\frac{1}{2}x+1=x-4.5$ 8. 5:8 9. 100

10. 42 11. $\frac{120}{11}$ 12. 8 13. 78 14. 100 15. 10

解答题请看“详解详析”P28

详解详析

一、1. 1:5000000 2. 梦 3. 10 4. 224

5. 80.5 【解析】实际参加考试的总分: $(40-2) \times 80 = 3040$ (分), 加上补考后新的平均分: $(3040+90 \times 2) \div 40 = 80.5$ (分)。

6. 2.5 【解析】底面圆的直径: $15.7 \div 2 \div 3.14 = 2.5$ (分米)。

7. $\frac{1}{2}x+1=x-4.5$

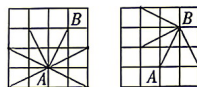
8. 5:8 【解析】底面周长的比是 2:3, 则底面半径比是 2:3, 底面面积比是 4:9, $V_{\text{圆柱}} = 4h_{\text{圆柱}} : (\frac{1}{3} \times h_{\text{圆柱}} \times 9) = 5:6$, 所以 $h_{\text{圆柱}} : h_{\text{圆锥}} = 5:8$ 。

9. 100 【解析】涨价后的价格为 $96 \div (1-20\%) = 120$ (元), 原价为 $120 \div (1+20\%) = 100$ (元)。

10. 42 【解析】1 张桌子坐 6 人, 2 张桌子坐 $6+4=10$ (人), 3 张桌子坐 $6+4 \times 2=14$ (人), $\dots, n$ 张桌子坐 $6+4 \times (n-1) = (4n+2)$ 人, 所以 10 张桌子拼在一起可以坐 $4 \times 10 + 2 = 42$ (人)。

11. $\frac{120}{11}$ 【解析】11 点整时, 时针和分针相差 30° , 经过 $(90^{\circ} - 30^{\circ}) \div (6^{\circ} - 0.5^{\circ}) = \frac{120}{11}$ (分钟), 时针和分针第一次垂直。

12. 8 【解析】以 AB 为腰时, 以 A 为顶点的等腰三角形有 5 个, 以 B 为顶点的等腰三角形有 3 个, 以 AB 为底的符合题意的等腰三角形不存在。综上所述, 共有 $5+3=8$ (个), 分别如解图所示。



第 12 题解图

13. 78 【解析】底面半径: $12 \div 3 \div 2 = 2$ (cm), 用两根一样的可拼成完整的圆柱, 所以斜着截取一段后, 体积为 $3 \times 2^2 \times (9+4) \div 2 = 78 (\text{cm}^3)$ 。

14. 100 【解析】阴影部分的周长 = 原长方形周长 = $(30+20) \times 2 = 100$ (厘米)。

15. 10 【解析】4 个人口 20 分钟进入的人数是 $10 \times 4 \times 20 = 800$ (人), 开门后每分钟新来 $(800-400) \div 20 = 20$ (人), 开

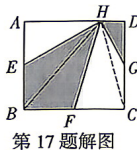
放 6 个人口, 开门 $400 \div (6 \times 10 - 20) = 10$ (分钟) 后就没有人排队。

二、16. (1) 原式 = $\frac{6}{17}$ (2) 解: 原式 = $\frac{222+345+345 \times 566}{567 \times 345 + 222}$
 $= \frac{222+345 \times 567}{567 \times 345 + 222}$
 $= 1$

(3) 解: 原式 = $\frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{37} - \frac{1}{40})$
 $= \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{40})$ (裂项相消)
 $= \frac{1}{3} \times \frac{39}{40}$
 $= \frac{13}{40}$

(4) $x=1$

17. 解: 如解图所示, 连接 BH, HC, 因为 E, F, G 分别是边 AB, BC 和 CD 的中点, 所以 $AE = EB, BF = FC, CG = GD$, 根据底高模型可知, $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BEH}$, $S_{\triangle BCF} = S_{\triangle CFH}$, $S_{\triangle CDG} = S_{\triangle DGH}$, 所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BEH} + S_{\triangle CFH} + S_{\triangle DGH} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形ABCD}} = \frac{1}{2} \times 56 = 28$ (平方厘米)。



第 17 题解图

答: 阴影部分的面积是 28 平方厘米。

18. 解: 输液瓶内 1 厘米高的溶液是 $250 \div 10 = 25$ (毫升), 输液 20 分钟后, 瓶中的溶液下降了 $20 \times 5 \div 25 = 4$ (厘米), 开始输液前空的部分高度是 $6-4=2$ (厘米), 输液瓶的容积是 $(10+2) \times 25 = 300$ (毫升)。答: 输液瓶的容积是 300 毫升。

19. 解: $5 < 6$, 所以水费的“基本价”是 $12 \div 5 = 2.4$ (元/立方米), $7.5 > 6$, 所以水费的“调节价”是 $(20.4 - 2.4 \times 6) \div (7.5 - 6) = 4$ (元/立方米), $(30.4 - 2.4 \times 6) \div 4 = 4$ (立方米), $4 + 6 = 10$ (立方米)。答: 该户 6 月份用水 10 立方米。

20. 解: 每减价 5%, 多订购 $100 \times 5\% \times 4 = 20$ (件), 新订购总数量: $80+20=100$ (件), 原来总售价: $80 \times 100 = 8000$ (元), 新总售价: $100 \times (100 - 100 \times 5\%) = 9500$ (元), $9500 - 8000 = 1500$ (元), 商品每件的成本: $1500 \div 20 = 75$ (元)。答: 这种商品每件的成本是 75 元。

【一题多解】设商品每件的成本是 x 元, 80 件商品的利润是 $80 \times (100 - x)$, 减价 5% 后的利润为 $(80+4 \times 100 \times 5\%) \times (100 - 100 \times 5\% - x)$, 由于张先生多订购, 减价 5% 仍可获得原来一样多的总利润, 可列出方程 $80 \times (100 - x) = (80 + 4 \times 100 \times 5\%) \times (100 - 100 \times 5\% - x)$, 解得 $x = 75$ 。

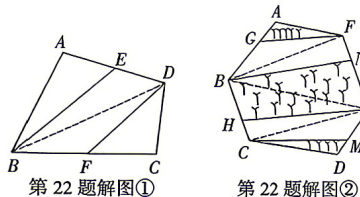
21. 解: (1) 40 3 【解法提示】A、B 两地之间的距离为 120 千米, 经过 2 小时两人相遇, 乙的速度是 $(120 - 20 \times 2) \div 2 = 40$ (千米/时), 经过 m 小时乙到达 A 地, $m = 120 \div 40 = 3$ 。(2) 若相遇之前相距 40 千米: $(120 - 40) \div (20 + 40) = \frac{4}{3}$ (时); 若相遇之后相距 40 千米: $(120 + 40) \div (20 + 40) = \frac{8}{3}$

(时)。答:甲出发 $\frac{4}{3}$ 时或 $\frac{8}{3}$ 时后,甲、乙两人相距40千米。

22. 解:(1)= 【解法提示】D为BC的中点, $BD=CD$,所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}$ 。

(2)如解图①,连接BD,E,F分别是AD,BC的中点,所以 $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle DBE}$, $S_{\triangle CDF}=S_{\triangle BDF}$,所以 $S_{\triangle ABE}+S_{\triangle CDF}=S_{\triangle DBE}+S_{\triangle BDF}$,所以 $S_{\text{四边形EBFD}}=\frac{1}{2}S_{\text{四边形ABCD}}$,所以四边形EBFD与四边形ABCD的面积之比是1:2。

答:四边形EBFD与四边形ABCD的面积之比是1:2。



(3)如解图②,连接BF,BE,CE。

因为 $BG=2AG$,所以 $S_{\triangle BFG}=2S_{\triangle AFG}=2\times 90=180(\text{m}^2)$ 。

因为 $BH=2CH$, $NE=2NF$,所以 $S_{\triangle CHE}=\frac{1}{2}S_{\triangle BHE}$, $S_{\triangle BFN}=\frac{1}{2}S_{\triangle BEN}$,所以 $S_{\triangle CHE}+S_{\triangle BFN}=\frac{1}{2}S_{\text{四边形BHEN}}=\frac{1}{2}\times 240=120(\text{m}^2)$ 。

因为 $ME=2MD$,所以 $S_{\triangle CME}=2S_{\triangle CMD}=2\times 75=150(\text{m}^2)$ 。观赏区的面积为 $S_{\triangle BFG}+(S_{\triangle CHE}+S_{\triangle BFN})+S_{\triangle CME}=180+120+150=450(\text{m}^2)$ 。答:观赏区的面积为450平方米。

52. 2026 TYZ 入学数学真卷(四)

快速对答案

一、填空题 1. 15 2. 120% 3. 10 4. 55 5. 39.25
6. 80 7. 80000 8. 600 9. 4 10. 3:1 11. 128
12. 2.5 13. 1670.4 14. 1050 15. 50 100 21.5

计算题、解答题请看“详解详析”P29

详解详析

一、1. 15 2. 120%

3. 10 【解析】再过5年,乐乐 $(36+5+5-1)\div(4+1)=9(\text{岁})$,妈妈 $9\times 4+1=37(\text{岁})$,则当妈妈38岁时,乐乐的年龄为 $38-37+9=10(\text{岁})$ 。

4. 55 【解析】 $[1.01]\triangle[10.6]=1\triangle 10=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ 。

5. 39.25 【解析】每小时时针转过的角度为 $360^\circ\div 12=30^\circ$,经过时间为13时30分-12时=1小时30分,1小时30分=1.5小时,时针转过的角度为 $30^\circ\times 1.5=45^\circ$,时针扫过的面积为 $\frac{45}{360}\times 3.14\times 10^2=39.25(\text{cm}^2)$ 。

解法技巧 钟表问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧2”P4。

6. 80 【解析】 $18\div(\frac{5}{3+5}-\frac{2}{3+2})=80(\text{人})$ 。

7. 80000 【解析】 $9600\div(1+7\%-95\%)=80000(\text{元})$ 。

8. 600 【解析】 $3\text{ dm}=30\text{ cm}$, $40\div 2\times 30=600(\text{cm}^3)$ 。

9. 4 【解析】 $12\div 2=6(\text{厘米})$, $\frac{1}{3}\times 12\times 6^2\pi\div 6^2\pi=4(\text{厘米})$ 。

10. 3:1 【解析】因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形,则 $AB=AC$, $\angle B=\angle C=60^\circ$,已知 $BP=CQ$,所以 $\triangle ABP\cong \triangle ACQ$,则 $\angle BAP=\angle CAQ$, $AP=AQ$,因为点Q与点M关于AC对称,所以 $\angle CAQ=\angle CAM$, $AQ=AM$,则 $\angle PAM=\angle PAC+\angle CAM=\angle PAC+\angle BAP=60^\circ$, $AP=AM$,所以 $\triangle APM$ 是等边三角形, $\angle PDC=\angle BDF$,因为 $\angle B=\angle C$,所以 $\triangle ABP\sim \triangle PCD$,则 $AP:PD=AB:CP=8:(8-2)=4:3$,因为 $AP=PM$, $PM=PD+DM$,所以 $PD:PM=3:4$, $PD:DM=3:1$ 。

11. 128 【解析】两种吃法下,萝卜剩余数量的差为 $48-8=40(\text{个})$,每天吃萝卜数量的差为 $6-4=2(\text{个})$,则计划吃的天数为 $40\div 2=20(\text{天})$,萝卜总数为 $4\times 20+48=128(\text{个})$ 。

12. 2.5 【解析】由题意可得,甲的工作效率比乙的工作效率多甲工作效率的一半,也就是甲的工作效率是乙工作效率的2倍,乙的工作效率是 $1\div 5=\frac{1}{5}$,甲的工作效率是

$\frac{1}{5}\times 2=\frac{2}{5}$,甲单独做要 $1\div \frac{2}{5}=2.5(\text{天})$ 完成此工程。

13. 1670.4 【解析】设甲、乙的速度分别为 $3v$ 、 $2v$,甲、乙相遇时甲所用的时间为 t ,则 $3vt:(556.8+2vt)=2:3$,解得 $vt=222.72$, $3vt+2vt+556.8=1670.4(\text{米})$ 。

14. 1050 【解析】因为I和IV可以同色,所以四个区域可以用3种颜色,也可以用4种颜色, $A_3^4+A_4^4=1050(\text{种})$ 。

15. 50 100 21.5 【解析】正方形ABCD的面积是 $10\times(10\div 2)\div 2\times 2=50(\text{cm}^2)$,正方形CEFG的面积是 $10\times 10=100(\text{cm}^2)$,阴影部分的面积是 $100-\frac{1}{4}\times 3.14\times 10^2=21.5(\text{cm}^2)$ 。

二、16. (1)原式=36 (2)原式= $14\frac{4}{5}$

(3)原式=1.4

(4)解:原式= $13\times(\frac{1}{21}+\frac{2}{21}+\cdots+\frac{82}{21}+\frac{83}{21})$
= $13\times\frac{(1+83)\times 83\div 2}{21}$ (高斯求和)
= 13×166
= 2158

(5) $x=\frac{13}{6}$

三、17. 解:因为三角形ABC的面积是27, $BD=\frac{1}{2}DC$,所以

$DC=\frac{2}{3}BC$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}=\frac{2}{3}\times 27=18$;因为 $AF=\frac{1}{2}FD$,

所以 $DF=\frac{2}{3}AD$,所以 $S_{\triangle CDF}=\frac{2}{3}S_{\triangle ADC}=\frac{2}{3}\times 18=12$;因为

$CE=\frac{1}{2}EF$,所以 $EF=\frac{2}{3}CF$,所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{2}{3}S_{\triangle CDF}=\frac{2}{3}\times 12=$

8。答:三角形DEF的面积为8。

18. 解:设林叔叔购进芒果 x 千克,根据题意得 $1.6(x-10)-1.2x=200$,解得 $x=540$ 。答:林叔叔购进芒果540千克。

19. 解:设工程总量为1,甲工程队的效率为 $20\%\div 4=\frac{1}{20}$,乙工程队的效率为 $(1-20\%)\div 6-\frac{1}{20}=\frac{1}{12}$,如果这项工程甲工程队先做15天,剩下的由乙工程队单独完成,乙工程队

还需要 $(1-\frac{1}{20}\times 15)\div \frac{1}{12}=3(\text{天})$ 。

答:乙工程队还需要3天才完成全部工程。

20. 解:设甲第一次混合时有 x 克,乙第一次混合时有 y 克,则 $65\%x+35\%y=40\%(x+y)$, $65\%(x+30)+35\%(y+30)=45\%(x+y+30+30)$,解得 $x=10$, $y=50$ 。

答:甲第一次混合时有10克,乙第一次混合时有50克。

21. 解:设阶梯A→C的长为 x 米,由题意得, $5(x+1.5)=6(x-1.5)$,解得 $x=16.5$ 。答:阶梯A→C的长为16.5米。

22. 解:(1)31532 【解法提示】 $(11342+2380+2044)\div 50\%=31532(\text{吨})$ 。

(2) $8\%an$ 【解法提示】 $\frac{1}{y}\times 8\%=\frac{1}{an}$, $y=8\%an$ 。

(3)设1万辆摩托车每年排放的有害污染物为 b 吨,根据题意可得: $(32-5a)b+8\%a\times 5\times 7b=32b\times 60\%$, $a\approx 5.8$ 。

答: a 的值约是5.8。

53. 2026 TYZ 入学数学真卷(五)

快速对答案

一、填空题 1. 32 2. 29 3. 8 4. $\frac{3}{2}$ 5. 294
6. 133.97 7. 150 8. 20 9. 37.5 10. 3763
11. 18.84 12. 1 13. 960 14. C 15. $\frac{800}{3}$

解答题请看“详解详析”P29

详解详析

一、1. 32 2. 29 3. 8 4. $\frac{3}{2}$

5. 294 【解析】 $(4+3)\div(3-2)=7(\text{厘米})$,长是 $7\times 3=21(\text{厘米})$,宽是 $7\times 2=14(\text{厘米})$,原长方形的面积是 $21\times 14=294(\text{平方厘米})$ 。

6. 133.97 【解析】 $\frac{1}{3}\times 3.14\times(8\div 2)^2\times 8\approx 133.97(\text{立方厘米})$ 。

7. 150 【解析】甲、乙效率比为 $\frac{1}{6}:\frac{1}{9}=3:2$,合作完成时工作量比=效率比=3:2。 $3-2=1$, $30\div 1=30(\text{个})$,这批零件共有 $30\times(3+2)=150(\text{个})$ 。

8. 20 【解析】含盐率变为20%,水的占比为 $1-20\%=80\%$,加盐后盐水总质量为 $200\div 80\%=250(\text{克})$,原来盐水的质量为 $30+200=230(\text{克})$,再需要加入的盐的质量为 $250-230=20(\text{克})$ 。

9. 37.5 【解析】时针每分钟走 0.5° ,15分钟走 $15\times 0.5=$

7.5° ,时针和分针的夹角是 $30^\circ+7.5^\circ=37.5^\circ$ 。

10. 3763 【解析】用1、3、5、7组成两位数乘两位数,积最大需大数字在高位,两数差最小, $71\times 53=3763$, $73\times 51=3723$, $3763>3723$,积最大为3763。

11. 18.84 【解析】 $\frac{1}{3}\times 3.14\times 3^2\times 1.5=14.13(\text{立方米})$,5厘米=0.05米,能铺 $14.13\div(15\times 0.05)=18.84(\text{米})$ 。

12. 1 【解析】铁块体积为 $5\times 4\times 3=60(\text{立方分米})$, $60\div(10\times 6)=1(\text{分米})$, $5+1=6(\text{分米})$,6分米<8分米,无溢出,所以水面上升1分米。

13. 960 【解析】设原正方体的每个面的面积为 S ,则原正方体的表面积为 $6S$,A、B两个长方体的表面积之和为 $6S+2S=8S$ 。因为A的表面积是B的 $\frac{3}{5}$,所以A的表面积为

$3S$,B的表面积为 $5S$;B上、下、前、后四个面的面积是A的 $(5S-2S)\div(3S-2S)=3$ 倍,分别将A和B上、下、前、后四个面展开成长方形,一条边相等,另一条边B是A的3倍,所以B的体积是A的3倍, $320\times 3=960(\text{立方厘米})$ 。

14. C 【解析】每5条线段一循环,1835 $\div 5\div 5=73(\text{组})\cdots 10(\text{厘米})$,10 $\div 5=2(\text{个})$,它停在点C上。

15. $\frac{800}{3}$ 【解析】甲的速度是丙的3倍,是乙的1.5倍,所以把乙、丙出发时甲所在的位置看作E,则甲、乙相遇时,甲走了E、B两地路程的 $1.5\div(1.5+1)=\frac{3}{5}$,甲、丙相遇时,

甲走了E、B两地路程的 $3\div(3+1)=\frac{3}{4}$,由题意知C、D两地相距25千米,把E、B之间的路程看作单位“1”,E、B之间的

距离为 $25\div(\frac{3}{4}-\frac{3}{5})=\frac{500}{3}(\text{千米})$,A、B两地的路程

为 $100+\frac{500}{3}=\frac{800}{3}(\text{千米})$ 。

二、16. (1)原式=2006 (2)原式=750

(3)解:原式= $\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\cdots+\frac{1}{20\times 21}$

$=2\times(\frac{1}{2\times 3}-\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}-\cdots+\frac{1}{20\times 21})$

$=2\times(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{20}-\frac{1}{21})$

$=2\times(\frac{1}{2}-\frac{1}{21})$

$=\frac{19}{21}$

17. (1) $\frac{x-1}{3}=1-\frac{3x+1}{6}$ (2) $\frac{2x-1}{3}=\frac{2x+1}{6}=1$

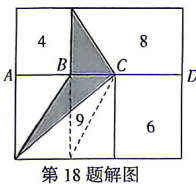
解: $2(x-1)=6-(3x+1)$ 解: $2(2x-1)-(2x+1)=6$

$2x-2=6-3x-1$ $4x-2-2x-1=6$

$5x=7$ $x=1.4$ $v=\frac{9}{2}$

18. 解:根据同底等高的性质,图中阴影部分可以转变为如解

图所示三角形的面积,因为4+8=12,9+6=15,12和15的最小公倍数是60,所以将AD看作60份,AC:CD=36:24,AB:BD=20:40,所以BC为36-20=16(份),因为 $S_{\triangle ABC}=4+8+9+6=27$ (平方厘米),所以



第18题解图

$$S_{\triangle ABC} = 27 \times \frac{16}{60} \times \frac{1}{2} = 3.6 \text{ (平方厘米)}.$$

答:图中阴影部分的面积为3.6平方厘米。

19. 解:设弟弟乘坐飞船出发到返回地球时,哥哥在地球上经过 x 年,则弟弟在飞船上经过 $\frac{1}{8}x$ 年,由题意得 $34+x=3$

$$\times (23 + \frac{1}{8}x), \text{解得 } x = 56, \text{哥哥现在的年龄是 } 34 + 56 = 90 \text{ (岁)}. \text{答:哥哥现在90岁.}$$

20. 解:(1) $10 \times 2.2 = 22$ (元), $(15-10) \times 3.5 = 17.5$ (元), $(18-15) \times 6.5 = 19.5$ (元), $22+17.5+19.5 = 59$ (元). 答:该交费59元.

$$(2) 10 \times 2.2 = 22 \text{ (元)}, 22 + (15-10) \times 3.5 = 39.5 \text{ (元)}, 72 > 39.5, \text{用水量超出15吨}, (72-39.5) \div 6.5 = 5 \text{ (吨)}, \text{总用水量为 } 15+5=20 \text{ (吨)}. \text{答:他家十月份用水20吨.}$$

21. 解:(1) 由题中图象可得,乙车从A地到B地的速度为 $240 \div 2 = 120$ (千米/时),乙车到达B地的时间为 $400 \div 120 = \frac{10}{3}$ (时). 答:乙车到达B地的时间为 $\frac{10}{3}$ 时.

$$(2) \text{由题中图象可得,甲车的速度为 } (400-240) \div 2 = 80 \text{ (千米/时)}, \text{则乙车到达B地时甲车距A地的路程是: } 400 - \frac{10}{3} \times 80 = \frac{400}{3} \text{ (千米)}.$$

$$\text{答:乙车到达B地时甲车距A地的路程是 } \frac{400}{3} \text{ 千米.}$$

22. 解:(1) 设另一个因式为 $(x+a)$,由题意得: $x^2+3x-p=(x+a)(x+a)$,则 $x^2+3x-p=x^2+(a+5)x+5a$,所以 $\begin{cases} a+5=3 \\ 5a=-p \end{cases}$,解得 $a=-2, p=10$. 答: p 的值为10.

$$(2) \text{设另一个因式为 } (4x+b), \text{由题意得: } 4x^2-17x+k=(x-3)(4x+b), \text{则 } 4x^2-17x+k=4x^2+(b-12)x-3b, \text{所以 } \begin{cases} b-12=-17 \\ -3b=k \end{cases}, \text{解得 } b=-5, k=15.$$

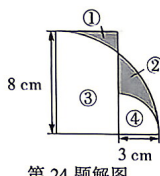
$$\text{答:另一个因式为 } (4x-5), k \text{ 的值为15.}$$

23. 解:(1) $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{7}{3}$ 【解法提示】设点M表示的数为 $x(-1 < x < 4)$,若 $MB=2MA, 4-x=2(x+1)$,解得 $x=\frac{2}{3}$;若 $2MB=MA, 2(4-x)=x+1$,解得 $x=\frac{7}{3}$.

$$(2) \text{设点P表示的数为 } y, \text{点P在点A的左侧}(y < -3), \text{则只能是 } PB=2PA, 12-y=2(-3-y), \text{解得 } y=-18; \text{点P在点A、B的中间}(-3 < y < 12), \text{若 } PB=2PA, \text{则 } 12-y=2(y+3), \text{解得 } y=2; \text{若 } 2PB=PA, \text{则 } 2(12-y)=y+3, \text{解得 } y=7.$$

答:点P表示的数为-18或2或7.

24. 解:如解图,①+③=长方形面积,②+③=大扇形的面积-小扇形的面积,②-①=大扇形的面积-小扇形的面积-长方形面积 $=\frac{1}{4} \times 3.14 \times$



第24题解图

$$8^2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 3^2 - 8 \times (8-3) =$$

$$3.175 \text{ (平方厘米)}.$$

答:涂色部分②和涂色部分①的面积相差3.175平方厘米。

54. 2026 TYZ 入学数学真卷(六)

快速对答案

- 一、填空题 1. 8 2. 12504 3. 409.2 4. 5 5. 840
6. 2 7. 188 8. 45 9. 16 10. 8 11. 7850 12. 146
13. $\frac{9}{10}$ 14. 100 15. 5000 16. 8 17. 3 18. 180
19. 10 20. 6

计算题、解答题请看“详解详析”P30

详解详析

- 一、1. 8 【解析】 $\frac{9}{14} = 0.6428571428571 \dots$,从小数点后第2位开始,以“428571”6个数字为一个循环周期。(2020-1)÷6=336……3,余数为3,对应循环节第3个数字“8”。

【易错警示】容易忽略小数点后第1位“6”是非循环部分,直接用2020除以周期数,导致周期定位错误。

2. 12504 【解析】五位数共90000个,能被3整除的五位数有 $90000 \div 3 = 30000$ (个)。关于含有数字3的五位数,可以采用排除法,首先考虑有多少个五位数是3的倍数但不含有数字3。首位数字有8种选择,第二、三、四位数字都有9种选择,当前四位的数字确定后如果它们的和除以3余数为0,则第五位数字可以为0、6、9;如果余数为1,则第五位数字可以为1、4、7;如果余数为2,则第五位数字可以为2、5、8。可见只要前四位数字确定了,第五位数字都有3种选择,所以五位数中是3的倍数但不含有数字3的数共有 $8 \times 9 \times 9 \times 9 \times 3 = 17496$ (个),所以满足条件的五位数共有 $30000 - 17496 = 12504$ (个)。

3. 409.2 【解析】每平方米森林每日吸收二氧化碳量:7.7÷7÷10000=0.00011(吨)。7、8月共62天,60000×0.00011×62=409.2(吨)。

4. 5 【解析】男演员总人数为23人,参加演出总人数为28人,不参加演出的男演员人数=23-参加演出的男演员人数,参加演出的女演员人数=28-参加演出的男演员人数,差值恒为28-23=5。

5. 840 【解析】选2人两天都参加, $C_2^6 = 28$,第一天和第二天还各需2人, $A_{(2-2)}^6 = 6 \times 5 = 30, 28 \times 30 = 840$ (种)。

6. 2 【解析】 $5 \times 3 = 3 \times 5 - 2 \times 3 = 9, a \triangle 9 = 3a + 2 \times 9 = 24$,解得 $a=2$ 。

7. 188 【解析】拼接时重合面越小,表面积越大。最小面的

面积是 $1 \times 4 = 4$ (平方分米),三个长方体拼接重合2处,减少4个面,未拼接时的总表面积是 $3 \times 2 \times (6 \times 4 + 6 \times 1 + 4 \times 1) = 204$ (平方分米)。这个长方体的表面积最大是 $204 - 4 \times 4 = 188$ (平方分米)。

8. 45 【解析】总分差值为 $97 - 79 = 18$ (分),平均分提升 $84.6 - 84.2 = 0.4$ (分),班级学生人数有 $18 \div 0.4 = 45$ (人)。

9. 16 【解析】1个面包15分钟体积占烤箱的 $\frac{1}{8}$,16分钟占 $\frac{1}{4}$,17分钟占 $\frac{1}{2}$ 。2个面包17分钟体积为 $2 \times \frac{1}{2} = 1$ (满箱),则充满烤箱的一半需要16分钟。

10. 8 【解析】三角形ABE的高为 $4.8 \times 2 \div 2 = 4.8$,梯形的面积为 $(2+8) \times AC \div 2 = 22.4 + 4.8 \times (AC - 4.8) \times 8 \div 2$,解得 $AC=8$ 。

11. 7850 【解析】第一次相遇两人共走半圆,甲走90米;第二次相遇共走1.5圆,甲走 $90 \times 3 = 270$ (米)。跑道半圆长度为 $270 - 113 = 157$ (米),一圈长 $157 \times 2 = 314$ (米),半径为 $314 \div (2 \times 3.14) = 50$ (米),面积是 $3.14 \times 50^2 = 7850$ (平方厘米)。

12. 146 【解析】时针每分钟走 0.5° ,从12时到13时32分,时针走过的夹角为 $1 \times 30^\circ + 32 \times 0.5^\circ = 46^\circ$;分针每分钟走 6° ,从12时到13时32分,分针走过的夹角为 $32 \times 6^\circ = 192^\circ$ 。13时32分,时针在1和2之间,分针在6和7之间,所以最小角为 $192^\circ - 46^\circ = 146^\circ$ 。

13. $\frac{9}{10}$ 【解析】总组合数 $C_3^9 = 10$ 种。符合三边关系(任意两边之和大于第三边)的组合:(3,4,5)、(3,4,6)、(3,5,6)、(3,5,7)、(3,6,7)、(4,5,6)、(4,5,7)、(4,6,7)、(5,6,7),有9种,能够围成一个三角形的概率是 $9 \div 10 = \frac{9}{10}$ 。

14. 100 【解析】不论是女生做裁判还是男生做裁判,剩下的总人数是一样的。将剩下的总人数看作单位“1”,如果是女生做裁判,剩下的女生占剩下的总人数的 $\frac{4}{5+4}$;如果是男生做裁判,所有女生占剩下的总人数的 $\frac{5}{6+5}$,则1个女生占剩下总人数的比例是 $\frac{5}{6+5} - \frac{4}{5+4} = \frac{1}{99}$,剩下的总人数是 $1 \div \frac{1}{99} = 99$ (人),总人数为 $1+99=100$ (人)。

15. 5000 【解析】设便利店购进这批面包用了 x 元, $[80\% \times (1+40\%) + 20\% \times (1+40\%) \times 0.5]x - x = 1300$,解得 $x=5000$ 。

16. 8 【解析】一头牛一天吃草量等于5只羊一天的吃草量,将羊转化为牛,100只羊=20头牛,10头牛+75只羊=25头牛。设每头牛每天吃草1份,16头牛20天吃草总量: $16 \times 20 = 320$ (份);20头牛12天吃草总量: $20 \times 12 = 240$ (份),每天草的生长量: $(320-240) \div (20-12) = 10$ (份),原有草量= $320 - 10 \times 20 = 120$ (份)。安排10头牛每天吃新生的10份草,可吃的天数=原有草量÷剩余牛数= $120 \div (25-10) = 8$ (天)。

【解法技巧】牛吃草问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧4”P4。

17. 3 【解析】半小时后两根蜡烛的长度差: $15-3=12$ (厘米),此时粗蜡烛长度是细蜡烛的3倍,长度差对应细蜡烛剩余长度的2倍,故细蜡烛剩余 $12 \div (3-1) = 6$ (厘米),粗蜡烛剩余 $6 \times 3 = 18$ (厘米)。粗蜡烛每小时燃烧 $3 \div 0.5 = 6$ (厘米),剩余燃烧时间: $18 \div 6 = 3$ (小时)。

18. 180 【解析】设狼步长6米,狗步长7米(满足狼7步=狗6步)。狼速度为 $11 \times 6 = 66$ (米/时间单位);狗速度为 $9 \times 7 = 63$ (米/时间单位),总距离为 $430 \times 6 = 2580$ (米),相遇时间为 $2580 \div (66+63) = 20$ (时间单位),狗跑的步数为 $9 \times 20 = 180$ (步)。

19. 10 【解析】设这杯盐水中盐的质量为60克。第一次加水后盐水质量为 $60 \div 15\% = 400$ (克);第二次加水后盐水质量为 $60 \div 12\% = 500$ (克),每次加水 $500 - 400 = 100$ (克)。第三次加水后盐水质量600克,浓度为 $60 \div 600 \times 100\% = 10\%$ 。

20. 6 【解析】如解图所示,过点H分别作 $HM \perp CD$ 交CD于点M,作 $HN \perp AD$ 交AD于点N,过点G分别作 $GO \perp BC$ 交BC于点O,作 $GQ \perp AB$ 交AB于点Q。设 $BE=a$,因为正方形ABCD中, $CE=2BE, DF=2CF$,所以 $CE=DF=2a, CF=BE=a, AB=BC=$

第20题解图

$CD=DA=3a$,所以 $S_{\text{正方形}ABCD} = 3a \times 3a = 9a^2$ 。因为BD是正方形ABCD的对角线,即BD是正方形ABCD的对称轴,所以 $HM=HN, GO=GQ$ 。所以 $S_{\triangle ADH} : S_{\triangle DFH} = AD : DF = 3a : 2a = 3 : 2, S_{\triangle ABG} : S_{\triangle BEG} = AB : BE = 3a : a = 3 : 1$ 。因为 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADH} + S_{\triangle DFH}, S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABG} + S_{\triangle BEG}$,所以 $S_{\triangle DFH} = \frac{2}{5}$

$$S_{\triangle ADF}, S_{\triangle BEG} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABE}, \text{而 } S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} AD \times DF = \frac{1}{2} \times 3a \times 2a = 3a^2, S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \times BE = \frac{1}{2} \times 3a \times a = \frac{3}{2} a^2, \text{所以 } S_{\triangle DFH} = \frac{2}{5}$$

$$S_{\triangle ADF} = \frac{2}{5} \times 3a^2 = \frac{6}{5} a^2, S_{\triangle BEG} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABE} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} a^2 = \frac{3}{8} a^2,$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形}ABCD} = \frac{1}{2} \times 9a^2 = \frac{9}{2} a^2. S_{\text{五边形}EFGHC} = S_{\triangle BCD} -$$

$$S_{\triangle DFH} - S_{\triangle BEG} = \frac{9}{2} a^2 - \frac{6}{5} a^2 - \frac{3}{8} a^2 = \frac{117}{40} a^2 = 11.7, \text{解得 } a=2$$

$$(\text{负值已舍去}), \text{正方形ABCD的边长是 } 3a = 3 \times 2 = 6.$$

- 二、21. (1) 原式=6 (2) 原式=7.5

$$(3) \text{解:原式} = \frac{567+345 \times 566}{345 \times (566+1) + 222} = \frac{345 \times 566 + 567}{345 \times 566 + 567} = 1$$

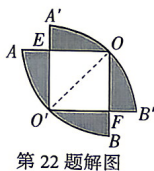
$$(4) \text{解:原式} = (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) - (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) - (\frac{1}{5} + \frac{1}{6}) + \dots - (\frac{1}{99} + \frac{1}{100}) (\text{裂项相消})$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{100}$$

$$= \frac{49}{100}$$

三、22. 解: 如解图, 连接 OO' , OO' 是正方形的对角线, 也是扇形的半径。正方形的面积 = 对角线的平方 $\div 2$, 所以 $OO'^2 = 6 \times 2 = 12$, 阴影部分的面积 = (1 个扇形面积 - 正方形的面积) $\times 2 = (\frac{1}{4} \times 12 \times 3.14 - 6) \times 2 = 6.84$ (平方厘米)。



第 22 题解图

答: 图形中阴影部分的面积为 6.84 平方厘米。

23. 解: 对折多 10. $2 \times 2 = 20.4$ (米), 四折多 2. $1 \times 4 = 8.4$ (米), 井深 = $(20.4 - 8.4) \div (4 - 2) = 6$ (米), 绳长 = $2 \times (6 + 10.2) = 32.4$ (米)。

答: 这口井深 6 米, 这根绳长 32.4 米。

24. 解: 以 3 为轴旋转得到一个圆锥: 半径 4, 高 3, 体积 $\frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi$; 以 4 为轴旋转得到一个圆锥: 半径 3, 高 4, 体积 $\frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$; 以 5 为轴旋转得到一个由上下两个底面相等的圆锥组成的几何体: 半径 $4 \times 3 \div 5 = \frac{12}{5}$, 总高 5, 体积 $\frac{1}{3} \pi \times (\frac{12}{5})^2 \times 5 = \frac{48}{5} \pi$. $16\pi > 12\pi > \frac{48}{5} \pi$, 最大体积 16π , 最小体积 $\frac{48}{5} \pi$, 比为 $16 : \frac{48}{5} = 5 : 3$ 。

25. 解: 实际所得利润为 $2700 \times \frac{1}{3} = 900$ (元), 设这批苹果一共有 x 千克, $70\% \times (6.4x + 100 + 2700) - (6.4x + 100) = 900$, 解得 $x = 500$ 。答: 这批苹果一共有 500 千克。

26. 解: 设短木桩初始露出水面长度为 x 厘米, 则长木桩初始露出长度为 $x + \frac{2}{5}x = \frac{7}{5}x$ (厘米)。水面升高 11 厘米后, 短木桩露出水面长度为 $(x - 11)$ 厘米, 长木桩露出水面长度为 $(\frac{7}{5}x - 11)$ 厘米。此时短木桩露出水面长度是长木桩的 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, 因此 $x - 11 = \frac{2}{5}(\frac{7}{5}x - 11)$, 解得 $x = 15$ 。长木桩初始露出水面长度为 $\frac{7}{5} \times 15 = 21$ (厘米)。水面升高 11 厘米后, 短木桩露出水面 $15 - 11 = 4$ (厘米), 长木桩露出水面 $21 - 11 = 10$ (厘米)。设水面再升高 y 厘米, 短木桩露出水面长度将是长木桩露出水面长度的 $\frac{1}{12}$. $4 - y = \frac{1}{12}(10 - y)$, 解得 $y = \frac{38}{11}$ 。答: 水面再升高 $\frac{38}{11}$ 厘米, 短木桩露出水面长度将是长木桩露出水面长度的 $\frac{1}{12}$ 。

27. 解: 按 A 与 B 的数量之比为 $(2+1) : (1+2) = 1 : 1$ 混合

得到的盐水浓度是 $(14\% + 13\%) \div 2 = 13.5\%$ 。盐水 C 的浓度是 $(5 \times 10.2\% - 2 \times 13.5\%) \div 3 = 8\%$ 。答: 盐水 C 的浓度是 8%。

28. 解: 经过 3 小时在距离中点 6 千米处第 2 次相遇时, 两人行的路程之和等于 A、B 两地之间的距离的 3 倍, 两人的速度之差为 $6 \times 2 \div 3 = 4$ (千米/时)。甲晚出发 1 小时, 甲行了 $2\frac{5}{9}$ 小时, 乙行了 $3\frac{5}{9}$ 小时, 两人在 P 点第 2 次相遇。两人行的路程之和也等于 A、B 两地之间的距离的 3 倍, 则甲 $3 - 2\frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ (小时) 行的路程等于乙 $3\frac{5}{9} - 3 = \frac{5}{9}$ (小时) 行的路程, 所以甲的速度与乙的速度的比是 $\frac{5}{9} : \frac{4}{9} = 5 : 4$, 所以甲的速度是 $4 \div \frac{5-4}{5} = 20$ (千米/时), 乙的速度是 $4 \div \frac{5-4}{4} = 16$ (千米/时)。

第 2 次相遇时行驶的路程为 $(20+16) \times 3 = 108$ (千米), A、B 两地之间的距离为 $108 \div 3 = 36$ (千米), P 点与中点之间的距离为 $36 \div 2 - (2\frac{5}{9} \times 20 - 36) = 2\frac{8}{9}$ (千米)。答: P 与中点之间的距离为 $2\frac{8}{9}$ 千米。

29. 思路分析 把 1~100 分为奇数和偶数, ①报数为奇数的天兵, 既不是 3 也不是 5 的倍数, 则一直没转动, 面向南天门; 既是 3 也是 5 的倍数, 经过 2 次转动, 面向南天门; ②报数为偶数的天兵, 只是 3 的倍数但不是 5 的倍数, 经过 2 次转动, 面向南天门; 不是 3 的倍数但是 5 的倍数, 同样也是经过 2 次转动, 面向南天门。

解: 编号 1~100 的数中, 3 的倍数共有 33 个, 其中奇数有 17 个, 偶数有 16 个; 5 的倍数共有 20 个, 其中奇数有 10 个, 偶数中有 10 个; 既是 3 也是 5 的倍数有 15、30、45、60、75、90, 其中奇数有 3 个, 偶数有 3 个。报数为奇数的天兵中, 面向南天门的有 $50 - 17 - 10 + 3 \times 2 = 29$ (人); 报数为偶数的天兵中, 面向南天门的有 $16 + 10 - 3 \times 2 = 20$ (人), 面向南天门的的天兵共有 $29 + 20 = 49$ (人)。

答: 这时面向南天门的的天兵共有 49 人。

30. 解: 两人清理的跑道一样长, 所以各清理了 $400 \div 2 = 200$ (米), 甲 1 小时清理 200 米, 清理速度为 $\frac{10}{3}$ 米/分。甲清理速度为乙原清理速度 $\times (1 + \frac{1}{3})$, 乙原清理速度为 $\frac{10}{3} \div (1 + \frac{1}{3}) = \frac{5}{2}$ (米/分), 乙换工具后清理速度为 $2 \times \frac{5}{2} = 5$ (米/分)。设乙换工具后又工作了 t 分钟, $\frac{5}{2} \times (60 - 10 - t) + 5 \times t = 200$, 解得 $t = 30$ 。

答: 乙换工具后又工作了 30 分钟。

31. 解: (1) 长方形每秒移 $12 \div 2 \div 3 = 2$ (厘米), 正方形的边长: $2 \times 6 = 12$ (厘米)。答: 正方形的边长为 12 厘米。
(2) 分两种情况: ①长方形刚移到正方形内, 重叠面积为

24 平方厘米时, 长方形向右移动距离为 $24 \div 3 = 8$ (厘米), 用时 $8 \div 2 = 4$ (秒); ②长方形从正方形内移出, 重叠面积为 24 平方厘米时, 长方形还有 $24 \div 3 = 8$ (厘米) 在正方形内, 共移动 $24 + (12 - 8) = 28$ (厘米), 用时 $28 \div 2 = 14$ (秒)。

答: 当平移时间为 4 秒或 14 秒时, 长方形和正方形的重叠部分面积是 24 平方厘米。

55. 2026 TYZ 入学数学真卷(七)

快速对答案

一、填空题 1. 24 2. 2 3. $\frac{130}{3}$ 4. 5. 43% 5. 16
6. 10 7. 2 : 7 8. 56 9. 6 10. 12 11. 89 12. 40
13. 25 14. 41.6 15. 6 14 16. 8 17. 144 18. 2
19. 1 20. 155

解答题请看“详解详析”P31

详解详析

一、1. 24 2. 2

3. $\frac{130}{3}$ 【解析】 $6 > 1, m \times 6 = 2 \times [m \times (6 - 1)] - m = 30$, 则 $m = \frac{10}{3}, 8 > 1$, 则 $m \times 8 = \frac{10}{3} \times 8 = 2 \times [\frac{10}{3} \times (8 - 1)] - \frac{10}{3} = \frac{130}{3}$ 。

4. 5.43% 【解析】设甲瓶盐水质量为 a , 乙瓶盐水的质量是 b . $(8\%a + 5\%b) \div (a + b) = 6.2\%$, 解得 $a = \frac{2}{3}b$, 混合后的浓度是 $(\frac{1}{4}a \times 8\% + b \times 5\%) \div (\frac{1}{4}a + b) \approx 5.43\%$ 。

5. 16 【解析】 $12 \div (4 - 1) \times 4 = 16$ (分钟)。

6. 10 【解析】 $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (种)。

7. 2 : 7 【解析】因为 $\triangle AED$ 的面积与 $\triangle DEF$ 的面积比是 1 : 3, 且这两个三角形的高相等, 所以 $DF = 3AE$; 因为 $\triangle AED$ 的面积与梯形 $BCFE$ 的面积比是 1 : 5, 且 $\triangle AED$ 与梯形 $BCFE$ 的高相等, 所以 $BE + CF = 5AE$; 而 $AE + BE = DF + CF$, 所以 $AE + BE = 3AE + 5AE - BE$, 则 $2BE = 7AE$, 所以 $AE : BE = 2 : 7$ 。

8. 56 【解析】观察图形可知, 形成的多边形的面积比原来三角形的面积减少一个折叠后重叠部分的面积, 所以重叠部分的面积就是原来三角形面积的 $(7 - 5) \div 7 = \frac{2}{7}$, 阴影部分的面积是 24 平方厘米, 所以原来三角形的面积是 $24 \div (1 - \frac{2}{7}) = \frac{2}{7} = 56$ (cm²)。

9. 6 【解析】若门票编号是 X047 的观众获奖, 则 X 可以是 0、1、2、3、4、5, 共有 6 种可能, 即中奖的观众共有 6 人。

10. 12 【解析】假设每头牛每周吃青草 1 份, 青草每周增长的速度为 $(23 \times 9 - 27 \times 6) \div (9 - 6) = 15$ (份); 原有的草的份数为 $27 \times 6 - 15 \times 6 = 72$ (份); 可供 21 头牛吃 $72 \div (21 - 15) = 12$ (周)。

11. 89 【解析】登上第 1 级, 1 种; 登上第 2 级, 2 种; 登上第 3 级, $1 + 2 = 3$ (种); 登上第 4 级, $2 + 3 = 5$ (种); 登上第 5 级,

$3 + 5 = 8$ (种); 登上第 6 级, $5 + 8 = 13$ (种); 登上第 7 级, $8 + 13 = 21$ (种); 登上第 8 级, $13 + 21 = 34$ (种); 登上第 9 级, $21 + 34 = 55$ (种); 登上第 10 级, $34 + 55 = 89$ (种)。

12. 40 【解析】出门时, 分针在时针后面, 两者夹角 110° , 回家时, 分针在时针前面, 两者夹角 110° 。设此人外出购物用了 x 分钟, 则分针转了 $6x$ 度, 时针转了 $0.5x$ 度, 依题意得 $6x - 0.5x = 110 \times 2$, 解得 $x = 40$ 。

13. 25 【解析】 $(11 - 10) \times (5 \times 5) = 25$ (cm²)。

14. 41.6 【解析】图中的线段有 $AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE$, 且 AE 长为 8.9 cm, BD 长为 3 cm, 则线段 AE 上所有线段的长度的总和为 $AB + AC + AD + AE + BC + BD + BE + CD + CE + DE = 4AE + 2BD = 41.6$ (cm)。

15. 6 14 【解析】与数字 1 相邻的四个数字分别是 4、2、3、5, 由此可推出数字“1”相对面的数字是“6”; 与数字 3 相邻的四个数字分别是 1、5、6、4, 由此推出数字“3”相对面的数字是“2”; 数字“4”相对面的数字是“5”。图中三个骰子下底面的数字之和是 $3 + 5 + 6 = 14$ 。

16. 8 【解析】根据题意, 设“一”“言”“举”“知”“行”五个汉字所代表的数依次为 a, b, c, d, e (均为正整数), 设 11 个连续自然数为 $(x+1), (x+2), \dots, (x+11)$, x 为自然数, 则 $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+11) + a + b + c + d + e = 21 \times 4 + 11x + a + b + c + d + e = 18$, 则 $x = 0$, 且 $a + b + c + d = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 时, e 最大为 8, 可构造出“一家之言”“言扬行举”“举世皆知”“知行合一”分别为“3, 5, 11, 2”“2, 10, 8, 1”“1, 9, 7, 4”“4, 8, 6, 3”, 则“行”可代表的数最大为 8。

17. 144 【解析】根据第二次甲、乙在相同时间内跑的路程, 可得甲、乙的速度比是 $(800 - 80) : (800 - 200) = 6 : 5$, 设 15 秒乙跑 y 米, 则 $800 : (800 - 50 - y) = 6 : 5$, 解得 $y = \frac{250}{3}$, 乙跑

完 800 米需 $800 \div (\frac{250}{3} \div 15) = 144$ (秒)。

18. 2 【解析】由于此时甲已经赛了 4 盘, 则甲与乙、丙、丁、楷楷各赛了一盘; 丁此时只赛了 1 盘, 则丁这一盘是与甲赛的, 与其他人还没有赛; 乙赛了 3 盘, 则乙这三盘是与甲、丙、楷楷赛的; 丙赛了 2 盘, 则这两盘是与甲、乙赛的; 所以此时楷楷赛了 2 盘, 是与甲、乙赛的。

19. 1 【解析】 $(10.5 + 10.5) \div (25 - 4) = 1$ (小时)。

20. 155 【解析】根据图 2, 图①能数出 5 个平行四边形, $5 = (1+1) \times (1+2) - 1$; 图②能数出 11 个平行四边形, $11 = (2+1) \times (2+2) - 1$; 图③能数出 19 个平行四边形, $19 = (3+1) \times (3+2) - 1$; ...; 所以图④能数出 $(n+1) \times (n+2) - 1$ 个平行四边形, 图④能数出 $(11+1) \times (11+2) - 1 = 155$ (个) 平行四边形。

二、21. (1) 原式 = $\frac{5}{172}$ (2) 原式 = $\frac{9}{4}$

(3) 解: 原式 = $\frac{1}{27} + \frac{101 \times 5}{101 \times 27} + \frac{10101 \times 13}{10101 \times 27} + \frac{1010101 \times 35}{1010101 \times 27}$ (重码数)

$= \frac{1}{27} + \frac{5}{27} + \frac{13}{27} + \frac{35}{27}$
 $= 2$

$$(4) \text{解: 原式} = \frac{1+2+3+\cdots+99}{100} \text{ (高斯求和)}$$

$$= \frac{(1+99) \times 99 \div 2}{100}$$

$$= 49.5$$

22. 解: 因为 $S_{\triangle OAF} = S_{\triangle OAC} = S_{\triangle OBC} = S_{\triangle ODE}$, 所以 $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OBC} = 3$, $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle ODE} = 5$, 所以 $\frac{OD}{OF} = \frac{4}{5}$, 所以 $OD = 4DF$, 所以 $S_{\triangle OAD} : S_{\triangle OBC} = 4 : 1$, 所以 $S_{\triangle OAD} = \frac{1}{4} S_{\triangle OBC} = \frac{3}{4}$. 答: $\triangle DCF$ 的面积为 $\frac{3}{4}$.

23. 解: 设小明第五天读的页数是 x 页, 由题意得 $x - (83 + 74 + 71 + 64 + x) \div 5 = 3.5$, 解得 $x = 77 \frac{3}{8}$. 答: 小明第五天读了 $77 \frac{3}{8}$ 页.

24. 解: 每千克苹果的运费为 $400 \times 1.5 \div 1000 = 0.6$ (元), 每千克苹果成本为 $1.20 + 0.6 = 1.80$ (元), 每千克苹果的售价为 $1.80 \times (1 + 15\%) \div (1 - 10\%) = 2.3$ (元). 答: 零售价是每千克 2.3 元.

25. 解: 橘子余下的是卖出的 $\frac{1}{4}$, 则余下的是所有橘子的 $\frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$. 设三种水果原来共有 x 千克, 根据题意得 $x - 780 = 50 + 20 + \frac{5}{6+7+5} x \times \frac{1}{5}$, 解得 $x = 900$, $900 \times \frac{6}{6+7+5} = 300$ (千克), $900 \times \frac{7}{6+7+5} = 350$ (千克), $900 \times \frac{5}{6+7+5} = 250$ (千克). 答: 原来梨有 300 千克, 苹果有 350 千克, 橘子有 250 千克.

26. 解: 甲完成了总工作量的 $\frac{1}{20} \times (19-5) = \frac{7}{10}$, 乙完成了总工作量的 $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$, 乙工作了 $\frac{3}{10} \div \frac{1}{32} = \frac{48}{5}$ (天), 乙休息了 $19 - \frac{48}{5} = 9 \frac{2}{5}$ (天). 答: 乙休息了 $9 \frac{2}{5}$ 天.

27. 解: 三种混合后溶液重 $1000 + 100 + 400 = 1500$ (克), 总共含酒精 $1500 \times 14\% = 210$ (克), 原来含酒精 $1000 \times 15\% = 150$ (克), A, B 两种溶液共含酒精 $210 - 150 = 60$ (克), 由于 A 的浓度是 B 的 2 倍, 那么 400 克 B 溶液的酒精含量相当于 $400 \div 2 = 200$ (克) A 溶液酒精的含量, A 种酒精的浓度是 $60 \div (100 + 200) \times 100\% = 20\%$. 答: A 种酒精溶液的浓度是 20%.

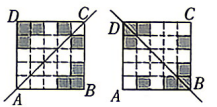
28. 解: 4 个大门和 2 个小门每分钟共能通过 $120 \times 4 + 80 \times 2 = 640$ (人), 紧急情况下, 每分钟能够疏散 $640 \times (1 - 30\%) = 448$ (人), 3 分钟内共可疏散 $448 \times 3 = 1344$ (人), 1344 人 < 1500 人, 故影剧院不能在 3 分钟内疏散所有观众. 答: 影剧院门的设计不符合要求.

29. 解: (1) 50
(2) 5 【解法提示】甲水管的注水速度为 $(100 - 50) \div 10 = 5$ (升/分钟), 甲、乙注水速度和为 $(250 - 100) \div (25 - 10) = 10$ (升/分钟), 乙的注水速度为 $10 - 5 = 5$ (升/分钟).
(3) 丙水管排水速度为 $250 \div (30 - 25) = 50$ (升/分钟), 注满水后, 甲、丙同开, 排完水所用时间为 $250 \div (50 - 5) = \frac{50}{9}$ (分钟).

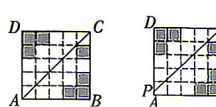
答: $\frac{50}{9}$ 分钟可以把水箱中的水全部排完.

30. 解: 甲堆中白子数是 $210 \times \frac{3}{10} = 63$ (个); 黑子数是 $210 - 63 = 147$ (个); 乙堆中白子数是 $120 \times \frac{9}{10} = 108$ (个); 黑子数是 $120 - 108 = 12$ (个); 两堆中白子数一共是 $63 + 108 = 171$ (个); 两堆中黑子数一共是 $147 + 12 = 159$ (个); $171 - 159 = 12$ (个); $12 \div (4 - 1) = 4$ (个); $4 \times 4 = 16$ (个); $108 - 16 = 92$ (个); $12 - 4 = 8$ (个). 答: 应从乙堆中拿 92 个白子和 8 个黑子到甲堆中.

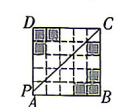
31. 解: (1) $\frac{1}{9}$ 【解法提示】如果在 18 个未被涂上阴影的最小正方形中任选一个涂上阴影后, 剩下 17 个未被涂阴影的最小正方形组成的图形恰好是轴对称图形的涂色方式只有如下图两种, 如解图①所示, 即可能性为 $2 \div 18 = \frac{1}{9}$.



第 31 题解图①



第 31 题解图②



第 31 题解图③

(2) $AD = 0.2$ 【解法提示】因为最小正方形的边长为单位 1, 所以 $S = 18 \times 1 \times 1 = 18$, $\frac{1}{2} S = \frac{1}{2} \times 18 = 9$, 如解图②所示, 连接正方形 $ABCD$ 的对角线 AC , 则 $\triangle ABC$ 中未被涂阴影的最小正方形面积和为 $\frac{1}{2} \times 25 \times 1 \times 1 - 4 \times 1 \times 1 = 8.5 < 9$, 故 P 点应在线段 AD 上, 如解图③所示, 即 P 点在线段 AD 上把正方形 $ABCD$ 分成一个三角形 CDP 和一个直角梯形 $ABCP$, 且三角形 CDP 和直角梯形 $ABCP$ 的未被涂阴影的最小正方形面积和均为 9, 所以 $S_{\text{梯形}ABCP} = 9 + 4 = 13$, 因为 $S_{\text{梯形}ABCP} = 13 = \frac{1}{2} (AP + BC) \times AB = \frac{1}{2} \times (AP + 5) \times 5$, 所以 $AP = 0.2$. 即点 P 与点 A 的距离为 0.2 个单位.

(3) 甲、乙两个机器人第 18 次相遇时走过的路程为 $5 \times 2 + 5 \times 4 \times (18 - 1) = 350$ (个) 单位, 甲、乙两个机器人第 18 次相遇时间为 $350 \div (3 + 2) = 70$ (秒), 甲机器人 70 秒走过的路程为 $3 \times 70 = 210$ (个) 单位, 正方形 $ABCD$ 周长为 $4 \times 5 = 20$ (个) 单位, $210 \div 20 = 10$ (圈) $\cdots \cdots 10$ (个) 单位, 因为正方形 $ABCD$ 周长为 20 个单位, 甲机器人从 A 点顺时针出发 70 秒后正好走了 10 圈 10 个单位到达 C 点, 即甲、乙机器人之间的第 18 次相遇在出发后 70 秒的 C 点. 答: 甲、乙两个机器人第 18 次相遇在出发后 70 秒的 C 点.

56. 2026 TYZ 入学数学真卷(八)

快速对答案

一、填空题 1. 96 2. 直角 30° 3. $\frac{7}{22}$ 4. 95 304
5. 1440 6. 20 7. 51 45 8. 20 9. $3n+1$ 10. 1680
11. 17 12. 450 13. 80 14. 120 15. 8 16. 2 17. 162

解答题请看“详解详析”P32

详解详析

一、1. 96 2. 直角 30°

3. $\frac{7}{22}$ 【解析】设这个最简分数的分子是 x , 则分母是 $3x+1$.

则 $3x+1 = (x+4) \times 2$, 解得 $x=7$, 这个最简分数是 $\frac{7}{3 \times 7 + 1} = \frac{7}{22}$.

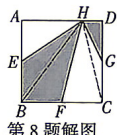
4. 95 304 【解析】火车的速度是 $(1596 - 646) \div (20 - 10) = 95$ (米/秒), 这列火车的长度是 $95 \times 20 - 1596 = 304$ (米).

5. 1440 【解析】 $6! \times 2! = (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 720 \times 2 = 1440$.

6. 20 【解析】设轮船在静水中的速度是 x 千米/时, 则轮船顺流而行的速度是 $(x+2)$ 千米/时, 逆流而行的速度是 $(x-2)$ 千米/时, 根据题意得 $9(x+2) = 11(x-2)$, 解得 $x=20$.

7. 51 45 【解析】3 元 3 角 = 33 角, 因为 33 既不是 5 的倍数也不是 8 的倍数, 所以甲用电一定超过 50 千瓦, 乙用电不足 50 千瓦; 设甲用电 $(50+x)$ 千瓦, 乙用电 $(50-y)$ 千瓦, 则 $8x+5y=33$, 只有 $x=1, y=5$ 时符合题意, 则甲用电 $50+1=51$ (千瓦), 乙用电 $50-5=45$ (千瓦).

8. 20 【解析】如解图, 连接 BH, CH , 由题得, $AE=EB$, 则 $\triangle AEH$ 和 $\triangle BEH$ 的面积相等, 同理, $\triangle BHF$ 和 $\triangle CHF$ 的面积相等, $\triangle DHG$ 和 $\triangle CHG$ 的面积相等, 则 $S_{\text{阴影部分}} = 40 \div 2 = 20$ (平方厘米).



第 8 题解图

9. $3n+1$

10. 1680 【解析】7 点整, 时针与分针之间的距离为顺时针 $7 \times 30^\circ = 210^\circ$, 当时针与分针刚好分布在 7 的两边且与它的距离相等时, 时针与分针恰好共走了 210° , 所以小明步行的时间为 $210^\circ \div (6^\circ + 0.5^\circ) = \frac{420}{13}$ (分钟), 小明家距离学校 $\frac{420}{13} \times 52 = 1680$ (米).

【解题技巧】钟表问题: 见“常用解题公式、模型及技巧”汇总——五、技巧 2“P4”.

11. 17 【解析】剩下自然数的平均数是 $14 \frac{11}{12} = \frac{179}{12}$, 由于平均数是分数且分母为 12, 则剩下的自然数个数是 12 的倍数. 连续自然数的平均数接近“中间数”, 平均数约是 $\frac{179}{12} \approx 15$, 假设剩下 24 个数 (24 是 12 的倍数), 则原来的连续自然数有 $24+1=25$ (个). 原来的数从 3 到 $3+25-1=27$, 总和为 $(3+27) \times 25 \div 2 = 375$. 剩下的数共 24 个, 总和为 $\frac{179}{12} \times 24 = 358$. 则去掉的数是 $375 - 358 = 17$.

12. 450 【解析】每件商品定价为 $72 \times (1+25\%) = 90$ (元), 每件商品利润为 $90 - 72 = 18$ (元), 每天的利润为 $18 \times 100 = 1800$ (元), 按定价的 90% 出售时每件商品的售价为 $90 \times 90\% = 81$ (元), 每件商品的利润为 $81 - 72 = 9$ (元), 每天的利润为 $9 \times 100 \times 2.5 = 2250$ (元), $2250 - 1800 = 450$ (元).

13. 80 【解析】设电车的速度为 x 米/分, 乙的速度为 y 米/分, 则甲的速度为 $3y$ 米/分, 得 $40 \times (x+3y) = 60 \times (x+y)$, 则

$x=3y, 40 \times (x+3y) \div x = 80$, 电车总站每隔 80 分钟开出一辆电车.

14. 120 【解析】设甲上山速度为 $6x$, 则乙上山速度为 $4x$, 甲下山速度为 $6x \times 1.5 = 9x$, 乙下山速度为 $4x \times 1.5 = 6x$. 甲第三次到达山顶时耗时 $\frac{360 \times 3}{6x} + \frac{360 \times 2}{9x} = \frac{260}{x}$. 乙第一次上山所用时间为 $\frac{360}{4x} = \frac{90}{x}$; 乙第一次下山所用时间为 $\frac{360}{6x} = \frac{60}{x}$; 乙第二次上山所用时间为 $\frac{90}{x}$; $\frac{260}{x} - \frac{90}{x} - \frac{60}{x} - \frac{90}{x} = \frac{20}{x}$, 则当甲第三次到达山顶时, 乙第二次下山, 第二次下山路上行驶的路程为 $\frac{20}{x} \times 6x = 120$ (米), 所以此时乙所在的位置是距离山顶 120 米.

15. 8 【解析】多位数 $2009\cdots 2009$ 的奇数位的数字和与偶数位的数字和之差是 $(3+9n) - (6+9+2n) = 7n-12$, 即 $7n-12$ 是 11 的倍数, 且 n 是整数, 当 $7n-12=44$ 时, n 的最小值是 8.

【解题技巧】一个数能被 11 整除, 那么这个数的奇数位的数字和与偶数位的数字和之差是 11 的倍数.

16. 2 【解析】设这个四位数为 $\overline{abcd}$, 根据题意可得 $1000a + 100b + 10c + d - (a+b+c+d) = 999a + 99b + 9c = 9 \times (111a + 11b + c)$, 即 $9 \times (111a + 11b + c)$ 能被 9 整除, 所以 $19 \square 6$ 能被 9 整除, 则 $1 + \square + 6$ 的和能被 9 整除, 所以 $\square$ 中的数字是 $9 - 1 - 6 = 2$.

17. 162 【解析】要使拆出的数乘积最大, 则拆出的数最小为 2, 若拆出 7 个数, $14 = 2+2+2+2+2+2+2$, 积最大为 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$; 若拆出 6 个数, $14 = 2+2+2+2+3+3$, 积最大为 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$; 若拆出 5 个数, $14 = 2+3+3+3+3$, 积最大为 $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$; 若拆出 4 个数, $14 = 3+3+4+4$, 积最大为 $3 \times 3 \times 4 \times 4 = 144$; 若拆出 3 个数, $14 = 4+5+5$, 积最大为 $4 \times 5 \times 5 = 100$; 若拆出 2 个数, $14 = 7+7$, 积最大为 $7 \times 7 = 49$; 所以积最大为 162.

二、18. (1) 解: 原式 $= 1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{6} + 1 - \frac{1}{12} + 1 - \frac{1}{20} + 1 - \frac{1}{30} + \cdots + 1 - \frac{1}{9702} + 1 - \frac{1}{9900}$
 $= 99 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9702} + \frac{1}{9900})$
 $= 99 - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \cdots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100})$ (裂项相消)
 $= 99 - (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100})$
 $= 99 - (1 - \frac{1}{100})$

$$= \frac{11}{133}$$

18 $x=17$ 19 原式=160

20 解:原式= $10 \times \frac{11}{10 \times 11 + 10} + \frac{12 \times 24 + 1}{12} \times \frac{1}{12}$
 $= \frac{10 \times 11}{10 \times (11+1)} + \frac{289}{144}$
 $= \frac{132}{144} + \frac{289}{144}$
 $= \frac{421}{144}$

三、21. 解:因为 $\frac{AM}{MC} = \frac{DM}{BM} = \frac{1}{3}$, 三角形 ADM 和三角形 ABM 共高、三角形 ADM 和三角形 CDM 共高、三角形 CDM 和三角形 CBM 共高, 根据底高模型可得 $S_{\triangle ADM} : S_{\triangle ABM} = \frac{DM}{BM} = \frac{1}{3}$,

$$S_{\triangle ADM} : S_{\triangle CDM} = \frac{AM}{MC} = \frac{1}{3}, S_{\triangle CDM} : S_{\triangle CBM} = \frac{DM}{BM} = \frac{1}{3},$$

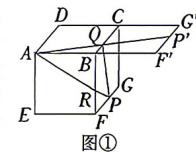
因为 $S_{\triangle ADM}=1$, 所以 $S_{\triangle ABM}=3, S_{\triangle CDM}=3, S_{\triangle CBM}=9$, 所以梯形 $ABCD$ 的面积为 $1+3+3+9=16$ 。

答: 梯形 $ABCD$ 的面积是 16。

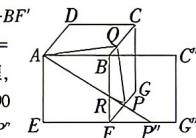
22 解: 把正方形一个面 $BFGC$ 以棱 BC 为轴旋转 90° , 旋转后如解图①所示, 则 AP' 就是最短连线, 因为 $AB : AF' = BQ : F'P', AB=BF'=F'G'=8$ 厘米, $P'G'=3$ 厘米, 所以 $F'P'=F'G'-P'G'=8-3=5$ (厘米), $AF'=AB+BF'=8+8=16$ (厘米), 所以 $8 : 16 = BQ : 5$, 即 $BQ=2.5$ 厘米。同理, 把面 $BFGC$ 以棱 BF 为轴旋转 90° , 旋转后如解图②所示, 则 AP'' 就是最短连线, 因为 $FP'' : P'E = RF : AE, AE=EF=BF=FC=8$ 厘米, $P'G'=3$ 厘米, 所以 $P'F=FG'-P'G'=8-3=5$ (厘米), $P'E=EF+P'F=8+5=13$ (厘米), 所以 $5 : 13 = RF : 8$, 即 $RF = \frac{40}{13}$ 厘米, 所以 $BR=BF-RF=8-\frac{40}{13} = \frac{64}{13}$ (厘米)。

答: $BQ=2.5$ 厘米, $BR = \frac{64}{13}$ 厘米。

23. 解: 如解图, 连接 GB, GC , 则三角形 BGC 是等边三角形, $\angle GBC = \angle GCB = 60^\circ$, 弧 CG 的长为 $3.14 \times 2 \times \frac{60}{360} = \frac{157}{150}$ (厘米), 所以弧 BC 的长为 $\frac{157}{150}$ 厘米, 又因为弧 BF 的长为 $3.14 \times 2 \times \frac{1}{4} = 1.57$ (厘米), 所以弧 CE 的长为 1.57 厘米, 所以弧 GF 的长为 $1.57 - \frac{157}{150} = \frac{157}{300}$ (厘米), 弧 EG 的长为

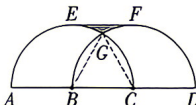


图①



图②

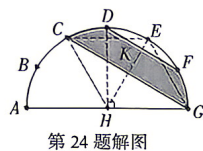
第 22 题解图



第 23 题解图

$\frac{157}{300}$ 厘米, $EF=2 \div 2=1$ (厘米), 阴影部分的周长为 $1 + \frac{157}{300} + \frac{157}{300} \approx 2.05$ (厘米)。答: 阴影部分的周长约是 2.05 厘米。

24. 解: 如解图, 过点 D 作 $DH \perp AG$ 于点 H , 则 H 是圆心, 连接 CH, EH, GE, CE, CE 交 DF 于点 K , 半圆弧由点 B, C, D, E, F 平均分成 6 等段, 所以图形 CDK 的面积等于图形 EKF 的面积, 这样阴影区域的面积就转化为图形 CGE 的面积, 因为 $CH \parallel EG$, 所以三角形 CGE 与三角形 HGE 面积相等, 因此阴影区域的面积就转化为扇形 GHE 的面积, 因为半圆弧由点 B, C, D, E, F 平均分成 6 等段, 所以扇形 GHE 的面积等于半圆面积的 $\frac{1}{3}$, 阴影区域的面积为 $474 \times \frac{1}{3} = 158$ (cm²)。



第 24 题解图

25. 解: 混合后试管 B 中的盐水浓度是 $1\% \times (10+30) \div 10 = 4\%$; 混合后试管 A 中的盐水浓度是 $4\% \times (10+20) \div 10 = 12\%$; 最早倒入试管 A 中的盐水浓度是 $12\% \times (10+10) \div 10 = 24\%$ 。答: 最早倒入试管 A 中的盐水浓度是 24%。

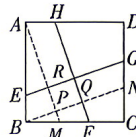
26. 解: (1) $15 \times 24 \div 60 = 6$ (小时), $0.12 \times 6 = 0.72$ (千瓦时)。答: 小明家的冰箱每天用电 0.72 千瓦时。
 (2) $15 \times (24-6) \div 60 = 4.5$ (小时), $15 \times 6 \div 60 = 1.5$ (小时)。
 $0.12 \times 4.5 \times 0.55 = 0.297$ (元), $0.12 \times 1.5 \times 0.35 = 0.063$ (元), $(0.297+0.063) \times 30 = 10.8$ (元)。
 答: 小明家的冰箱 4 月份要交 10.8 元的电费。

27. 解: 设 1 头牛 1 天吃的草为 1 份, 青草每天减少 $(20 \times 5 - 15 \times 6) \div (6-5) = 10$ (份), 牛吃草前牧场有草 $10 \times 5 + 20 \times 5 = 150$ (份), 可以供 $(150-10 \times 10) \div 10 = 5$ (头) 牛吃 10 天。答: 可以供 5 头牛吃 10 天。

28. 解: 把甲的速度看作“1”, 则乙的速度也是“1”, 丙的速度则是“3”。如果先追乙返回, 时间是 $1 \div (3-1) \times 2 = 1$ (小时), 再追甲后返回, 时间是 $(1+1) \div (3-1) \times 2 = 3$ (小时), 共用去 $3+1=4$ (小时); 如果先追甲返回, 时间是 $(1+1) \div (3-1) \times 2 = 2$ (小时), 再追乙后返回, 时间是 $(1+2) \div (3-1) \times 2 = 3$ (小时), 共用去 $2+3=5$ (小时)。4<5, 所以先追乙时间最少。答: 丙应当先追乙再返回追甲。

29. 解: 第一次相遇与第二次相遇间隔 4 小时, 则从 A, B 两地相向而行, 第一次相遇时间为 $4 \div 2 = 2$ (小时), 第一次在距 A 地 90 千米处相遇, 所以甲车的速度为 $90 \div 2 = 45$ (千米/时), 乙车的速度为 $(45 \times 4 - 70) \div 2 = 55$ (千米/时)。答: 甲的速度是 45 千米/时, 乙的速度是 55 千米/时。

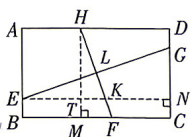
30. 解: (1) 如解图①, 作 $AM \parallel HF$ 交 BC 于点 M , 作 $BN \parallel EC$ 分别交 AM, HF, CD 于点 P, Q, N , 设 EG 交 FH 于点 R , 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $BC=AB, \angle C = \angle ABM = 90^\circ, BE \parallel CN, AH \parallel FM$, 所以四边形 $BECN$ 和四边形



第 30 题解图①

$AHFM$ 都是平行四边形, 所以 $BN=EG, AM=FH$ 。因为 $EG \perp FH$, 所以 $\angle APB = \angle HQB = \angle HRE = 90^\circ$, 所以 $\angle CBN = \angle BAM = 90^\circ - \angle ABN$, 在 $\triangle CBN$ 和 $\triangle BAM$ 中, $\angle CBN = \angle BAM, \angle C = \angle ABM$, 所以 $\triangle CBN \sim \triangle BAM$ 相似, 所以 $CB:BA=BN:AM$, 因为 $CB=BA$, 所以 $BN=AM$, 所以 $EG=FH$, 所以 $\frac{EG}{FH}=1$ 。答: $\frac{EG}{FH}$ 的值是 1。

(2) 如解图②, 过点 H 作 $HM \perp BC$ 于点 M , 过点 E 作 $EN \perp CD$ 于点 N , EN 分别交 HM, FH 于点 T, K , 设 EG 交 FH 于点 L , 因为四边形 $ABCD$ 是长方形, $AB=3, BC=5$, 所以 $\angle B = \angle C = \angle CNE = 90^\circ, \angle A = \angle B = \angle BMH = 90^\circ$, 所以四边形 $BCNE$ 和四边形 $ABMH$ 都是长方形, 所以 $EN=BC=5, HM=AB=3, \angle HTK = \angle ETM = 90^\circ, EG \perp FH$, 所以 $\angle ELK = 90^\circ, \angle GEN = \angle FHM = 90^\circ - \angle EKH$, 因为 $\angle ENG = \angle HMF = 90^\circ$, 所以 $\triangle ENG \sim \triangle HMF$, 所以 $\frac{EG}{FH} = \frac{EN}{HM} = \frac{5}{3}$ 。答: $\frac{EG}{FH}$ 的值是 $\frac{5}{3}$ 。



第 30 题解图②

58. 2026 TYZ 入学数学真卷(十)

快速对答案

一、填空题 1. 16 2. 2400 3. 35 4. $1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+9^3=45^2$ 5. 9 6. 6 7. 12:1 8. 19.6 9. 1:2 10. 6 11. 10 12. 720 13. 45 14. 12 15. 45

计算题、解答题请看“详解详析”P34

详解详析

一、1. 16

2. 2400 【解析】设甲、乙经过 x 分钟相遇, 甲、乙相遇时的路程和为 $(90+70)x$ 米, 乙、丙在 $(x+5)$ 分钟相遇时的路程和为 $(70+50) \times (x+5)$ 米, 可列方程 $(90+70)x = (70+50) \times (x+5)$, 解得 $x=15$, 长街长 $15 \times (90+70) = 2400$ (米)。

3. 35 【解析】洗衣机洗衣服需 30 分钟, 同时在这期间清洗地板用 8 分钟, 擦家具用 15 分钟, 浇花用 3 分钟, 共 $8+15+3=26$ (分钟), $26<30$, 可以完成, 最后再晾洗衣机洗完的衣服用了 5 分钟, 至少需要 $30+5=35$ (分)。

4. $1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+9^3=45^2$ 5. 9

6. 6 【解析】第 1 次输出的结果为 24, 第 2 次输出的结果为 12, 第 3 次的结果为 6, 第 4 次输出的结果为 3, 第 5 次输出的结果为 6, 第 6 次输出的结果为 3, 以此类推可知, 从第 3 次开始, 输出的结果为 6, 3 循环出现, $(2027-2) \div 2 = 1012$ (组)……1, 所以第 2027 次输出的结果为 6。

7. 12:1 【解析】顺水速度为 $286 \div 11 = 26$ (千米/时), 逆水速度为 $286 \div 13 = 22$ (千米/时), 静水中速度为 $(26+22) \div 2 = 24$ (千米/时), 水流速度为 $26-24=2$ (千米/时), 船的静水速度和水流速度的比是 $24:2=12:1$ 。

8. 19.6 【解析】将这批笔记本的成本看作“1”, 定价是 $1 \times (1+30\%) = 1.3$, 售完这批笔记本获得的钱数为 $1.3 \times 80\% + 1.3 \times (1-80\%) \times 60\% = 1.196$, 实际获得 $(1.196-1) \div 1 \times$

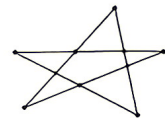
$100\% = 19.6\%$ 的利润。

9. 1:2 【解析】设甲、乙两种糖果单位质量的成本分别为 $C_{\text{甲}}, C_{\text{乙}}$, 则 $\frac{30\% \times 4C_{\text{甲}} + 60\% \times 1C_{\text{乙}}}{4C_{\text{甲}} + 1C_{\text{乙}}} = 36\%$, 解得 $C_{\text{甲}} = C_{\text{乙}}$, 设甲、乙两种糖果的质量比为 $a:b$, 混合后的利润率为 $\frac{30\%a+60\%b}{a+b} = 50\%$, 得出 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, 甲、乙两种糖果应该按 1:2 的质量比混合。

10. 6 【解析】吃一天有 1 种吃法; 吃两天有 4 种吃法: $3+6, 4+5, 5+4, 6+3$; 吃三天有 1 种吃法: $3+3+3$, 所以共有 $1+4+1=6$ (种) 不同的吃法。

11. 10 【解析】如解图, 最少需要舞蹈演员 10 名。

12. 720 【解析】平均每人应该工作 $(1+6+5+4) \div 4 = 4$ (天), 每天的报酬为 $360 \div (4-1) = 120$ (元), 最后甲得报酬 $120 \times 6 = 720$ (元)。



第 11 题解图

13. 45 【解析】去掉最高分, 最低分与其余 8 个同学的数学成绩总分为 $86 \times 9 = 774$ (分), 去掉最低分, 最高分与其余 8 个同学的数学成绩总分为 $91 \times 9 = 819$ (分), 最高分与最低分的差为 $819-774=45$ (分)。

14. 12 【解析】至少会一种棋的有 $56-10=46$ (人), 两种棋都会的有 $31+27-46=12$ (人)。

15. 45 【解析】 $(101101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 32+0+8+4+0+1=45$ 。

二、16. 原式=0.5

17. 解: 原式= $(1+2+3+4+5+6) + (\frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \frac{2}{99} + \frac{2}{143})$

$$= 21 + (1 - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{7}) + (\frac{1}{7} - \frac{1}{9}) +$$

$$(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}) + (\frac{1}{11} - \frac{1}{13})$$

$$= 21 + 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13}$$

$$= \frac{1}{13} \text{ (裂项相消)}$$

$$= 21 + 1 - \frac{1}{13}$$

$$= 21 \frac{12}{13}$$

18. 解: 原式= $\frac{2025 \times 10001}{405} \times \frac{11 \times 18}{11 \times 1010101}$ (重码数)

$$= 5 \times 10001 \times \frac{18}{1010101}$$

$$= \frac{90}{101}$$

19. 解: 原式= $(40 + \frac{5}{3}) \times \frac{3}{5} + (70 + \frac{7}{4}) \times \frac{4}{7} + (90 + \frac{9}{5}) \times \frac{5}{9}$

$$= 24 + 1 + 40 + 1 + 50 + 1 = 117$$

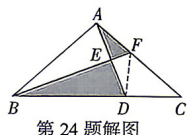
20. $x: \frac{5}{14} = 21: \frac{5}{8}$ 21. $9(x-2) = 3(x+8)$
解: $\frac{5}{8}x = \frac{5}{14} \times 21$ 解: $9x - 18 = 3x + 24$
 $\frac{5}{8}x = \frac{15}{2}$ $6x = 42$
 $x = 12$ $x = 7$

三、22. 解:错误的被减数是 $9527+2487=12014$,正确的被减数应是 12104 ,正确的得数是 $12104-2487=9617$ 。

答:正确的得数应是 9617 。

23. 解:设乙车的速度是 x 千米/时,分两种情况,未相遇: $15x+65 \times 15 = 1950-150$,解得 $x=55$;相遇后: $15x+65 \times 15 = 1950+150$,解得 $x=75$ 。答:乙车的速度是 55 千米/时或 75 千米/时。

24. 解:连接 DF ,如解图,因为 $AE=DE$,所以 $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle DEF}$, $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle BDE}$,因为 $BD=\frac{2}{3}BC$,所以



第24题解图

$S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle DCF}$, $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle DCF}$,所以 $S_{\triangle ABC}=5S_{\triangle DCF}$, $S_{\triangle DCF}=15 \div 5=3$,阴影部分的面积和 $=S_{\triangle BDF}=2 \times 3=6$ 。答:图中阴影部分的面积和为 6 。

25. 解:喝了 $\frac{1}{3}$ 后,含糖率没变,只需要把这 $5g$ 糖配成含糖率为 20% 的糖水即可,所以应加水 $5 \div 20\% - 5 = 20$ (克)。答:应加水 20 克。

26. 解: $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形ADE}} + S_{\text{扇形CDF}} - S_{\text{长方形ABCD}} = \frac{1}{4} \times 3.14 \times 12^2 + \frac{1}{4} \times 3.14 \times 8^2 - 12 \times 8 = 67.28$ (平方厘米)。
答:阴影部分的面积为 67.28 平方厘米。

27. 解:(1) 3 千米以上部分收费 $24-9=15$ (元), 3 千米以上部分路程为 $15 \div 2.5=6$ (千米),小丽家与外婆家相距 $3+6=9$ (千米)。答:小丽家与外婆家相距 9 千米。
(2) 往返需花费 $(6 \times 2 - 3) \times 1.9 + 9 = 26.1$ (元);单程坐两次需花费 $(6-3) \times 2.5 + 9 = 16.5$ (元), $16.5 \times 2 = 33$ (元)。 $26.1 < 33$,所以按 3 千米以上,往返,每增加 1 千米,收费 1.9 元坐车比较合算。
答:王老师按 3 千米以上,往返,每增加 1 千米,收费 1.9 元坐车比较合算,需付出租车费 26.1 元。

28. 解:设最初收购苹果 x 斤,优质果的质量为 $\frac{3}{3+2}x=0.6x$ 斤,普通果的质量为 $\frac{2}{3+2}x=0.4x$ 斤,优质果的销售量为 $0.6x \times (1-5\%)=0.57x$ (斤),普通果的销售量为 $0.4x \times (1-5\%)=0.38x$ (斤),优质果总收入为 $0.57x \times \frac{1}{2} \times (12+12 \times 75\%) = 5.985x$ (元),普通果总收入为 $0.38x \times \frac{1}{2} \times (8+8 \times 75\%) = 2.66x$ (元),则 $5.985x + 2.66x - 5x = 2868$,解得 $x \approx 787$ 。答:他最初收购的苹果约有 787 斤。

29. 解:三个人搬完仓库用时 $2 \div (\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}) = \frac{21}{4}$ (时),乙完成了一个仓库的 $\frac{1}{7} \times \frac{21}{4} = \frac{3}{4}$,丙完成了这个仓库的 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$,丙帮乙搬运了 $\frac{1}{4} \div \frac{1}{14} = \frac{7}{2}$ (时)。
答:丙帮乙搬运了 $\frac{7}{2}$ 小时。

30. 解:(1) 15 【解法提示】 0.75 升 $= 750$ 立方厘米, $750 \times 15 \div 25 \div 30 = 15$ (厘米)。
(2) $30 \times 15 \times 15 = 6750$ (立方厘米), 6750 立方厘米 $= 6.75$ 升, $0.75 \times (30-15) - 6.75 = 4.5$ (升), $4.5 \div (30-15) = 0.3$ (升/秒)。
答:从 B 的洞中每秒流出 0.3 升水。
(3) $0.75 - 0.3 = 0.45$ (升/秒), 0.45 升/秒 $= 450$ 立方厘米/秒, P 点表示的数是 $30 \times (25+15) \times (24-15) \div 450 + 30 = 54$; Q 点表示的数是 $(70-54) \times 450 \div [30 \times (25+15)] + 24 = 30$ 。答: P 表示的数是 54 , Q 表示的数是 30 。

59. 2026 TYZ 入学数学真卷(十一)

快速对答案

一、填空题 1. $\frac{95}{8}$ 2. 5 3. 73 4. 五 5. 27 6. 正方
7. 8 8. 58 9. $\frac{1}{3}$ 10. 15 11. 二 12. 196 13. 12
14. 130 15. 3 16. 11 17. 104 18. 9

计算题、解答题请看“详解详析”P35

详解详析

一、1. $\frac{95}{8}$ 【解析】分母看作 1 份,当分数等于 13 时,分子为 13 份, $103 \div (1+13) \approx 7.4$,所以分母应大于 7 ,则分数最大时分母为 8 ,分子为 $103-8=95$,分数的最大值为 $\frac{95}{8}$ 。
2. 5 【解析】由题可知,每次跳过 5 个珠子,将第 2 个黑珠子记为 0 ,将后面的珠子依次记为 $1, 2, 3, \dots, 39$,其中 $0, 9, 10, 19, 20, 29, 30, 39$ 这 8 个珠子是黑色,蟋蟀落在的珠子号码依次是 $0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots$,这只蟋蟀落在的 30 号珠子是黑珠子,所以至少要跳 5 次,才能又落在黑珠子上。
3. 73 【解析】由题意得,所得到的新数缩小到原来的 $\frac{1}{100}$,原数是 $72.27 \div (1 - \frac{1}{100}) = 73$ 。
4. 五 【解析】 $21-1=20$ (天), $20 \div 7 = 2$ (周) $\dots \dots 6$ (天),星期六再过 6 天是星期五。
5. 27 【解析】奶糖的数量始终不变,将奶糖数量看作单位“ 1 ”。原来其他糖是奶糖的 $(1-45\%) \div 45\% = \frac{11}{9}$,放入水果糖后,其他糖是奶糖的 $(1 - \frac{1}{3}) \div \frac{1}{3} = 2$ 倍,所以奶糖的数量为 $21 \div (2 - \frac{11}{9}) = 27$ (颗)。

6. 正方 【解析】当圆柱的底面周长与它的高相等时,沿着高将圆柱的侧面展开得到的是正方形。
7. 8 【解析】煎 6 个饼的最优策略是将饼分为两批,每批 3 个,同时煎 3 个饼的正面,耗时 2 分钟;将 3 个饼翻面煎反面,耗时 2 分钟。每批总时间为 $2+2=4$ (分钟)。煎 6 个饼至少需要 $4 \times 2 = 8$ (分钟)。
8. 58 【解析】 5 年后四人年龄和为 $106+5 \times 4 = 126$ (岁), 5 年后父亲的年龄为 $126 \div (1+1) = 63$ (岁),父亲现年 $63-5=58$ (岁)。
9. $\frac{1}{3}$ 【解析】所有可能的两位数有 $3 \times 2 = 6$ (个),其中偶数需满足个位为 6 ,有 $56, 76$,共 2 个,所以笑笑赢的可能性是 $2 \div 6 = \frac{1}{3}$ 。
10. 15 【解析】先分给小兰,再拆分剩余书本给小花和小美,①小兰分 1 本,剩余 6 本分给小花和小美,有 $1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1$,共 5 种分法;②小兰分 2 本,剩余 5 本分给小花和小美,有 $1+4, 2+3, 3+2, 4+1$,共 4 种分法;③小兰分 3 本,剩余 4 本分给小花和小美,有 $1+3, 2+2, 3+1$,共 3 种分法;④小兰分 4 本,剩余 3 本分给小花和小美,有 $1+2, 2+1$,共 2 种分法;⑤小兰分 5 本,剩余 2 本分给小花和小美,有 $1+1$,共 1 种分法。综上所述,一共有 $5+4+3+2+1=15$ (种)分法。
11. 二 【解析】 $31 \div 7 = 4$ (周) $\dots \dots 3$ (天), 10 月份有 4 周还多 3 天。有四个星期五,五个星期四,说明 10 月的最后一天是星期四,即 10 月 31 日是星期四,所以 10 月 1 日是星期二,所以这年的 10 月 8 日是星期二。
12. 196 【解析】由题图可知,小长方形的长+小长方形的宽 $= 35$ cm,小长方形的长=小长方形的宽 $\times 4$,小长方形的宽为 $35 \div (4+1) = 7$ (cm),小长方形的长为 $7 \times 4 = 28$ (cm),故一个小长方形的面积为 $28 \times 7 = 196$ (cm²)。
13. 12 【解析】正六边形里面的梯形的个数有 6 个,正六边形外面 3 个三角形组成的梯形有 4 个, 5 个三角形组成的梯形有 1 个, 8 个三角形组成的梯形有 1 个,正六边形外面的梯形的个数有 $4+1+1=6$ (个),一共有 $6+6=12$ (个)梯形。
14. 130 【解析】买篮球 3 个、排球 2 个、足球 1 个共花费 180 元,所以买篮球 9 个、排球 6 个、足球 3 个共花费 $180 \times 3 = 540$ (元),因为买篮球 10 个、排球 7 个、足球 4 个共花费 670 元,所以买同样的篮球 1 个、排球 1 个、足球 1 个共需 $670-540=130$ (元)。
15. 3
16. 11 【解析】每种颜色有 2 只单侧手套,五种颜色共取 $5 \times 2 = 10$ (只),此时再取任意 1 只,一定能配对,因此至少需要取 $10+1=11$ (只)手套。
17. 104 【解析】当甲、丙两车相遇后,丙车又经过 15 分钟遇到乙车,因此甲、丙两车相遇时,丙车到乙车的距离就是乙、丙两车行驶 15 分钟的路程和,即甲、丙两车相遇时,甲车比乙车多行的距离是 $(0.7+0.6) \times 15 = 19.5$ (千米)、甲车每分钟比乙车多行 $1-0.7=0.3$ (千米),所以甲、丙两车的相遇时间是 $19.5 \div 0.3 = 65$ (分),所以东、西两站

相距 $(1+0.6) \times 65 = 104$ (千米)。

18. 9 【解析】既能做出 A 题也能做出 B 题的有 $35+47-50=32$ (人),所以能把 A, B, C 全部题做出的有 $32 \times 50\% = 16$ (人),而这 16 人正好是能做出 C 题人数的 64% ,所以能做出 C 题的有 $16 \div 64\% = 25$ (人),所以能做出 C 题,而不能做出 A 题的有 $25-16=9$ (人)。

二、19. 原式 $= 75$ 20. 原式 $= 62 \frac{3}{8}$

21. 解:原式 $= 533 \div (\frac{4}{5} + \frac{7}{6} + \frac{4}{7}) + (\frac{4}{5} + \frac{7}{6} + \frac{4}{7}) \div (\frac{4}{5} + \frac{7}{6} + \frac{4}{7})$

$$= 533 \div (\frac{4}{5} + \frac{7}{6} + \frac{4}{7}) + 1$$

$$= 533 \div \frac{533}{210} + 1$$

$$= 211$$

22. 解:原式 $= \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4}) + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{4} - \frac{1}{7}) + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{7} - \frac{1}{10}) + \dots + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{91} - \frac{1}{94}) + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{94} - \frac{1}{97}) + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{97} - \frac{1}{100})$
 $= \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{91} - \frac{1}{94} + \frac{1}{94} - \frac{1}{97} + \frac{1}{97} - \frac{1}{100})$
 $= \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{100})$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{99}{100}$
 $= \frac{33}{100}$

三、23. 解:由题图可知,扇形 EBF 的半径为 $2+2=4$ (cm),扇形 FCC 的半径为 $4+2=6$ (cm),扇形 GDH 的半径为 $6+2=8$ (cm),每个弓形的面积都等于所在的 $\frac{1}{4}$ 圆的面积减去以所在的圆的半径为直角边的等腰直角三角形的面积,则 4 个弓形的面积之和为 $(\frac{1}{4} \times 3.14 \times 2^2 - 2 \times 2 \times \frac{1}{2}) + (\frac{1}{4} \times 3.14 \times 4^2 - 4 \times 4 \times \frac{1}{2}) + (\frac{1}{4} \times 3.14 \times 6^2 - 6 \times 6 \times \frac{1}{2}) + (\frac{1}{4} \times 3.14 \times 8^2 - 8 \times 8 \times \frac{1}{2}) = 34.2$ (cm²)。

答:图中 4 个弓形面积之和是 34.2 平方厘米。

24. 解:第一次甲将股票转卖给乙获利 $1500 \times 10\% = 150$ (元),乙这次交易花了 $1500+150=1650$ (元);第二次乙将股票转卖给甲损失 $1650 \times 10\% = 165$ (元),甲这次交易花了 $1650-165=1485$ (元);第三次甲将股票转卖给乙卖了 $1485 \times 80\% = 1188$ (元),甲损失了 $1485-1188=297$ (元)。 $297 > 150$,所以甲在股票交易中亏损了 $297-150=147$ (元)。答:甲在上述股票交易中亏损了,亏损了 147 元。

25. 解: 15.7 毫升 $= 15.7$ 立方厘米,圆锥形铁块的体积是 $\frac{1}{3} \times$

3. $14 \times (8 \div 2)^2 \times 15 = 251.2$ (立方厘米), 水面上升的高度是 $(251.2 - 15.7) \div (3.14 \times 5^2) = 3$ (厘米), 容器中原来水的高度是 $20 - 3 = 17$ (厘米),

答: 容器中原来水的高度是 17 厘米。

26 解: 第一次倒出后加满水, 杯中盐水浓度是 $(100 - 40) \times 80\% \div 100 = 48\%$; 第二次倒出后加满水, 杯中盐水浓度是 $(100 - 40) \times 48\% \div 100 = 28.8\%$; 第三次倒出后加满水, 杯中盐水浓度是 $(100 - 40) \times 28.8\% \div 100 = 17.28\%$ 。

答: 反复三次后, 杯中盐水的浓度是 17.28%。

27 解: 长方形 $EFGH$ 的面积为 $8 \times 6 = 48$ (平方厘米), 三角形 AFG 的面积为 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ (平方厘米), 三角形 AEF 和三角形 AGH 的面积之和为 $48 - 24 = 24$ (平方厘米), 三角形 ABE 和三角形 ADH 的面积之和为 $24 - 14 = 10$ (平方厘米), 三角形 CEH 的面积为 $\frac{1}{4} \times 48 = 12$ (平方厘米), 四边形 $ABCD$ 的面积为 $12 - 10 = 2$ (平方厘米)。

答: 四边形 $ABCD$ 的面积为 2 平方厘米。

28 解: $300 \div 60 + 2 = 7$ (时), $300 \div 40 + 0.5 = 8$ (时), 即甲车从 B 地先行 $8 - 7 = 1$ (时), 所以, 从乙车开始返回到相遇行驶了 $(300 - 60 \times 1) \div (60 + 40) = 2.4$ (时), 故两车返回时相遇地点与 A 地相距 $40 \times 2.4 = 96$ (千米)。

答: 返回时两车相遇地点与 A 地相距 96 千米。

29 解: 由题意可知, 两次共打包 $26 + 14 = 40$ (包), 则 26 包就占这批书的 $26 \div 40 = \frac{13}{20}$, 第一次多的 26 本书占总数的

$70\% - \frac{13}{20} = \frac{1}{20}$, 所以这批书共有 $26 \div \frac{1}{20} = 520$ (本)。

答: 这批书共有 520 本。

30 解: 设每部抽水机每小时抽水量为 1 份, 每小时涌出泉水量是 $(7 \times 14 - 10 \times 8) \div (14 - 8) = 3$ (份), 原有泉水量是 $7 \times 14 - 3 \times 14 = 56$ (份), 用 11 部抽水机 $56 \div (11 - 3) = 7$ (时) 能把全池泉水抽干。

答: 用 11 部抽水机 7 小时能把全池泉水抽干。

31 解: 长方体右面的面积是 $12 \div 4 = 3$ (平方厘米), 长方体前面的面积是 $15 \div 5 = 3$ (平方厘米), 长方体上面的面积是 $24 \div 6 = 4$ (平方厘米), 长方体的表面积为 $(3 + 3 + 4) \times 2 = 20$ (平方厘米), $3 \times 3 \times 4 = 36$, $36 \div 6 = 6$, 所以长方体的体积是 6 立方厘米。

答: 这个长方体的表面积是 20 平方厘米, 体积是 6 立方厘米。

32 解: (1) 甲商店: $58 \div 10 = 5$ (组) $\cdots \cdots 8$ (箱), 实际购买箱数为 $58 - 5 = 53$ (箱), 总花费为 $80 \times 53 = 4240$ (元); 乙商店: $80 \times 58 \times 89\% = 4129.6$ (元); 丙商店: $80 \times 58 \div 300 = 15$ (组) $\cdots \cdots 140$ (元), $35 \times 15 = 525$ (元), $80 \times 58 - 525 = 4115$ (元), $4115 < 4129.6 < 4240$, 因此选择丙商店购买最省钱。

答: 选择丙商店购买最省钱, 需要花费 4115 元。

(2) 在甲商店购买 10 箱的整数倍时单价最划算, 甲商店最划算的单价是 $80 \times 10 \div 11 = 72.73$ (元); 乙商店单价是 $80 \times 89\% = 71.2$ (元); 在丙商店购买的总价格优惠前是 300 元的整数倍时单价最划算, 当最少购买 15 箱时的总价是 300 的整数倍, $80 \times 15 \div 300 = 4$ (组), $80 \times 15 - 35 \times 4 =$

1060 (元), 丙商店最划算的单价是 $1060 \div 15 \approx 70.67$ (元)。

70.67 元 < 71.2 元 < 72.73 元, 因此最省钱的购买方案为优先在丙商店购买, 剩余去乙商店。①若尽量多在丙商店购买, 且接近 300 元的整数倍, 由 (1) 知, $15 \times 300 \div 80 = 56.25$ (箱), 在丙商店最多买 57 箱, $80 \times 57 = 4560$ (元), $4560 \div 300 = 15$ (组) $\cdots \cdots 60$ (元), 返现 $35 \times 15 = 525$ (元), 花费 $4560 - 525 = 4035$ (元), 剩余 $58 - 57 = 1$ (箱) 去乙商店, 花费 $80 \times 0.89 = 71.2$ (元), 总花费 $4035 + 71.2 = 4106.2$ (元)。②在丙商店购买 15 箱的整数倍, $15 \times 3 = 45$ (箱), $15 \times 4 = 60$ (箱), $45 < 58 < 60$, 所以最多在丙商店购买 45 箱, $80 \times 45 \div 300 = 12$ (组), 花费 $80 \times 45 - 35 \times 12 = 3180$ (元), 剩余 $58 - 45 = 13$ (箱) 在乙商店购买, 花费 $80 \times 13 \times 0.89 = 925.6$ (元), 总花费 $3180 + 925.6 = 4105.6$ (元), $4106.2 > 4105.6$, 所以最省钱的购买方案为在丙商店买 45 箱, 乙商店买 13 箱。

答: 最省钱的购买方案为在丙商店买 45 箱, 乙商店买 13 箱, 需要花费 4105.6 元。

60. 2026 TYZ 入学数学真卷 (十二)

快速对答案

一、填空题 1. 13 2. 133 3. 4000 4. 37.5 5. 2
6. 3 7. 5 8. 7 9. 1.5 10. 7 11. 4 12. 24
13. 17 14. 76 15. 2.5

解答题请看“详解详析”P36

详解详析

一、1. 13 【解析】 $5m = 87 - 7n$, 则 $m = \frac{87 - 7n}{5}$, 因为 m, n 都是质数, 所以 $87 - 7n$ 必须是 5 的倍数, 且结果为正整数, 只有

当 $n = 11$ 时符合要求, $m = \frac{87 - 77}{5} = 2, m + n = 2 + 11 = 13$ 。

2. 133 【解析】设女生有 x 人, $x - 38 + 1 = (x - 1) \times \frac{4}{7}$, 解得 $x = 85$, 男生有 $85 - 38 + 1 = 48$ (人), 一共有 $85 + 48 = 133$ (人)。

3. 4000 【解析】这堆货物共有 $600 \div [(1 - \frac{2}{5} - 25\%) \times \frac{3}{3+4}] = 4000$ (吨)。

4. 37.5 【解析】快车的速度为 $200 \div 4 = 50$ (千米/时), 相遇后快车行驶的路程 $50 \times 3 = 150$ (千米), 慢车的速度为 $150 \div 4 = 37.5$ (千米/时)。

5. 2 【解析】 $2x - y - 2(x - 2y) = 5 - 2 \times 1$, 解得 $y = 1$, 将 $y = 1$ 代入 $2x - y = 5$, 解得 $x = 3$, 所以 $x - y = 2$ 。

6. 3 【解析】每天长大一倍, 30 天长到 24 厘米, 第 27 天幼虫长到了 $24 \div 2 \div 2 = 3$ (厘米)。

7. 5 【解析】设大卫为甲, 皮特为乙, 迈克为丙, 甲第一个传球且传递四次后球到丙, 共有 5 种不同的传球过程。

8. 7 【解析】设投中了 x 个 3 分球, 则投中了 $(19 - x)$ 个 2 分球, $3x + 2(19 - x) + 1 \times 5 = 50$, 解得 $x = 7$ 。

9. 1.5 【解析】长方形 A 与长方形 B 等长, 长方形 B 与长方形 C 等宽, 设阴影所在的长方形的面积为 x , $6 : x = 2 : 1$, 解得 $x = 3$, 阴影部分的面积是 $3 \div 2 = 1.5$ 。

10. 7 【解析】如解图, 首先将下面的线段向右平移 1 格, 再向上平移 2 格; 将左边线段向下平移 2 格; 最后将右边线段向左平移 2 格, 所以最少需要平移 $1 + 2 + 2 + 2 = 7$ (步)。



第 10 题解图

11. 4 【解析】点 E 运动到点 C 的时间是 $10 \div 2 = 5$ (秒), $t \leq 5$, 因为点 D 和点 E 的速度分别为 1 厘米/秒和 2 厘米/秒, 所以 $BE = 2AD$; $S_{\triangle BEP} - S_{\triangle ADP} = 20$, 所以 $(S_{\triangle BEP} + S_{\triangle APB}) - (S_{\triangle ADP} + S_{\triangle APB}) = S_{\triangle AEB} - S_{\triangle ADB} = 20$, $BE \times 10 \div 2 - AD \times 10 \div 2 = (2AD - AD) \times 10 \div 2 = 20$, 得出 $AD = 4$ 厘米, $t = 4 \div 1 = 4$ 。

12. 24 【解析】根据题意, 第一次相遇需要的时间是 3、4 和 6 的最小公倍数, 3、4 和 6 的最小公倍数是 12, 他们第二次相遇要经过 $12 \times 2 = 24$ (分)。

13. 17 【解析】先切 6 刀把表皮切掉, 控制所切厚度使最后得到一个长、宽、高之比为 4 : 5 : 5 的图形, 再分别垂直长、宽、高均切 3、4、4 刀, $6 + 4 + 4 + 3 = 17$ (刀), 所以最少要切 17 刀, 才能得到 100 个各面都不是红色的正方体。

14. 76 【解析】设长方体长 x cm, 宽 y cm, 桌子的高为 a cm, 由题意, 得 $\begin{cases} x + a - y = 79 \\ y + a - x = 73 \end{cases}$, 两式相加, 得 $2a = 152$, 解得 $a = 76$, 则桌子的高度是 76 cm。

15. 2.5 【解析】50 分 = $\frac{5}{6}$ 时, 设船在静水中的速度为 x , 原来的水速为 y , 由甲港到乙港两次路程相等, 得 $(x + y) \times 1 = (x + 2y) \times \frac{5}{6}$, 解得 $x = 4y$, 水流速度增加后, 从乙港返回甲港需航行 $(x + y) \times 1 \div (x - 2y) = (4y + y) \div (4y - 2y) = 2.5$ (时)。

二、16. (1) 原式 = $\frac{47}{67}$ (2) 原式 = 1111

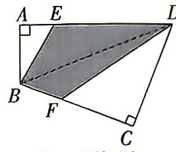
(3) 解: 原式 = $\frac{2020 + 2019 \times 2021}{(2019 + 1) \times 2021 - 1} + \frac{2021 + 2020 \times 2022}{(2020 + 1) \times 2022 - 1}$
 $= \frac{2020 + 2019 \times 2021}{2019 \times 2021 + 2021 - 1} + \frac{2021 + 2020 \times 2022}{2020 \times 2022 + 2022 - 1}$
 $= \frac{2020 + 2019 \times 2021}{2019 \times 2021 + 2020} + \frac{2021 + 2020 \times 2022}{2020 \times 2022 + 2021}$
 $= 1 + 1 = 2$

(4) 解: 原式 = $100 \times (1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100})$
 $= 100 \times (1 - \frac{1}{100})$ (裂项相消)
 $= 100 \times \frac{99}{100}$
 $= 99$

(5) $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}(x+6) + 3$
 解: $3(x-1) = 2(x+6) + 18$
 $3x - 3 = 2x + 12 + 18$
 $x = 33$

17. 解: $100 \div (1 + \frac{1}{3}) = 75$ (户) 答: 城中共有 75 户人家。

18. 解: 如解图, 连接 BD , 则阴影部分的面积 = 三角形 BED 的面积 + 三角形 BFD 的面积, 三角形 BFD 的面积是 $6 \times 15 \div 2 = 45$ (平方厘米), 三角形 BED 的面积是 $16 \times 8 \div 2 = 64$ (平方厘米), 阴影部分的面积是 $45 + 64 = 109$ (平方厘米)。



第 18 题解图

答: 阴影部分的面积是 109 平方厘米。

19. 解: 四边形 $ABCD$ 是长方形, $\angle BAD = 90^\circ$, 由折叠的性质得 $\angle BAE = \angle B'AE = \frac{1}{2} \angle BAB'$, $\angle DAF = \angle D'AF = \frac{1}{2} \angle DAD'$, 所以 $\angle BAB' = 2 \angle BAE$, $\angle DAD' = 2 \angle DAF$, 因为 $\angle BAB' - \angle B'AD' + \angle DAD' = \angle BAD$, $\angle B'AD' = 6^\circ$, 所以 $2 \angle BAE - 6^\circ + 2 \angle DAF = 90^\circ$, $\angle BAE + \angle DAF = 48^\circ$, $\angle EAF = \angle BAD - (\angle BAE + \angle DAF) = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$ 。

答: $\angle EAF$ 的度数为 42° 。

20. 解: 小汽车的正常速度是 $3000 \div 10 = 300$ (米/分), 大卡车的正常速度是 $3000 \div 20 = 150$ (米/分), 小汽车倒车速度是 $300 \times \frac{1}{5} = 60$ (米/分), 大卡车倒车速度是 $150 \times \frac{1}{8} =$

$\frac{75}{4}$ (米/分), 小汽车倒车路程是 $\frac{4}{1+4} \times 3000 = 2400$ (米), 大卡车的倒车路程是 $3000 - 2400 = 600$ (米), 小汽车倒车时间是 $2400 \div 60 = 40$ (分), 大卡车的倒车时间是 $600 \div \frac{75}{4} =$

32 (分), 大卡车倒车、小汽车前进, 两车都通过共需要时间: $32 + 20 = 52$ (分), 小汽车倒车、大卡车前进, 两车都通过共需要时间: $40 + 10 = 50$ (分), $52 > 50$, 所以小汽车倒车、大卡车前进用时最短。

答: 两车都通过 AB 这段狭窄路面的最短时间是 50 分钟。

21. 解: (1) 在甲家体育用品店购买所需支付的钱数: 当 $x \leq 10$ 时, 钱数为 $40x$ 元; 当 $x > 10$ 时, 钱数 $40 \times 10 + 40 \times 0.8 \times (x - 10) = 400 + 32x - 320 = (32x + 80)$ 元。在乙家体育用品店购买所需支付的钱数为 $40 \times 0.9x = 36x$ (元)。

答: 在甲家体育用品店购买所需支付的钱数为 $40x$ 元 ($x \leq 10$) 或 $(32x + 80)$ 元 ($x > 10$), 在乙家体育用品店购买所需支付的钱数为 $36x$ 元。

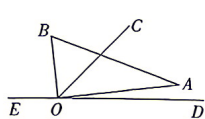
(2) 当购买 18 副乒乓球拍时, 因为 $18 > 10$, 甲家为 $32 \times 18 + 80 = 656$ (元), 乙家为 $36 \times 18 = 648$ (元), $648 < 656$, 所以应该选择去乙家体育用品店购买; 当购买 21 副乒乓球拍时, 因为 $21 > 10$, 甲家为 $32 \times 21 + 80 = 752$ (元), 乙家为 $36 \times 21 = 756$ (元), $752 < 756$, 所以应该选择去甲家体育用品店购买。答: 购买 18 副乒乓球拍时, 应该选择去乙家体育用品店购买; 购买 21 副乒乓球拍时, 应该选择去甲家体育用品店购买。

22. 解: (1) 70° 【解法提示】因为 $\angle COE = 140^\circ$, 所以 $\angle COD = 180^\circ - \angle COE = 40^\circ$, OA 平分 $\angle COD$, $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle COD = 20^\circ$, 由 $\angle AOB = 90^\circ$ 得到 $\angle BOC = 90^\circ - \angle AOC = 70^\circ$ 。

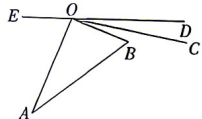
(2) 存在, 因为 $\angle COE = 140^\circ$, 所以 $\angle COD = 180^\circ - \angle COE =$

40°, ①当 OA 平分 $\angle COD$ 时, $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle COD = 20^\circ$, $\angle AOD = \angle AOC$, 即 $20^\circ t = 20^\circ$, 解得 $t = 1$; ②当 OC 平分 $\angle AOD$ 时, $\angle AOC = \angle DOC = 40^\circ$, 即 $20^\circ t - 40^\circ = 40^\circ$, 解得 $t = 4$; ③当 OD 平分 $\angle AOC$ 时, $\angle AOD = \angle COD = 40^\circ$, 即 $360^\circ - 20^\circ t = 40^\circ$, 解得 $t = 16$ 。综上所述 t 的值为 1 或 4 或 16。答: 存在, t 的值为 1 或 4 或 16。

(3) t 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{37}{3}$ 或 $\frac{35}{2}$ 。【解法提示】 OC 平分 $\angle BOD$, $\angle BOC = \angle COD$, ①如解图①, $\angle BOD = 90^\circ + 20^\circ t$, $\angle COD = 40^\circ + 25^\circ t$, 当 $90^\circ + 20^\circ t = 2(40^\circ + 25^\circ t)$ 时, 解得 $t = \frac{1}{3}$;



第 22 题解图①

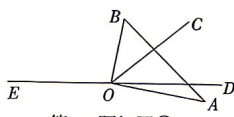


第 22 题解图②

②如解图②, $\angle COD = 360^\circ - 40^\circ - 25^\circ t = 320^\circ - 25^\circ t$, $\angle BOD = 360^\circ - 90^\circ - 20^\circ t = 270^\circ - 20^\circ t$,

当 $270^\circ - 20^\circ t = 2(320^\circ - 25^\circ t)$ 时, 解得 $t = \frac{37}{3}$;

③如解图③, 当 OC 回到起始位置后, OC 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle BOC = \angle COD = 40^\circ$, $\angle BOD = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$, 三角板 AOB 距



第 22 题解图③

离回到原来的位置还有 $90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$, $t = \frac{360^\circ - 10^\circ}{20^\circ} = \frac{35}{2}$ 。

综上所述, 所以 t 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{37}{3}$ 或 $\frac{35}{2}$ 。

61. 2026 TYZ 入学数学真卷(十三)

快速对答案

一、填空题 1. 5 2. B 3. 15 4. $\frac{987}{610}$ 5. 360 6. 22
7. 46.8 或 18 8. 226.08 9. 1540 10. 407 11. 28
12. 255° 13. 540 14. 70 15. 12

计算题、解答题请查看详细解析 P37

详细解析

一、1. 5 2. B

3. 15 【解析】甲爬到第 4 层, 走的楼梯间隔数是 $4 - 1 = 3$ (个), 乙爬到第 3 层, 走的楼梯间隔数是 $3 - 1 = 2$ (个), 速度比是 $3:2$, 甲爬到第 22 层时, 爬的楼梯间隔数是 $22 - 1 = 21$ (个), 那么乙爬的楼梯间隔数是 $21 \times \frac{2}{3} = 14$ (个), 所以乙应爬到第 $14 + 1 = 15$ (层)。

4. $\frac{987}{610}$ 【解析】这串数的第 1 个数可以改写为 $\frac{1}{1}$, 从第 2 个数开始, 分子依次是 $3(3 = 1 \times 3 - 0)$, $8(8 = 3 \times 3 - 1)$, $21(21 = 8 \times 3 - 3)$, $55(55 = 21 \times 3 - 8)$, ..., 从第 2 个数开始, 分母依次

是 $2(2 = 1 \times 2)$, $5(5 = 1 + 2 \times 2)$, $13(13 = 1 + 2 + 5 \times 2)$, $34(34 = 1 + 2 + 5 + 13 \times 2)$, ..., 按照这样的规律, 第 6 个数是 $\frac{55 \times 3 - 21}{1 + 2 + 5 + 13 + 34 \times 2} = \frac{144}{89}$, 第 7 个数是 $\frac{144 \times 3 - 55}{1 + 2 + 5 + 13 + 34 + 89 \times 2} = \frac{377}{233}$, 第 8 个数是 $\frac{377 \times 3 - 144}{1 + 2 + 5 + 13 + 34 + 89 + 233 \times 2} = \frac{987}{610}$ 。

5. 360 【解析】 $40 \times 2 + 30 = 110$ (个), 计划用时 $110 \div (40 - 30) = 11$ (天), 这批零件共有 $30 \times (11 + 1) = 360$ (个)。

6. 22 【解析】第 1 个数是 25, 第 2, 3 个数之和为 $96 - 25 = 71$, 则第 4 个数为 $96 - 71 = 25$, 以此类推, 第 7, 10, ..., $(3n - 2)$ 个数为 25; 设第 2 个数为 a , 则第 3, 4 个数之和为 $(96 - a)$, 则第 5 个数为 $96 - (96 - a) = a$, 以此类推, 第 8, 11, ..., $(3n - 1)$ 个数为 a ; 设第 3 个数为 b , 则第 4, 5 个数之和为 $(96 - b)$, 第 6 个数为 $96 - (96 - b) = b$, 以此类推, 第 9, 12, ..., $3n$ 个数为 b 。 $9 = 3 \times 3$, $2000 = 3 \times 667 - 1$, 即第 9 个数为 b , 第 2000 个数为 a , $25 + a + b = 25 + (a + 5) + 2a = 96$, 解得 $a = 22$ 。

7. 46.8 或 18 【解析】若第二次实际商品价格为 288 元, 则 $180 + 288 = 468$ (元), $468 > 300$, 一次性支付 $468 \times 90\% = 421.2$ (元), 节省: $468 - 421.2 = 46.8$ (元) 或第二次实际商品价格为 $288 \times 90\% = 259.2$ (元), $180 + 259.2 = 439.2$ (元), $439.2 > 300$, 一次性支付 $439.2 \times 90\% = 395.28$ (元), 节省 $439.2 - 395.28 = 43.92$ (元)。

8. 226.08 【解析】底面直径: $80 \div 2 = 40$ (厘米), 圆柱表面积: $3.14 \times (40 \div 2)^2 \times 2 + 3.14 \times 40 \times 5 = 226.08$ (平方厘米)。

9. 1540 【解析】输入 x , 第一次运算结果: $\frac{4 \times (4 + 1)}{2} = 10$, $10 < 100$; 第二次运算结果: $\frac{10 \times (10 + 1)}{2} = 55$, $55 < 100$; 第三次运算结果: $\frac{55 \times (55 + 1)}{2} = 1540$, $1540 > 100$ 。循环结束。

10. 407 【解析】得数最大的加法为 $1 + 2 + (3 + 4 + 5 + 6) \times 7 = 407$ 。

11. 28 【解析】 $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ (种)。

12. 255° 【解析】 $\angle BDE + \angle BED = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = (180^\circ - \angle BDE) + (180^\circ - \angle BED) = 360^\circ - (\angle BDE + \angle BED) = 255^\circ$ 。

13. 540 【解析】客车速度: 货车速度 $= 60:48 = 5:4$, 将全程看作 9 份。第一次相遇: 两车合走 1 个全程, 相遇点距离甲地 5 份。第二次相遇: 两车合走 3 个全程, 客车共走了 $5 \times 3 = 15$ 份, 其中 $15 - 9 = 6$ 份是从乙地向甲地返回的路程, 因此第二次相遇点距离甲地为 $9 - 6 = 3$ 份。1 份对应的距离为 $120 \div (5 - 3) = 60$ (千米), 全程的距离为 $9 \times 60 = 540$ (千米)。

14. 70 【解析】走了 10 只黑羊, 白羊只数: 黑羊只数 $= 2:1$, 设白羊有 $2a$ 只, 则此时黑羊有 a 只。又走了 10 只黑羊, 此时 $2a:(a - 10) = 4:1$, 解得 $a = 20$, 黑羊原有 $20 + 10 = 30$ (只), 白羊原有 $20 \times 2 = 40$ (只), $30 + 40 = 70$ (只)。

15. 12 【解析】 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABC} = 2$, 所以 $S_{\triangle ABC} = 2 \div (\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}) = 12$ 。

二、16. (1) 原式 $= \frac{1}{17}$ (2) 原式 $= \frac{7}{24}$

(3) 解: 原式 $= [47 - (\frac{75}{4} - \frac{15}{8}) \times \frac{56}{25}] \div \frac{23}{50}$
 $= (47 - \frac{135}{8} \times \frac{56}{25}) \times \frac{50}{23}$
 $= (47 - \frac{189}{5}) \times \frac{50}{23}$
 $= \frac{46}{5} \times \frac{50}{23}$
 $= 20$

(4) 解: 原式 $= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{95} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{101})$ (裂项相消)
 $= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{5} - \frac{1}{101})$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{96}{505}$
 $= \frac{32}{505}$

(5) $\frac{x-1}{2} = 1 - \frac{x+2}{3}$
解: $3x - 3 = 6 - 2(x + 2)$
 $5x = 5$
 $x = 1$

三、17. 解: 能, 思考过程: 近似三角形的底由 4 段圆弧组成, 底为 $\frac{1}{4} \times 2\pi r$, 近似三角形的高由 4 个圆半径组成, 高为 $4r$, 圆的面积 $=$ 近似三角形的面积, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 2\pi r \times 4r = \pi r^2$ 。

18. 解: 每家先取一头, 再三家共取一头, 平均每家取 $(1 + \frac{1}{3})$ 头, 一共有 $100 \div (1 + \frac{1}{3}) = 75$ (户)。

答: 城中共有 75 户人家。

19. 解: 设绘画社提交的作品数量为 a 幅, 书法社提交的作品数量为 b 幅, 根据题意得: $a = \frac{1}{2}(b + 80)$, $b = \frac{1}{3}(a + 80)$, 解得 $a = 64$, $b = 48$, $64 + 48 + 80 = 192$ (幅)。

答: 三个社团一共提交了 192 幅作品。

20. 解: 设甲、乙、丙的爬山速度分别为 $6x, 5x, 4x$, 则下山速度分别为 $9x, 7.5x, 6x$ 。甲第一次到达山顶, 乙还未到达; 甲第二次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 2}{6x} + \frac{360}{9x} = \frac{160}{x}$ 。乙第一次到达山顶, 用时 $\frac{360}{5x} + \frac{360}{7.5x} = \frac{120}{x}$ 。丙第一次到达山顶, 用时 $\frac{360}{4x} + \frac{360}{6x} = \frac{120}{x}$ 。甲第二次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 3}{6x} + \frac{360 \times 2}{9x} = \frac{260}{x}$ 。乙第二次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 2}{5x} + \frac{360}{7.5x} = \frac{192}{x}$ 。丙第二次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 2}{4x} + \frac{360}{6x} = \frac{192}{x}$ 。

甲第三次到达山顶时, 乙正在上山的路上, 不符合题意; 甲第四次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 4}{6x} + \frac{360 \times 3}{9x} = \frac{360}{x}$ 。乙第三次

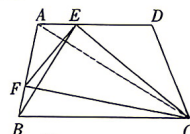
到达山脚, 用时 $\frac{360 \times 3}{5x} + \frac{360 \times 3}{7.5x} = \frac{360}{x}$, 说明甲第四次到达山顶时, 乙正好到达山脚, 不符合题意; 甲第五次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 5}{6x} + \frac{360 \times 4}{9x} = \frac{460}{x}$, 乙第四次到达山顶, 用时 $\frac{360 \times 4}{5x} + \frac{360 \times 3}{7.5x} = \frac{432}{x}$, 甲第五次到达山顶时, 乙正在下山的路上, 符合题意; 乙完成 3 个往返加到山顶后, 剩余时间: $\frac{460}{x} - 3 \times \frac{120}{x} = \frac{28}{x}$, 即乙下山的时间为 $\frac{28}{x}$,

乙下山的路程: $7.5x \times \frac{28}{x} = 210$ (米), 乙距离山脚: $360 - 210 = 150$ (米), 符合题意; 讨论丙的运动情况: 丙运动时间为 $\frac{460}{x}$ 。丙完成 3 个往返后剩余时间: $\frac{460}{x} - 3 \times (\frac{360}{4x} + \frac{360}{6x}) = \frac{10}{x}$, 丙上山路程: $4x \times \frac{10}{x} = 40$ (米), 丙离山顶: $360 - 40 = 320$ (米)。

答: 此时丙离山顶的距离为 320 米。

21. 解: 如解图, 连接 AC , 根据题意

得, $S_{\triangle BCF} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle AEF} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABE}$, 所以 $S_{\triangle ABC} = 8 \div \frac{1}{3} = 24$ (平方厘米), $S_{\triangle AEF} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABE} =$



第 21 题解图

$\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$ (平方厘米), 因为 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AEC$ 是同底等高三角形, 所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} = 5$ 平方厘米。 $ED = 2AE$, 所以 $S_{\triangle AEC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADC}$, 所以 $S_{\triangle ADC} = 5 \div \frac{1}{3} = 15$ (平方厘米), $S_{\triangle DEC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ADC} = \frac{2}{3} \times 15 = 10$ (平方厘米), 梯形 $ABCD$ 的面积为 $S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABC} = 15 + 24 = 39$ (平方厘米), 所以 $S_{\triangle EFC} = S_{\triangle ABCD} - S_{\triangle AEF} - S_{\triangle DEC} - S_{\triangle BCF} = 39 - \frac{10}{3} - 10 - 8 = \frac{53}{3}$ (平方厘米)。

答: 三角形 EFC 的面积是 $\frac{53}{3}$ 平方厘米。

22. 解: 5 立方米 $<$ 6 立方米, 基本价: $12 \div 5 = 2.4$ (元/立方米) 9 立方米 $>$ 6 立方米, 调节价: $(26.4 - 2.4 \times 6) \div (9 - 6) = 4$ (元/立方米), 15 立方米 $>$ 6 立方米, 5 月份应该交水费: $2.4 \times 6 + (15 - 6) \times 4 = 50.4$ (元)。答: 5 月份应该交水费 50.4 元。

23. 解: (1) 16 【解法提示】 $24 \div 6 = 4$ (平方厘米/秒), $4 \times 4 = 16$ (平方厘米)。(2) 12 【解法提示】正方形的边长为 $24 \div 2 = 12$ (厘米)。(3) 2 【解法提示】 $12 \div 6 = 2$ (厘米/秒)。(4) 第一种情况: 没有完全穿过正方形时重叠面积为 20 平方厘米, $20 \div 2 = 10$ (厘米), $10 \div 2 = 5$ (秒); 第二种情

掉3次的19个数字,就能得到第三、四、五个0;此时一共去掉了 $9+19 \times 4=85$ (个)数字,剩下的数前六个数字是1、0、0、0、0、0,余下的部分是5152535455...一直写到9899,还能再去掉 $99-85=14$ (个)数字。下一位取不到0了,只能去掉一个5,留下1;再下一位连1都取不到,只能去掉1个5,留下2;再去掉一个5,留下3;去掉一个5,留下4,现在还能再去掉10个数字,而剩下的是55565758596061...,接下来11个数中最小的数是5,所以取一个5,然后剩下的数前11个数字为55657585960,因而我们去掉10个数字5565758596,使下一位达到最小数字0,所以最后剩下的数最小是10000012345061626364...9899。

4. 32 【解析】设每分钟燃烧的长度为 x ,178分钟燃烧的长度为 $178x$,长蜡烛长 $37a$,短蜡烛长 $35a$ 。则 $(37a-178x): (35a-178x)=11:8$,化简得 $a=6x$,短蜡烛还能燃烧 $\frac{35a}{x}-178=\frac{35 \times 6x}{x}-178=32$ (分钟)。

5. 432 【解析】假设最后每人的棋子数为1份,丙拿出自己的 $\frac{1}{4}$ 后还剩下1份,则丙操作前有 $1 \div (1-\frac{1}{4})=\frac{4}{3}$ (份),甲和乙每人分得 $(\frac{4}{3}-1) \div 2=\frac{1}{6}$ (份),丙操作前甲和乙都有 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ (份),乙拿出自己的 $\frac{1}{3}$ 平分给甲、丙,则乙操作前有 $\frac{5}{6} \div (1-\frac{1}{3})=\frac{5}{4}$ (份),甲、丙每人分得 $(\frac{5}{4}-\frac{5}{6}) \div 2=\frac{5}{24}$ (份),乙操作前甲有 $\frac{5}{6}-\frac{5}{24}=\frac{5}{8}$ (份),丙有 $\frac{5}{4}-\frac{5}{24}=\frac{9}{8}$ (份),甲先拿出自己的一半平分给乙、丙,则甲操作前有 $\frac{5}{8} \div (1-\frac{1}{2})=\frac{5}{4}$ (份),乙、丙每人分到 $(\frac{5}{4}-\frac{5}{8}) \div 2=\frac{5}{16}$ (份),甲操作前乙有 $\frac{5}{4}-\frac{5}{16}=\frac{15}{16}$ (份),丙有 $\frac{9}{8}-\frac{5}{16}=\frac{13}{16}$ (份),则最开始甲、乙、丙三人的棋子数比是 $\frac{5}{4}:\frac{15}{16}:\frac{13}{16}=20:15:13$,最多的比最少的多 $20-13=7$ (份), $7 \times 9=63$,则多63枚,符合棋子数最多的人比最少的人多出60多枚棋子,三人一共有 $9 \times (20+15+13)=432$ (枚)棋子。

6. 203 【解析】根据题意,设这三个最简分数分别是 $\frac{3a}{5b}, \frac{2a}{9b}, \frac{4a}{15b}$,其中 a, b 互质。 $\frac{3a}{5b}+\frac{2a}{9b}+\frac{4a}{15b}=\frac{49a}{45b}=\frac{7 \times 7 \times a}{5 \times 3 \times 3 \times b}=\frac{28}{45}$,所以 $a=4, b=7$,所以三个分数的分母相加是 $7 \times (5+9+15)=203$ 。

7. 192 【解析】长是 $128 \div 2 \times 3=192$ (厘米)。

8. 40 【解析】孔雀和斑马的个数比为3:2,即为9:6,则水鸟和孔雀和斑马的个数比为50:9:6,斑马和猴子的个数比为3:10,即为6:20,则水鸟和孔雀和斑马和猴子的个

数比为50:9:6:20,则猴子有 $100 \div 50 \times 20=40$ (只)。

$$\text{三、1. (1)} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = 5 \quad (2) 6:x = \frac{3}{7} : \frac{1}{4}$$

$$\text{解: } \frac{1}{6}x = 5 \quad \text{解: } \frac{3}{7}x = \frac{1}{4} \times 6$$

$$x = 30 \quad x = \frac{7}{2}$$

$$(3) 20\%x - 1.2 \times 5 = 0.4$$

$$\text{解: } 0.2x - 6 = 0.4$$

$$0.2x = 6.4$$

$$x = 32$$

$$2. (1) \text{原式}=0 \quad (2) \text{原式}=12$$

$$(3) \text{解: 原式}=2019 \div 2019 \frac{2019}{2020}$$

$$=1 \div (2019 \frac{2019}{2020} \div 2019)$$

$$=1 \div \frac{2021}{2020}$$

$$=\frac{2020}{2021}$$

$$(4) \text{解: 原式}=\frac{1}{11}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{23}+\frac{1}{23}+\frac{1}{32} \text{ (裂项相消)}$$

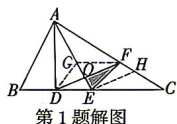
$$=\frac{1}{11}+\frac{1}{32}$$

$$=\frac{21}{352}$$

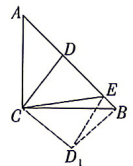
四、1. 解: 如解图, 过点 F 作 $FG \parallel BC$ 交 AE 于点 G , 连接 DG , 过点 E 作 $EH \parallel DF$ 交 AC 于点 H , FD 交 AE 于点 O , 则 $\triangle DEG$ 与 $\triangle DEF$ 面积相等, 同时减去 $\triangle DOE$ 的面积后得到的 $\triangle DOG$ 与 $\triangle EOF$ 的面积相等, $FC:AC=1:3, FH:FC=DE:DC=1:3$, 所以 $FH=\frac{1}{9}AC=\frac{1}{7}AH, OE=\frac{1}{7}AE, GE=\frac{1}{3}AE$, 所以 $OG=GE-OE=\frac{4}{21}AE$, 所以 $S_{\triangle DOG}=\frac{4}{21}S_{\triangle ADE}, S_{\triangle ADE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4} \times 84=21, S_{\triangle DOG}=\frac{4}{21} \times 21=4, S_{\text{阴影}}=S_{\triangle DOG}$, 即阴影部分的面积是4。答: 阴影部分的面积是4。

(模型展示) 底高模型: 见“常用解题公式、模型及技巧”汇总——三、模型1”P3。

2. 解: 如解图, 将 $\triangle ACD$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , $\triangle ACD$ 变成 $\triangle BCD_1$, 连接 D_1E , $\angle ECD_1 = \angle ECB + \angle BCD_1 = \angle ECB + \angle ACD = 90^\circ - \angle DCE$, 且 $\angle DCE = 45^\circ$, 所以 $\angle ECD_1 = \angle DCE$, 且根据旋转知 $CD = CD_1$, 所以 $\triangle ECD_1 \cong \triangle ECD$, 所以 $ED_1 = ED = 25$, 且 $AD = BD_1 = 24$, 根据旋转得 $\angle D_1BE = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$, 所以 $BE = \sqrt{ED_1^2 - BD_1^2} = 7, AB = 24 + 25 + 7 = 56, S_{\triangle ABC} = 56 \times (56 \times \frac{1}{2}) \div 2 = 784$ 。



第1题解图



第2题解图

答: 三角形 ABC 的面积是784。

五、1. 解: 在晴天, 一队的工作效率为 $\frac{1}{12}$, 二队的工作效率为

$\frac{1}{18}$, 在雨天, 一队的工作效率为 $\frac{1}{12} \times (1-40\%) = \frac{1}{20}$, 二队的工作效率为 $\frac{1}{18} \times (1+20\%) = \frac{1}{15}$, 设在施工的日子里, 雨天

有 x 天, 根据题意得 $(1-\frac{1}{20}x) \div \frac{1}{12} = (1-\frac{1}{15}x) \div \frac{1}{18}$, 解得 $x=10$ 。答: 在施工的日子里, 雨天有10天。

2. 解: 漏水的速度为 $(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) \div \frac{1}{14} = \frac{1}{84}$, 漏满池的水需要 $1 \div \frac{1}{84} = 84$ (小时)。答: 经过84小时池水就会漏完。

3. 解: $(1) 1 \div (\frac{1}{24} + \frac{1}{20} + \frac{1}{16}) = \frac{240}{37} = 6 \frac{18}{37}$ (小时)。

答: 需要 $6 \frac{18}{37}$ 小时完成。

(2) 按小鹿、小羊、小猪的次序轮流每人各打1小时, 每人打6小时后还剩 $1 - (\frac{1}{24} + \frac{1}{20} + \frac{1}{16}) \times 6 = \frac{3}{40}$, 小鹿再打1小时

还剩 $\frac{3}{40} - \frac{1}{24} = \frac{1}{30}$, 小羊再打 $\frac{1}{30} \div \frac{1}{20} = \frac{2}{3}$ (小时)就完成了, 一

共需要 $6 \times 3 + 1 + \frac{2}{3} = 19 \frac{2}{3}$ (小时)完成。

答: 需要 $19 \frac{2}{3}$ 小时完成。

4. 解: 设每双袜子的定价为 x 元, 2双袜子需要5元, $4 < 2x < 5$, $2 < x < 2.5$; 3双袜子需要8元, $7 < 3x < 8$, $\frac{7}{3} < x < \frac{8}{3}$; 5双袜子

需要12元, $11 < 5x < 12$, $\frac{11}{5} < x < \frac{12}{5}$; 综合得 $\frac{7}{3} < x < \frac{12}{5}$ 。由于

每双袜子的成本和利润都是整数分, 设成本为 a 元, 利润为 $40\%a$ 元, 定价 $x = (1+40\%)a = 1.4a = \frac{7}{5}a$ (元), $\frac{7}{3} <$

$\frac{7}{5}a < \frac{12}{5}$, $\frac{5}{3} < a < \frac{12}{7}$, 即 $1.667 < a < 1.714$, $\frac{2}{3} < 0.4a < \frac{24}{35}$, 即

$0.667 < 0.4a < 0.686$, 利润 $0.4a$ 可取 $0.67, 0.68$, 分别对应成本 $1.675, 1.7$, 因为 $0.4a = 0.67$ 不符合题意, 舍去, 所以成本 $a = 1.7$ 。答: 每双袜子的成本是1.7元。

5. 解: 设甲、丙两站之间的距离是 $2x$ 米, 根据两人第一次相遇时和追上时, 两人所走的时间相同, 速度不变, 则两次所走路程的比相等, 则 $\frac{x+100}{x-100} = \frac{x-100+x+300}{100+300}$, 解得 $x=300$, $2x=600$ 。答: 甲、丙两站之间的距离是600米。

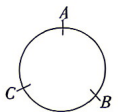
6. 解: 符合题意的两个偶数之和一定是4的倍数, 如果两个偶数之和为4, 则两个真分数为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$, 不符合“不同的真分数”这一条件; 如果两个偶数之和为8, 则两个真分数为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{6}$, 此时分母是奇数的分数只有 $\frac{1}{3}$, 也不符合“不同的真分数”这一条件; 如果两个偶数之和为12, 则两个真分

数为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{10}$, 或 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{8}$, 也不符合要求; 如果两个偶数之和为16, 则两个真分数为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{14}$, 或 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{12}$, 或 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{10}$ 。

经计算只有 $\frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$, 所以, 这两个偶数之和为16,

答: 这个和的最小可能值是16。

7. 解: 如解图, 3个红球把圆环分成3段, 用 A, B, C 表示, 每个白球看作一个间隔长度, 设 $AB=a, BC=b, CA=c$, 当 $a=0$ 时, $b \geq a, c \geq b$ 时, b, c 可能的值有 $(0, 10), (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)$, 共6种情况; 若第7题解图出现 $b < a$ 或 $c < b$ 的情况, 则圆环通过翻转后可以叠放在一起, 与之前情况重复, 故下同。当 $a=1$ 时, $b \geq a, c \geq b$ 时, b, c 可能的值有 $(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)$, 共4种情况; 当 $a=2$ 时, $b \geq a, c \geq b$ 时, b, c 可能的值有 $(2, 6), (3, 5), (4, 4)$, 共3种情况; 当 $a=3$ 时, $b \geq a, c \geq b$ 时, b, c 可能的值有 $(3, 4)$, 共1种情况; 综上, 一共可以生产 $6+4+3+1=14$ (种)不同的圆环。答: 一共可以生产14种不同的圆环。



64. 2026 TYZ 入学数学真卷(十六)

快速对答案

一、填空题 1. 50 2. 7.2 3. 126 4. 120 5. 1
6. 13 7. 660 8660 8. $\frac{3}{4}$ 9. 6 18 $\frac{18}{19}$ 10. 4
11. 25 12. $2n(n+1)$ 13. 6 14. 18 15. 8 16. 2019
17. 3 或 7 或 17 或 27

解答题请看“详解详析”P40

详解详析

一、1. 50 【解析】 $10 \div \frac{1}{500000} = 5000000$ 厘米 $=50$ 千米。

2. 7.2 【解析】三角形的三边长: $36 \times \frac{3}{3+4+5} = 9$ (厘米), $36 \times$

$\frac{4}{3+4+5} = 12$ (厘米), $36 \times \frac{5}{3+4+5} = 15$ (厘米)。直角边分别长9厘米和12厘米, 斜边长15厘米, 根据三角形的面积公式, 三角形斜边上的高为 $(9 \times 12 \div 2) \times 2 \div 15 = 7.2$ (厘米)。

3. 126 【解析】 $C_5^{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 126$ 。

4. 120 【解析】衣身与衣领需数量相等才配套, 因每人效率比为 $15:12=5:4$, 故人数比为 $4:5$, 4个人缝制的衣身有 $4 \times 15=60$ (个), 需要 $60 \times 2 \div 10=12$ (人)缝制衣袖配套, 即每天缝制的衣身、衣身、衣领的人数比为 $12:4:5$ 时正

好配套, 应该安排 $210 \times \frac{12}{12+4+5} = 120$ (名)工人缝制衣袖。

5. 1 【解析】 $f(1)=1^2-2 \times 1+2=1, f(f(1))=f(1)=1$ 。

6. 13 【解析】 $(21-6) \div 1.5=10$ (千米), 此人路程的最大值为 $3+10=13$ (千米)。

7. 660 8660 【解析】取出利息: $8000 \times 2.75\% \times 3=660$ (元), 到期后一共取出 $8000+660=8660$ (元)。

8. $\frac{3}{4}$ 【解析】设小亮骑车时间为3份,则小明休息时间为1份,小明骑车时间为 x 份,则小亮休息时间为0.5 x 份,总时间相等: $x+1=3+0.5x$,解得 $x=4$,所以小明骑车时间为4份,路程相同,速度比=骑车时间反比,即小明和小亮骑车速度的比为3:4。

9. 6 $18\frac{18}{19}$ 【解析】这只钟与标准时间的速度比是57:60,这只钟从中午12点到下午6点,一共走了6小时,6时=360分,标准时间是下午360 $\div\frac{57}{60}=\frac{21600}{57}$ (分)=6时 $18\frac{18}{19}$ 分。

10. 4 【解析】原来的两位数十位上的数字比个位上的数字大:45 $\div(10-1)=5$,满足条件的两位数是61、72、83、94,共有4个。

11. 25 【解析】甲、乙相遇时间:30 $\div(4.5+1.5)=5$ (小时)。狗跑的时间=相遇时间=5小时,相遇时这只狗共跑了5 $\times 5=25$ (千米)。

12. $2n(n+1)$ 【解析】边长为 n 根火柴棍的正方形,横向要摆 $(n+1)$ 行火柴棍,每行 n 根;纵向要摆 $(n+1)$ 列火柴棍,每列 n 根,故 $s=n(n+1)+n(n+1)=2n(n+1)$ 。

13. 6 【解析】100-95=5(分),每考1次满分,可以补前5次中1次的差值,需补5次满分,平均分达到95分,他至少还要连考5+1=6(次)满分,才能使平均成绩达到95分以上。

14. 18 【解析】设小圆的半径分别为 r_1, r_2, r_3 ,大圆的半径为 r ,则 $C_{\text{大}}=2\pi r, C_{\text{小}}=2\pi(r_1+r_2+r_3)=2\pi r=18$ 。

15. 8 【解析】设步行人的速度为1,骑车人的速度为3,公共汽车的速度为 x 。发车间隔相等,则 $(x-1)\times 10=(x-3)\times 20$,解得 $x=5$,相邻公共汽车距离 $= (5-1)\times 10=40$,发车间隔 $=40\div 5=8$ (分钟)。

解法技巧 发车问题(同向):发车间隔 $=$ (公共汽车速度-行人速度) $\times$ 相遇时间间隔 $=$ (公共汽车速度-骑车人速度) $\times$ 相遇时间间隔。

16. 2019 【解析】由得数2220.9有1位小数,可知小数点加在四位数的个位数字前,即原数变为自身的0.1倍。原数 $\times 1.1=2220.9$,原数 $=2220.9\div 1.1=2019$ 。

17. 3或7或17或27 【解析】设A点为原点,AB=5,所以B点为5。若点C在B右侧,C点为5+10=15;若C在B左侧,C点位置5-10=-5。若C在B右侧,D点位置:①D在C右侧,D点为15+12=27,AD=27;②D在C左侧,D点为15-12=3,AD=3;若C在B左侧,D点位置:③D在C右侧,D点位置-5+12=7,AD=7;④D在C左侧,D点为-5-12=-17,AD=17;同理可得,B=-5时,所得A、D两点间的距离与B=5时相同;故A、D两点间的距离为3或7

或17或27。

二、18. (1)解:原式 $= (2+\frac{1}{4})+(4+\frac{1}{28})+(6+\frac{1}{70})+(8+\frac{1}{130})$
 $= 2+4+6+8+(\frac{1}{1\times 4}+\frac{1}{4\times 7}+\frac{1}{7\times 10}+\frac{1}{10\times 13})$
 $= 20+\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}+\frac{1}{10}-\frac{1}{13})$
 (裂项相消)

$$= 20+\frac{1}{3}\times\frac{12}{13}$$

$$= 20\frac{4}{13}$$

(2)解:原式 $= \frac{1}{6}\times(\frac{27}{4}+\frac{5}{12}+\frac{12}{5}+\frac{17}{4}\times\frac{12}{5})-3\frac{1}{8}-\frac{7}{8}$
 $= \frac{1}{6}\times(\frac{27}{4}\times\frac{12}{5}+\frac{12}{5}+\frac{17}{4}\times\frac{12}{5})-4$
 $= \frac{1}{6}\times\frac{12}{5}\times 10-4$
 $= 4-4$
 $= 0$

(3)解:原式 $= (1+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})\times(\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19})-(1+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})\times(\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})-\frac{1}{19}\times(\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})$
 $= (1+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})\times(\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}-\frac{1}{16}-\frac{1}{17}-\frac{1}{18})-\frac{1}{19}\times(\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})$
 $= (1+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})\times\frac{1}{19}-\frac{1}{19}\times(\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18})$
 $= \frac{1}{19}\times(1+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}-\frac{1}{16}-\frac{1}{17}-\frac{1}{18})$
 $= \frac{1}{19}\times 1$
 $= \frac{1}{19}$

19. 解: $S_{\triangle ABC}-S_{\triangle EFC}=9$ (平方厘米),则 $S_{\triangle ADE}-S_{\triangle DEF}=9$ (平方厘米), $DE=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{4}BC$,所以 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$;FC $=\frac{1}{2}AC$,所以 $S_{\triangle DCF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$,而 $DE=\frac{1}{2}DC$,所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}S_{\triangle DCF}=\frac{1}{8}S_{\triangle ABC}$;所以 $\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}-\frac{1}{8}S_{\triangle ABC}=9$ (平方厘米),则 $S_{\triangle ABC}=72$ (平方厘米)。

答: $\triangle ABC$ 的面积是72平方厘米。

20. 解:时间差:2019-2013=6年。姐姐和妹妹6年年龄一共增加:2 $\times 6=12$ (岁),爸爸年龄增加6岁。2019年若爸爸

的年龄仍为姐妹年龄和的3倍,需多增3 $\times 12-6=30$ (岁),故2019年姐妹年龄和30岁。2019年爸爸年龄:2 $\times 30=60$ (岁),出生年2019-60=1959。答:爸爸出生在1959年。

一题多解 2013年~2019年,姐妹年龄增加年龄的2倍为2 $\times 6\times 2=24$ (岁),爸爸增加的年龄为6岁,增加的年龄差刚好为2013年时姐妹年龄和,则2013年爸爸的年龄是 $(24-6)\times 3=54$ (岁),那么爸爸出生在2013-54=1959(年)。

21. 解:4 $\times 3=\frac{1}{4\times 3}+\frac{1}{(4+1)\times(3+4)}=\frac{1}{10}$,解得A=9。答:A=9。

22. 解:(1)1 2 20【解法提示】根据线的倾斜程度判断,倾斜程度大的则速度快,所以甲在1时到2时速度较快,为20 $\div(2-1)=20$ (千米/时)。

(2)1 50 12.5【解法提示】乙1小时走了50千米,速度为50 $\div 1=50$ (千米/时),甲的平均速度=总路程 $\div$ 总时间,即50 $\div(5-1)=12.5$ (千米/时)。

23. 解:这家商店亏损了。理由:盈利60%的计算器的进价:64 $\div(1+60\%)=40$ (元),亏损36%的计算器的进价:64 $\div(1-36\%)=100$ (元),所以总进价:40+100=140(元),总售价:64+64=128(元),140>128,进价>售价,所以这家商店亏损了。

24. 解:两列列车在相遇前相距250 km, $(1500-250)\div(100+150)=5$ (小时);两列列车在相遇后相距250 km, $(1500+250)\div(100+150)=7$ (小时)。

答:5小时或7小时后两车相距250 km。

25. 解:甲、乙两人的钱买4张票还差:38-12=26(元),甲、乙两人的钱买3张票富余:40-35=5(元),则1张票的价格为26+5=31(元)。答:电影票一张31元。

26. 解:(1)小王家2019年5月份用水25吨,交水费91元,所以17吨的部分需要花费水费:17 $\times 2.2+17\times 0.8=51$ (元),超过17吨花费了91-51=40(元),超过17吨的部分:25-17=8(吨)。(40-8 $\times 0.8$) $\div 8=4.2$ (元/吨)。

答:b的值为4.2。
 (2)6月份水费10900 $\times 2\%=218$ (元),由(1)得17吨的部分需要花费水费51元,超过17吨不超过30吨的部分花费水费 $(30-17)\times 4.2+(30-17)\times 0.8=65$ (元)。218-51-65=102(元),则超过30吨的部分:102 $\div(6+0.8)=15$ (吨),30+15=45(吨)。答:小王家6月份最多能用水45吨。

27. 解:(1)4 【解法提示】A、B两点间的距离为3-(-1)=4。
 (2)存在。若点P在点A左侧,则 $(-1-x)+(3-x)=5$,解得 $x=-\frac{3}{2}$;若点P在A、B之间,点A、B之间的距离为4,所以不存在;若点P在点B右侧, $[x-(-1)]+(x-3)=5$,解得 $x=\frac{7}{2}$ 。答:存在,x的值为 $-\frac{3}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$ 。

(3)设运动时间为t分钟,点P对应的数为-t,点A对应的数为-1-5t,点B对应的数为3-20t,则PA=1+4t,PB=119t-31,PA=PB,1+4t=119t-31,解得 $t=\frac{4}{15}$ 或 $\frac{2}{23}$ 。

综上,当运动 $\frac{4}{15}$ 或 $\frac{2}{23}$ 分钟时,点P到点A、B距离相等。

(4)不变。因为PA+PB=AB=4,所以 $MN=\frac{1}{2}PA+\frac{1}{2}PB=\frac{1}{2}AB=2$,即MN长度不变,恒为2。

65. 2026 TYZ 入学数学真卷(十七)

快速对答案

一、填空题 1. 20 2. 60 3. 12 4. 44 5. 20 6. 61

7. $\frac{3}{4}$ 8. 35 9. 120 10. 640 11. 81 12. 20 π

13. 376.8 dm² 14. 1584 15. 20400

计算题、解答题请看“详解详析”P41

详解详析

一、1. 20 2. 60

3. 12 【解析】 $(120-80)\div 80\times 100\%=50\%$,他将受到扣12分的处罚。

4. 44 【解析】露在外面的面的面积 $=3\times 1\times 4+4\times 4+4\times 1\times 4=44$ (平方厘米)。

5. 20 【解析】设原观众人数为“1”,原收入:100 $\times 1=100$ (元),降价后收入:100 $\times(1+\frac{1}{5})=120$ (元),新票价:120 $\div(1+\frac{1}{2})=80$ (元),降价:100-80=20(元)。

6. 61 【解析】2013=3 $\times 11\times 61$,分别代入验证,可得参与人数为61人。原来有61人参与植树,每人种33棵,5人不参加,还有61-5=56(人),每人种33+2=35(棵),种了56 $\times 35=1960$ (棵),每人种33+3=36(棵),种了56 $\times 36=2016$ (棵),1960<2013<2016,符合题意。

7. $\frac{3}{4}$ 【解析】15 $\div(30-25+15)=\frac{3}{4}$ 。

8. 35 【解析】左上数=(右上数+左下数) $\times$ 右下数,右上角、左下角、右下角为依次递增1的数,所以B=4,C=5,A=(3+B) $\times$ C=35。

9. 120 【解析】分3种情况:①若a=b,由 $\overline{ab}>\overline{bc}>\overline{ca}$,知a=b>c,这种情况有C₉²=36(种);②若b=c,由 $\overline{ab}>\overline{bc}$,知a>b=c,此时 $\overline{bc}>\overline{ca}$ 不成立;③若a $\neq$ b,b $\neq$ c,由 $\overline{ab}>\overline{bc}>\overline{ca}$,知a>b>c,这种情况有C₉³=84(种)。共计有36+84=120(个)“龙华数”。

10. 640 【解析】3000 $\times 3\%=90$ (元),其余部分缴纳 $(8500-3000)\times 10\%=550$ (元),张叔叔这个月共纳税90+550=640(元)。

11. 81 【解析】如解图,阴影正方形的面积等于大长方形的面积减去小长方形的面积,即22-18=4(平方厘米),所以阴影正方形的边长是2厘米,原小正方形纸片的边长为18 $\div 2=9$ (厘米),原小正方形纸片的面积为9 $\times 9=81$ (平方厘米)。

12. 20 π 【解析】旋转体的体积等于底面半径是2,高是6的



圆柱的体积减去底面半径是 2, 高是 (6-3) 的圆锥的体积, $\pi \times 2^2 \times 6 - \pi \times 2^2 \times (6-3) \times \frac{1}{3} = 20\pi$.

13. 376.8 dm² 【解析】柱子的半径为 $14 \div 2 = 7$ (dm), 外围的半径: $7+6=13$ (dm), 它扫过的面积是 $3.14 \times (13^2 - 7^2) = 376.8$ (dm²).
14. 1584 【解析】这个纸板箱的长至少是 $6 \times 6 = 36$ (厘米), 宽至少是 $6 \times 4 = 24$ (厘米), 制作这个纸板箱至少要用硬纸板 $36 \times 24 + 36 \times 6 \times 2 + 24 \times 6 \times 2 = 1584$ (平方厘米).
15. 20400 【解析】设兔子总共跑了 x 个 10 分钟, 则兔子的休息次数为 $(x-1)$ 次, 兔子从 A 地到 B 地的总时间为 $10x + 90(x-1) = (100x-90)$ 分钟. $40 \times (100x-90) = 340 \times 10x$, 解得 $x=6$, A、B 两地相距 $340 \times 6 = 20400$ (m).

二、16. 原式 = $\frac{47}{45}$ 17. 原式 = 23

$$\begin{aligned} 18. \text{解: 原式} &= \frac{1 \times 3 + 1}{1 \times 3} \times \frac{2 \times 4 + 1}{2 \times 4} \times \frac{3 \times 5 + 1}{3 \times 5} \times \cdots \times \frac{2023 \times 2025 + 1}{2023 \times 2025} \\ &= \frac{2^2}{1 \times 3} \times \frac{3^2}{2 \times 4} \times \frac{4^2}{3 \times 5} \times \cdots \times \frac{2024^2}{2023 \times 2025} \\ &= \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{2024}{2023} \times \frac{2024}{2025} \\ &= \frac{4048}{2025} \end{aligned}$$

$$19. \frac{x-2}{0.2} + \frac{x+1}{0.5} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{解: } 5(x-2) - 2(x+1) &= 3 \\ 3x &= 15 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

三、20. 解: 由一半模型可得, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形}}, S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形}}$,

所以 $S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DCE} = S_{\text{长方形}} \circ S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DCE} - S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{长方形}} - (14+37+48)$, 所以 $S_{\text{阴影部分}} = 14+37+48=99$.

答: 图中阴影部分的面积是 99.

21. 解: 优惠一: $100 \times 2 = 200$ (元), $262 - 200 = 62$ (元), $89 \times 2 + 62 = 240$ (元). 优惠二: $200 + 80 = 280$ (元), $262 < 280$, 所以只需充值 200 元即可支付此次消费, 即优惠二需支付 200 元. $200 < 240$, 所以选择优惠二付款更划算.

答: 选择优惠二付款更划算.

22. 解: 每秒飞行 $76.8 \div 10 = 7.68$ (千米), $192 \div 7.68 = 25$ (秒). 答: “天宫”飞行 192 千米需要 25 秒.

23. 解: 铁块 5 厘米高的体积: $3.14 \times 4^2 \times 5 = 251.2$ (立方厘米), 铁块的体积: $251.2 \div 2 \times 8 \approx 1005$ (立方厘米).

答: 这个铁块的体积约是 1005 立方厘米.

24. 解: 爸爸从 800 米处返回家, 再从家骑到 1200 米处, 总路程为 $800+1200=2000$ (米); 小刚从 800 米处跑到 1200 米处, 总路程为 $1200-800=400$ (米). 小刚与爸爸的速度比是 $400:2000=1:5$, 爸爸行 800 米, 小刚跑的路程: $800 \times \frac{1}{5} = 160$ (米), 小刚的速度: $(800-160) \div 10 = 64$ (米/分),

爸爸的速度: $64 \div \frac{1}{5} = 320$ (米/分).

答: 小刚每分钟行 64 米, 爸爸每分钟行 320 米.

25. 解: 总房价 $2.6 \times 100 = 260$ (万元), 实际付款 = 总房价 + 契税 - 补贴钱数 = $260 + 260 \times 1.5\% - 260 \times 1\% = 261.3$ (万元). 答: 乐乐家买这套新房实际用了 261.3 万元.

26. (1) 证明: 设两个“网红数”为 $\overline{mn}, \overline{ab}$ (n, b 表示末三位, m, a 表示末三位之前的数). $n-m=11k, b-a=11h$ (k, h 均为整数). 所以 $\overline{mn} + \overline{ab} = 1001m + 1001a + 11(k+h) = 11(91m + 91a + k + h)$. 因为 m, a, k, h 都是整数, 所以 $91m + 91a + k + h$ 为整数, 所以任意两个“网红数”之和一定能被 11 整除.

(2) $s+t = (300+10b+a) + (1000b+100a+1142) = 1000(b+1) + 100(a+4) + 10(b+4) + (a+2)$, 因为 $1 \leq a \leq 7, 0 \leq b \leq 5$, 所以 $(s+t)$ 是一个四位数, 因为 $(s+t)$ 为“网红数”, 当 $1 \leq a \leq 5, 0 \leq b \leq 5$ 时, $s+t = 1000(b+1) + 100(a+4) + 10(b+4) + (a+2)$, 所以 $100(a+4) + 10(b+4) + (a+2) - (b+1) = 101a + 9b + 441$ 是一个三位数且可以被 11 整除, $101a + 9b + 441 = 11(9a+40) + (2a+9b+1)$, 则 $(2a+9b+1)$ 是 11 的倍数, 仅 $a=5, b=0$ 时, 能被 11 整除; 当 $6 \leq a \leq 7, 0 \leq b \leq 5$ 时, $s+t = 1000(b+2) + 100(a+4-10) + 10(b+4) + (a+2)$, 所以 $100(a+4-10) + 10(b+4) + (a+2) - (b+2) = 101a + 9b - 560$ 是一个三位数且可以被 11 整除, $101a + 9b - 560 = 11(9a-50) + (2a+9b-10)$, 则 $(2a+9b-10)$ 是 11 的倍数, 当 $a=6, b=1$ 或 $a=7, b=2$ 时, 能被 11 整除. ① $a=5, b=0, t = 100 \times 5 + 1142 = 1642, G(1642) = \frac{16^2 + 16 - 2 \times (1+16) + 1}{16-2}$

$$17 \frac{1}{14}; \text{② } a=6, b=1, t = 1000 \times 1 + 100 \times 6 + 1142 = 2742, G$$

$$(2742) = \frac{27^2 + 27 - 2 \times (1+27) + 1}{27-2} = 28 \frac{1}{25}; \text{③ } a=7, b=2, t =$$

$$1000 \times 2 + 100 \times 7 + 1142 = 3842, G(3842) = \frac{38^2 + 38 - 2 \times (1+38) + 1}{38-2} = 39 \frac{1}{36}. 17 \frac{1}{14} < 28 \frac{1}{25} < 39 \frac{1}{36}.$$

答: $G(t)$ 的最大值为 $39 \frac{1}{36}$.

68. 2026 TYZ 元培班入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. $\frac{9}{10}$ 2. 24 3. 2972 4. 9522

解答题请看“详解详析”P41

详解详析

- 一、1. $\frac{9}{10}$ 【解析】5 根木棍任取 3 根, 共有 10 种取法, 其中只有 (3, 4, 7) 不能构成三角形, 故能构成三角形的概率为 $\frac{9}{10}$.

2. 24 【解析】A 除以 15 的余数有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14; 则 A² 除以 15 的余数有 0、1、4、9、1、10、6、4、4、6、10、1、9、4、1, 所以 A² 除以 15 余 1 时, A 除以 15 余 1、4、11、14. 两位数 A 除以 15 余 1 的有: 16、31、46、61、76、

91, 共 6 个; A 除以 15 余 4 的有: 19、34、49、64、79、94, 共 6 个; A 除以 15 余 11 的有: 11、26、41、56、71、86, 共 6 个; A 除以 15 余 14 的有: 14、29、44、59、74、89, 共 6 个. 满足条件的 A 有 $6 \times 4 = 24$ (个).

3. 2972 【解析】① 计算 $F(2024)$, 将 2024 分解质因数 $2024 = 2^3 \times 11 \times 23$; $F(2024) = 2024 \times (1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{11}) \times (1 - \frac{1}{23}) = 880$; ② 计算 $F(2025)$, 将 2025 分解质因数 $2025 = 3^4 \times 5^2$; $F(2025) = 2025 \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{5}) = 1080$; ③ 计算 $F(2026)$, 将 2026 分解质因数 $2026 = 2 \times 1013$, 其中 1013 是质数. $F(2026) = 2026 \times (1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{1013}) = 1012$. $F(2024) + F(2025) + F(2026) = 880 + 1080 + 1012 = 2972$.

解法提示 $F(n)$ 是欧拉函数 (n), 表示不超过 n 且与 n 互质的自然数的个数. 欧拉函数公式 $F(n) = n \times (1 - \frac{1}{p_1}) \times (1 - \frac{1}{p_2}) \times \cdots \times (1 - \frac{1}{p_k})$ (其中 $p_1, p_2, \dots, p_k$ 是 n 的不同质因数).

4. 9522 【解析】设四位数 A 为 $\overline{abcd}$ (其中 a, b, c, d 为 1~9 的非零自然数), 数字和是千位数字的两倍, 所以 $a+b+c+d=2a$, 可得 $b+c+d=a$ ①; 由 A 是 9 的倍数, 得 $a+b+c+d=9k$, 由 ① 得 $2a=9k$, 则 $a=9$ (唯一可能值); 由 $C=\overline{ab}$ 是 5 的倍数可得 $b=5$; $B=\overline{abc}$ 是 7 的倍数得 $\overline{95c}$ 能被 7 整除, 当 $c=2$ 时, $952 \div 7 = 136$ 满足条件. 将 a, b, c 的值代入 ①, 得 $d=2$. 综上, $A=9522$, 经验证符合题意.

$$\begin{aligned} \text{二、5. 解: 原式} &= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{13 \times 14} - \frac{1}{14 \times 15}) \quad (\text{裂项相消}) \\ &= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{14 \times 15}) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{52}{105} \\ &= \frac{26}{105} \end{aligned}$$

6. 解: 设竖纸盒 x 个, 横式纸盒 y 个, 则有 $x+2y=1000, 4x+3y=1600$, 解得 $x=40, y=480$. 答: 竖纸盒做 40 个, 横纸盒做 480 个恰好将库存的纸板用完.

7. 解: 设这个工件各工序的工作量分别为 $2k, k, 4k$, 则加工一个工件的工作量为 $7k$. 甲做完第 m ($m>2$) 个工件的第二道工序时, 完成的总工作量为 $(7m-4)k$; 乙做第 n 个工件的第一道工序时完成的总工作量为 $7k(n-1)$ 和 $7k(n-1)+2k$ 之间. 甲、乙用时相等, 所以工作量之比为工作效率之比, 则 $7k(n-1) < \frac{4}{5}(7m-4)k < 7k(n-1)+2k$, 化简, 得 $35n-35 < 28m-16 < 35n-25$, 因为 m, n 为正整数, 所以 $35n-28m$ 能够被 7 整除, 所以 $35n-28m=14$, 即 $5n-4m=2$, 列出满足条件的 $m, n, m>2, \begin{cases} m=7 \\ n=6 \end{cases}, \begin{cases} m=12 \\ n=10 \end{cases}, \begin{cases} m=17 \\ n=14 \end{cases}, \dots$, 其中 n 最小

为 6, 即乙最少加工完了 5 个工件, 即加工完工序: $3 \times 5 = 15$ (个). 答: 此时乙最少加工完了 15 个工序.

8. 解: “从第一堆中取出 100 块放进第二堆, 那么第二堆的石头比第一堆多 1 倍”, 可知两堆石头的总和是 3 的倍数; 由“从第二堆中取出一些石头放进第一堆, 那么第一堆的石头就比第二堆多 5 倍”, 可知两堆石头的总和是 7 的倍数, 从而知道两堆石头的总数既是 3 的倍数又是 7 的倍数, 也就是这个数一定是 21 的倍数, 设总数为 $21k$ (k 为正整数), 第一堆原有 $(7k+100)$ 块, 第二堆原有 $(14k-100)$ 块. 第二种条件下, 取出一些石头后, 第二堆的 1 份 $= 21k \div 7 = 3k$, 取出的数量 = 第二堆原来的数量 - 取后数的数量 = $(14k-100) - 3k > 0$, 解得 $k > \frac{11}{100}$, 因为 k 为正整数, 则 k 最少

为 10. $21 \times 10 = 210$ (块), $210 \div 3 = 70$ (块), 由第一种取法可得, 第一堆原有 $70+100=170$ (块), 第二堆有 $210-170=40$ (块). 检验第二种取法: 从第二堆取 10 块到第一堆, 第一堆剩 180 块, 第二堆剩 30 块, 180 是 30 的 6 倍, 符合“第一堆比第二堆多五倍”. 答: 第一堆中可能的最少石头块数等于 170 块, 这种情况下第二堆的石头块是 40 块.

9. 解: 甲不可能仅兑换 10 欧元, 否则乙所用的人民币就大约是 148.14 元的整数倍, 但 $222 \div 148.14 \approx 1.5$, 显然不是. 其次, 甲不可能兑换 30 欧元或更多, 因为 $444.41 \div 148.14 \approx 3$, 若甲兑换超过 30 欧元则丙兑换超过 100 欧元, 与题意不符. 因此只有一种可能: 甲兑换 20 欧元, 乙兑换 30 欧元, 丙兑换 60 欧元. 由于计算价格时不足 1 分钱的部分四舍五入, 丙按汇率所应付的人民币的准确数在 $444.405 \sim 444.414$. $444.405 \div 60 = 7.40675, 444.414 \div 60 \approx 7.4069$. 由此可见汇率只能是 7.4068 元或 7.4069 元人民币兑换 1 欧元. 将这两种可能性分别代入甲、乙、丙的情形验算, 7.4068 元人民币兑换 1 欧元, 则甲用了人民币 $7.4068 \times 20 = 148.136 \approx 148.14$ (元), 乙用了 $7.4068 \times 30 = 222.204 \approx 222.20$ (元), 符合题意; 7.4069 元人民币兑换 1 欧元, 则甲用了人民币 $7.4069 \times 20 = 148.138 \approx 148.14$ (元), 乙用了 $7.4069 \times 30 = 222.207 \approx 222.21$ (元), 不符合题意. 答: 当时的外汇牌价是 7.4068 元人民币兑换 1 欧元.

10. 解: 设从发出到甲、丙相遇为第一阶段, 从甲、丙相遇后乙、丙相遇为第二阶段, 设甲、丙两辆车在一个编号是 p (p 是两位数质数) 的加油站相遇, 乙、丙相遇时, 甲刚好走到了编号是 b^2 (b^2 为三位完全平方数) 的加油站, A、B 两地相距 s 千米. 由题意, 得乙第一阶段走 $5(a^2-1)$ 千米, 第二阶段走 $7(a^2-1) - 5(a^2-1) = 2(a^2-1)$ 千米, $5(a^2-1) : 2(a^2-1) = 5 : 2$, 甲第一、二阶段行驶路程之比为 $1 : [\frac{1 - \frac{3}{8}}{\frac{3}{8}} \times \frac{5}{2}] = 4 : 1, \frac{5}{4} \times 5(p-1) = 5(b^2-1)$, 解得 $p=97, b^2=121, (121-1) \times 5 = 600$ (千米), 所以 A、B 两地之间的距离大于 600 千米. $s - 5(p-1) + 5(a^2-1) = \frac{5}{7}s$, 代入化简可得

$$s = \frac{35}{2}(97 - a^2), \text{ 由 } \begin{cases} \frac{35}{2}(97 - a^2) < 1000 \\ 7(a^2-1) < 5(p-1) \end{cases}, \text{ 可得 } a^2 = 49 \text{ 或 } 64,$$

791,即表示1,则第二层表示的数是612。

三、16. 解:原式= $(\frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3 \times 4}) + (\frac{1}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 5}) + \dots +$
 $(\frac{1}{17 \times 18 \times 19} - \frac{1}{18 \times 19 \times 20})$ (裂项相消)
 $= \frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{18 \times 19 \times 20}$
 $= \frac{1139}{6840}$

17. 解:令 $\begin{cases} 3x+4y+2z=16 & \text{①} \\ 4x-3y-z=1 & \text{②} \end{cases}$,由①得 x 为偶数, $z=8-\frac{3}{2}x-2y$,
 x, y, z 均为正整数,则 $x < 4$,即 $x=2$,此时解得 $y=2, z=1$ 。
 所以方程的正整数解为 $x=2, y=2, z=1$ 。

18. 解:原式= $\frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \dots + \frac{1}{10 \times 11}$
 $= (\frac{1}{6} - \frac{1}{7}) + (\frac{1}{7} - \frac{1}{8}) + \dots + (\frac{1}{10} - \frac{1}{11})$ (裂项相消)
 $= \frac{1}{6} - \frac{1}{11}$
 $= \frac{5}{66}$

19. 解:旋转后阴影面积=扇形ABE面积+三角形BDE面积-
 三角形ABC面积-扇形CBD面积,因为三角形BDE和三角
 形ABC面积相等,所以阴影部分面积=扇形ABE面积
 -扇形CBD面积。故面积为 $\frac{120}{360} \times 3 \times 10^2 - \frac{120}{360} \times 3 \times 5^2 = 75$
 (平方厘米)。答:AC边扫过的图形面积是75平方厘米。

四、20. 解:甲旅行社: $4 \times 100 + 3 \times 50 = 550$ (元);乙旅行社: $7 \times$
 $100 \times 0.75 = 525$ (元)。 $550 > 525$,选乙。
 答:选择乙旅行社,乙旅行社更划算。

21. 解:设原五位回文数为 $abcba$ ($1 \leq a \leq 9, 0 \leq b, c \leq 9$),则
 原数数值 $10001a + 1010b + 100c$ 是7的倍数;十位与个位
 互换后的新数为 $abcab$,数值为 $10010a + 1001b + 100c$,是
 11的倍数;十位与百位互换后的新数为 $abcca$,数值为
 $10001a + 1100b + 10c$,是13的倍数。由于奇数位数字之和
 与偶数位数字之和的差是11的倍数(含0),所以 $(b+c+a)-$
 $(a+b+c)=c$ 是11的倍数,所以 $c=0$;代入可得 $10001a+$
 $1010b$ 是7的倍数,因为 $10001 \div 7 = 1428 \dots 5, 1010 \div 7 =$
 $144 \dots 2$,所以 $5a+2b$ 是7的倍数。同理可得 $a+2b$ 是13
 的倍数。 $1 \leq a+2b \leq 27$,所以 $a+2b=13$ 或 $a+2b=26$ 。代
 入数字验证可以使 $a+2b=13$ 的倍数,且 $5a+2b=7$ 的
 倍数的数,可得若 $a+2b=13$,则 $a=9, b=2$;若 $a+2b=26$,
 则没有符合要求的 a 和 b 的值。所以原五位数为92029。
 答:原五位数为92029。

22. 解:任意数被3除的余数只能是0,1,2,所以任意五个自然
 数被3除的余数只能是0,1,2。这五个自然数除以3
 的余数有两种情况:①至少有三个数余数全为0或余数
 全为1或余数全为2,那么这三个数的和能被3整除;②
 每种余数最多有2个,那么3个余数仅有一种可能的情况:
 2个、2个、1个,那么从三个余数中各取一个数,0+1+

2=3,这三个数的和能被3整除。答:在任意的五个自然
 数中,其中必有三个数的和是3的倍数。

23. 解:设这个四位数为 $abcd$,其中 $a \leq 2$,否则原数的4.5倍
 变成五位数。这个四位数的数值 $N=1000a+100b+10c+d$
 ($1 \leq a \leq 2, 0 \leq b, c, d \leq 9$ 且 $d \neq 0$),其反序数的数值 $M=$
 $1000d+100c+10b+a$ 。因为 $M=4.5N$,则 $1000d+100c+10b$
 $+a=4.5 \times (1000a+100b+10c+d)$,化简得 $181d-818a=80b$
 $-10c$,因为等式右边是10的倍数,所以 $181d-818a$ 也是
 10的倍数,则 $a=1, d=8$ 或 $a=2, d=6$ 。

若 $a=1, d=8$,则 $630=80b-10c$,有两组解:① $b=8, c=1$;
 ② $b=9, c=9$,满足要求的四位数为1818和1998;若 $a=2,$
 $d=6$,则 $-550=80b-10c$,无有效解。1818+1998=3816。
 答:所有满足要求的四位数的和是3816。

24. 解:假设不停,甲追上乙的时间是 $100 \div (7-5) = 50$ (秒);
 此时甲走 $50 \times 7 = 350$ (米),停3次,乙走 $50 \times 5 = 250$
 (米),停2次,乙比甲多走5秒,继续分析往前走的情况。

当甲走了400米开始要休息时是 $400 \div 7 + 15 = 72 \frac{1}{7}$ (秒),

乙走到300米刚开始要休息是 $300 \div 5 + 10 = 70$ (秒),这时
 乙在70秒时到了距B点300米的地方,在休息,比较这
 两个数据,可以知道乙还没休息到5秒,甲就追上来了,然后

甲也开始休息了。甲追上乙需要的时间是 $72 \frac{1}{7}$ 秒。

答:甲追上乙需要的时间是 $72 \frac{1}{7}$ 秒。

72. 2026 BHXX 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 4 2. 40 18 3. 37.5% 4. 8
 5. 200.96 75.36 6. 66 7. 5 39.25 8. 24 9. 13
 10. 4 12. 56 11. 17

二、选择题 1~5 ABBCB

计算题、综合实践、解决问题请看“详解详析”P43

详解详析

一、1. 4 2. 40 18 3. 37.5% 4. 8
 5. 200.96 75.36 【解析】从1时到2时,分针扫过的面积
 是 $3.14 \times 8^2 = 200.96$ (平方厘米);一昼夜,时针针尖走过了
 $2 \times 3.14 \times 6 \times 2 = 75.36$ (厘米)。
 6. 66 【解析】甜甜第一天看了 $120 \times \frac{1}{4} = 30$ (页),剩下120-
 30=90(页),第二天看了 $90 \times \frac{1}{3} + 5 = 35$ (页),第三天应从
 第30+35+1=66(页)看起。

7. 5 39.25 【解析】设量角器的半径是 r 厘米, $2 \times 3.14 \div 2 +$
 $2r = 37.7 - 12$,解得 $r = 5$,这个量角器的一个面的面积是
 $3.14 \times 5^2 \div 2 = 39.25$ (平方厘米)。

8. 24 【解析】 $(10+4) \div (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = 24$ (千米)。

9. 13

10. 4 12. 56 【解析】圆形纸片的直径是 $1.57 \times 8 \div 3.14 =$
 4 (cm),面积是 $3.14 \times (4 \div 2)^2 = 12.56$ (cm²)。

11. 17 【解析】半圆的面积是 $3 \times (20 \div 2)^2 \div 2 = 150$ (平方厘米),
 BC 的长度是 $(150+20) \times 2 \div 20 = 17$ (厘米)。

二、1. A 2. B 3. B

4. C 【解析】 $25 \div (25+100) = 20\%$, $20\% < 25\%$,所以这时盐水
 的含盐率小于25%。

5. B 【解析】长方形的面积为 $\pi r \times r = \pi r^2$, $\frac{1}{4}$ 圆的面积为
 $\frac{1}{4} \pi r^2$,阴影部分的面积为 $\pi r^2 - \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{3}{4} \pi r^2$,阴影部分的
 面积是长方形的面积的 $\frac{\frac{3}{4} \pi r^2}{\pi r^2} = \frac{3}{4}$ 。

三、1. (1)原式=25 (2)原式=1

(3)解:设 $a=0.45+0.56, b=0.45+0.56+0.67$,

原式= $(1+a) \times b - (1+b) \times a$ (整体代换)

$= b+ab-a-ab$

$= b-a$

$= 0.45+0.56+0.67 - (0.45+0.56)$

$= 0.45+0.56+0.67-0.45-0.56$

$= 0.67$

2. (1) $x \div 4 = (2x-18) \div 5$

解: $5x=4(2x-18)$

$5x=8x-72$

$3x=72$

$x=24$

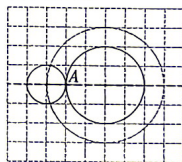
(2) $1 - \frac{7x-5}{4} = \frac{3}{8}$

解: $\frac{7x-5}{4} = \frac{5}{8}$

$56x-40=20$

$x = \frac{15}{14}$

四、1. 解:(1)、(2)如解图所示。



第1题解图

(3)18.84 【解析】 $2 \times 3.14 \times (2 \div 2) = 18.84$ (厘米)。

2. 解:图中阴影部分的面积可转化为 $\frac{1}{4}$ 圆的面积-等腰直角
 三角形的面积,即阴影部分的面积为 $\frac{1}{4} \times 3.14 \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times$
 $6 = 10.26$ (cm²)。答:阴影部分的面积为10.26 cm²。

五、1. 解: $8 \times \frac{3}{8} \div \frac{3}{10} = 10$ (小时)。

答:通车后,张叔叔从昆明到老挝万象所用时间是10小时。

2. 解:甲商场: $298 \times 85\% = 253.3$ (元);乙商场: $298 \times 90\% =$
 268.2 (元), $268.2 \div 100 = 2$ (个) $\dots\dots 68.2$ (元), $268.2 - 10 \times$
 $2 = 248.2$ (元);丙商场: $298 \div 200 = 1$ (个) $\dots\dots 98$ (元), $298 - 40$
 $\times 1 = 258$ (元); $248.2 < 253.3 < 258$,到乙商场购买最便宜。
 答:到乙商场购买最便宜。

3. 解: $10 \div 2 = 5$ (厘米), $5 - 2 = 3$ (厘米), $3.14 \times (5^2 - 3^2) \div 2 =$

25.12(平方厘米)。

答:这个龙纹玉璜一面的面积约是25.12平方厘米。

4. 解:甲生产的数量占这批零件的 $\frac{2}{2+13} = \frac{2}{15}$,乙生产的数量

占这批零件的 $\frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$,丙生产的数量占这批零件的 $\frac{4}{4+11}$

$= \frac{4}{15}$,丁生产的数量占这批零件的 $1 - \frac{2}{15} - \frac{1}{5} - \frac{4}{15} = \frac{2}{5}$,四人

生产的总零件数为 $60 \div \frac{2}{5} = 150$ (个),甲、乙、丙三人共生产零
 件 $150 - 60 = 90$ (个)。答:甲、乙、丙三人共生产了90个零件。

5. 解: $25 \times 2 \times 6 + 2 \times 3.14 \times 25 = 457$ (厘米), $457 \times 2 = 914$ (厘米)。
 答:这根绳子长914厘米。

73. 2026 BHXX 入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. 2077701 2. 10850 3. 91 4. 48 5. 12
 6. 100 7. 400 8. $\frac{5}{6}$ 9. 96 10. 6

计算题、解答题请看“详解详析”P44

详解详析

一、1. 2077701

2. 10850 【解析】100个连续自然数按从小到大的顺序排列,
 第2个数比第1个数大1,第4个数比第3个数大1 $\dots\dots$,
 偶数位置的上数的和比奇数位置上数的和大多 $50 \times 1 = 50$,则
 这100个连续自然数的和是 $5400 + (5400+50) = 10850$ 。

3. 91 【解析】现单价:原单价 $= (1-12.5\%) : 1 = 7 : 8$,现
 数量:原数量 $= 8 : 7, 13 \div \frac{8-7}{7} = 91$ (支)。

4. 48 【解析】表面积为48个小正方形的面积,即 $1 \times 1 \times 48 =$
 48(平方厘米)。

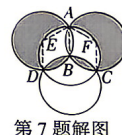
5. 12 【解析】设每头牛每天吃的草量为1份,则平均每天生
 长的草量为 $(8 \times 21 - 24 \times 6) \div (8-6) = 12$ (份),原有草量为
 $24 \times 6 - 12 \times 6 = 72$ (份),则可供18头牛吃 $72 \div (18-12) = 12$
 (天)。

【解题技巧】牛吃草问题:见“常用解题公式、模型及技巧
 汇总——五、技巧4”P4。

6. 100 【解析】第1个人接水时,包括他本人在内共有6个
 人等候,第2个人接水时,有5个人等候, $\dots\dots$,第6个人接
 水时,只有他1个人等候。按接水时间从短到长的顺序排
 列起来等候接水时间最短,为 $3 \times 6 + 4 \times 5 + 5 \times 4 + 6 \times 3 + 7 \times 2 +$
 $10 \times 1 = 100$ (分钟)。

7. 400 【解析】如解图,把两个小阴影图形
 分割后,补在两个大阴影图形旁边,由于
 $\angle AED = 120^\circ$,所以阴影部分的面积等于
 两个 $\frac{2}{3}$ 圆的面积和,所以阴影部分的面积

$= \frac{2}{3} \times \pi \times 10^2 \times 2 = 400$ (平方厘米)。



第7题解图

8. $\frac{5}{6}$ 【解析】甲、乙两人摸球得到的结果如下：(1,2)、(1,3)、(1,4)、(2,1)、(2,3)、(2,4)、(3,1)、(3,2)、(3,4)、(4,1)、(4,2)、(4,3)、共有 12 种情况，乘积为奇数的情况只有 (1,3) 和 (3,1) 两种，则乙获胜的概率为 $\frac{12-2}{12} = \frac{5}{6}$ 。

9. 96 【解析】染色顺序： $B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow A$ 。B 区域有 4 种不同颜色的选择；D 与 B 相邻，有 3 种选择；E 与 B、D 相邻，只有 2 种选择；C 与 B、E 相邻，只有 2 种选择；A 与 B、D 相邻，只有 2 种选择。一共有 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 96$ (种) 不同的染色方式。

10. 6 【解析】 $1+2+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，由于 $\overline{aaa}$ 是一个三位数且各数位上数字相同，可表示为 $111a$ ，所以 $\frac{n(n+1)}{2} = 111a$ ，即 $n(n+1) = 222a$ 。由于 n 和 $(n+1)$ 是连续的自然数，它们互质， $222 = 2 \times 3 \times 37$ ，37 是质数，所以其中一个数一定是 37 的倍数。试值得 $36 \times 37 = 1332$ ，因此 $a = 1332 \div 222 = 6$ 。

二、1. $a = \frac{a-1}{2} = 2 - \frac{a+2}{3}$

解： $6a - (3a-3) = 12 - (2a+4)$
 $5a = 5$
 $a = 1$

2. 解：原式 $= 3 \times (\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \frac{1}{13 \times 17} + \frac{1}{17 \times 21})$
 $= 3 \times \frac{1}{4} \times (\frac{4}{1 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \frac{4}{13 \times 17} + \frac{4}{17 \times 21})$
 $= \frac{3}{4} \times (1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{21})$
 (裂项相消)
 $= \frac{3}{4} \times (1 - \frac{1}{21})$
 $= \frac{3}{4} \times \frac{20}{21}$
 $= \frac{5}{7}$

3. 原式 $= 16.2$

4. 解：原式 $= \frac{3 + \frac{6}{7} - (3 + \frac{6}{8}) + 3 + \frac{6}{9} - (3 + \frac{6}{10})}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}}$
 $= \frac{\frac{6}{7} - \frac{6}{8} + \frac{6}{9} - \frac{6}{10}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}}$
 $= \frac{6 \times (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}}$
 $= 6$

- 三、1. 解： $18000 \div (1+3\%-85\%) = 100000$ (元)。

答：这套房子原价 100000 元。

2. 解：20 千克西瓜含水量 98%，果肉占总质量的 $1-98\% = 2\%$ ，果肉质量为 $20 \times 2\% = 0.4$ (千克)。晾晒后，含水量变成了 95%，这时果肉占总质量的 $1-95\% = 5\%$ ，晾晒后西瓜质量为 $0.4 \div 5\% = 8$ (千克)。

答：晾晒后西瓜的质量是 8 千克。

3. 解：第 1 行的最后一个数是 $1 = 1^2$ ；第 2 行的最后一个数是 $4 = 2^2$ ；第 3 行的最后一个数是 $9 = 3^2$ ；第 4 行的最后一个数是 $16 = 4^2$ ，所以第 9 行的最后一个数是 $9^2 = 81$ ，第 10 行左起第 8 个数是 $81+8 = 89$ 。答：第 10 行左起第 8 个数是 89。

4. 解：设总工程量为 1，则甲、乙、丙的工作效率和为 $\frac{1}{45}$ ，甲、乙、丁的工作效率和为 $\frac{1}{40}$ ，乙、丙、丁的工作效率和为 $\frac{1}{36}$ ，

甲、丙、丁的工作效率和为 $\frac{1}{30}$ ，四队的工作效率和为 $(\frac{1}{45} + \frac{1}{40} + \frac{1}{36} + \frac{1}{30}) \div 3 = \frac{13}{360}$ ，则甲的工作效率为 $\frac{13}{360} - \frac{1}{36} = \frac{1}{120}$ ，乙

的工作效率为 $\frac{13}{360} - \frac{1}{30} = \frac{1}{90}$ ，丙的工作效率为 $\frac{13}{360} - \frac{1}{40} = \frac{1}{90}$ ，丁的工作效率为 $\frac{13}{360} - \frac{1}{36} = \frac{1}{72}$ 。因为 $\frac{1}{72} > \frac{1}{90} > \frac{1}{120} > \frac{1}{90}$ ，所以应

将该工程承包给丁工程队。答：应该将工程承包给丁工程队。

5. 解：甲减速后的速度： $60 \times (1 - \frac{1}{4}) = 45$ (千米/时)，乙增速后的速度： $50 \times (1 + 20\%) = 60$ (千米/时)，设 A、B 两地的距离为 x 千米，根据题意列方程： $(\frac{1}{2}x + 13) \div 60 + (\frac{1}{2}x - 13) \div 45 = (\frac{1}{2}x + 35) \div 50 + (\frac{1}{2}x - 35) \div 60$ ，解得 $x = 170$ 。

答：A、B 两地的距离为 170 千米。

6. 解：(1) 根据三角形三边关系可知，能构成三角形，运用公式①，得三角形面积的平方数 $S^2 = \frac{1}{4} \times [5^2 \times 7^2 - (\frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2})^2] = 300$ 。答：三角形面积的平方数 S^2 为 300。

(2) 不能构成三角形。理由： $10+10 < 30$ ，两边之和小于第三边不能构成三角形。

答：不能构成三角形，不符合三角形三边关系。

(3) $4+5 > c$ ，即 $c < 9$ ； $5-4 < c$ ，即 $c > 1$ ，所以 $1 < c < 9$ 。

答： c 的值的范围是 $1 < c < 9$ 。

(4) 第三边需要满足三角形三边关系，则 $5+2012 >$ 第三边， $2012-5 <$ 第三边，即 $2007 <$ 第三边 < 2017 ， $5+2012 = 2017$ 为奇数， $2017-5 = 2012$ 为偶数，则第三边为奇数，所以第三边为 2009、2011、2013、2015，满足条件的三角形有 4 个。

答：满足条件的三角形有 4 个。

(5) 设三角形的三边长分别为 a, b, c ，则三角形的面积可以表示为 $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$ ，其中 h_a 为 a 所在边的高， h_b 为 b 所在边的高， h_c 为 c 所在边的高，所以 $6a = 11b$ ，所以 $a = \frac{11}{6}b$ 。因为 $a+b > c$ ，则 $\frac{11}{6}b+b > c$ ，所以 $c < \frac{17}{6}b$ ；因

为 $a-b < c$ ，则 $\frac{11}{6}b-b < c$ ，所以 $c > \frac{5}{6}b$ 。又 $11b = ch_c$ ，则 $h_c = \frac{11b}{c}$ ，所以 $\frac{66}{17} < h_c < \frac{66}{5}$ 。

答：第三条高的取值范围为 $\frac{66}{17} < h_c < \frac{66}{5}$ 。

74. 2026 BHXX 入学数学真卷 (三)

快速对答案

一、填空题 1. 5790.5 万 1 亿 2. 0.17m 3. 240

4. 16 5. 12.5 6. 2.5 7. 七 8. 15.88 9. $\frac{420}{13}$

10. 4.5 11. 17 12. 36

二、选择题 1~5 CDBDA

计算题、实践与操作、综合应用请看“详解详析”P45

详解详析

一、1. 5790.5 万 1 亿

2. 0.17m 【解析】此商品的售价为 $(1+30\%)m \times 0.9 = 1.17m$ (元)，利润是 $1.17m - m = 0.17m$ (元)。

3. 240 【解析】设原来的盐水是 x 千克， $x \times 0.5\% = (x-236) \times 30\%$ ，解得 $x = 240$ 。

4. 16 【解析】图②空白部分的面积：阴影部分的面积：原三角形的面积 $= (4-3) : [3-(4-3)] : 4 = 1 : 2 : 4$ ，原三角形的面积为 $8 \div 2 \times 4 = 16$ 。

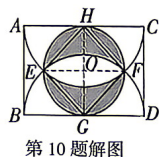
5. 12.5 【解析】因为三角形 IHC 的面积等于 $2, 2 \times 2 \div 2 = 2$ ，所以 $CH = 2, CG = 2 + 7 = 9$ ，因为 $BA = BC, BF = BG$ ，所以 $AF = CG = 9$ ，所以 $AE = 9 - 4 = 5$ ，所以三角形 AEL 的面积是 $5 \times 5 \div 2 = 12.5$ 。

6. 2.5 【解析】半小时 $= 0.5$ 小时， $0.5 \div 2 = 0.25$ (小时)， $1.5 - 0.25 = 1.25$ (小时)， $1.25 \times 2 = 2.5$ (小时)。

7. 七 【解析】设打 x 折，则 $1200 \times \frac{x}{10} \geq 800 \times (1+5\%), x \geq 7$ ，即至多可打七折。

8. 15.88 【解析】这 34 个偶数的和大于或等于 $15.85 \times 34 = 538.9$ ，小于 $15.95 \times 34 = 542.3$ ，因为偶数+偶数=偶数，所以这 34 个偶数的和是 540 或 542，要得数最小，则取 540， $540 \div 34 \approx 15.88$ ，故得数最小是 15.88。

9. $\frac{420}{13}$ 【解析】设 x 分后，时针和分针分别在数字“6”与中心连线的两旁，并且时针和分针与这条连线的夹角相等，时针每分钟走 $360^\circ \div 12 \div 60 = 0.5^\circ$ ，分针每分钟走 $360^\circ \div 60 = 6^\circ$ ，则 $30 - 0.5x = 6x - 180$ ，解得 $x = \frac{420}{13}$ 。



第 10 题解图

10. 4.5 【解析】如解图，找出中间的圆与长方形相切的交点 G, H ，连接 EF, GH, EG, FG, EH, FH ，记 EF 和 GH 的交点为 O ，利用等腰直角三角形的性质，可以得出 $\angle OEG = \angle EGO = \angle OGF = \angle GFO = 45^\circ$ ， $\angle EGF =$

$\angle EGO + \angle FGO = 90^\circ$ ，用两种方式表示三角形 EGF 的面积： $\frac{1}{2} \times EG \times FG = \frac{1}{2} \times EF \times OG$ ， EG 和 FG 是下面大半圆的半径，设大半圆的半径为 R ，得出 $R^2 = EG \times FG = EF \times OG = 3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ ，中间圆的内部非阴影部分的面积是 $(\frac{1}{4} \pi R^2 - \frac{1}{2} EG$

$\times FG) \times 2 = (\frac{9}{4} \pi - \frac{9}{2})$ 平方厘米，图中阴影部分的面积是 $\pi (\frac{3}{2})^2 - (\frac{9}{4} \pi - \frac{9}{2}) = 4.5$ (平方厘米)。

11. 17 【解析】设最中间石块的左侧有 n 块石块，则石块总数为 $(2n+1)$ 块，中间石块不动，左侧 n 块石块，距离中间石块的距离分别为 $1, 5, 3, \dots, 1, 5n$ ，右侧同理；小猴从一端到中间，每运一块的路程为“从当前位置到石块位置再到中间”，只有运第一块石块的距离为 $1.5n$ ，所以最终总路程为 $2 \times 2 \times (1.5 + 3 + \dots + 1.5n) - 1.5n = 4 \times 1.5 \times (1 + 2 + \dots + n) - 1.5n = 6 \times \frac{n(n+1)}{2} - 1.5n = 3n(n+1) - 1.5n$ 。令 $3n(n+1) - 1.5n = 204$ ，解得 $n = 8$ ，石块总数为 $2 \times 8 + 1 = 17$ (块)。

12. 36 【解析】由图形可得三角形数构成的数列通项 $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，同理可得正方形数构成的数列通项 $b_n = n^2$ ，则由

$b_n = n^2$ 可排除 45, 99，由 $\frac{n(n+1)}{2} = 100$ ，即 $n(n+1) = 200$ ，无正整数解， $\frac{n(n+1)}{2} = 36$ ，即 $n(n+1) = 72$ ，因为 $8 \times 9 = 72$ 。

所以既是三角形数又是正方形数的是 36。

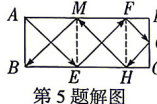
二、1. C 【解析】四边形 $ABCD$ 是长方形，所以 $AD \parallel BC, AB \parallel CD$ ，又因为 $EF \parallel AB$ ，所以 $EF \parallel AB \parallel CD$ ，所以四边形 $ABFE$ 和四边形 $DCFE$ 都是长方形，因为四边形 $ABFE$ 内阴影部分的面积 $= \frac{1}{2} \times$ 长方形 $ABFE$ 的面积，四边形 $DCFE$ 内阴影部分的面积 $= \frac{1}{2} \times$ 长方形 $DCFE$ 的面积，所以阴影部分的面积 $= \frac{1}{2} \times$ 长方形 $ABCD$ 的面积，所以飞镖落在阴影部分的概率是 $\frac{1}{2}$ 。

2. D 【解析】9 不是质数。

3. B 【解析】观察图形可知， $\angle 1$ 所在的三角形与 $\angle 3$ 所在的三角形全等，所以 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，又 $\angle 2 = 45^\circ$ ，所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 135^\circ$ 。

4. D 【解析】已知路程差是 2 千米，船在顺水中的速度是船速+水速，水壶漂流的速度等于水速，他们追上水壶需要 $2 \div [(2+4) - 2] = 0.5$ (小时)。

5. A 【解析】如解图，小球从 A 点沿与 AB 成 45° 角的方向射出，到 BC 边的 E 点， $AB = BE$ ，从 E 点沿与 BC 成 45° 角的方向弹出，到 AD 边的 F 点， $AE = EF, EH = ME = AB$ ，从 F 点沿与 AD 成 45° 角的方向弹出，到 CD 边的 G 点， $DF = DG$ ，从 G 点沿与 DC 成 45° 角的方向弹出，到 BC 边的 H 点， HF



第 5 题解图

垂直于 AD , $CH=GC=\frac{AB}{2}$, 从 H 点沿与 CB 成 45° 角的方向弹出, 到 AD 边的 M 点, EM 垂直于 AD , 从 M 点沿与 AD 成 45° 角的方向弹出, 到 B 点, 所以 $AB:BC=1:(1+1+0.5)=2:5$.

三、1. (1) 原式 = 1

$$(2) \text{解: 原式} = \frac{2019 \times 3}{2023 \times 5} - \frac{2.4 \times 5}{2023 \times 5} \\ = \frac{2019 \times 3 + 2.4 \times 5}{2023 \times 5} \\ = \frac{2019 \times 3 + 12}{2023 \times 5} \\ = \frac{3 \times (2019 + 4)}{2023 \times 5} \\ = \frac{3}{5}$$

$$(3) \text{解: 原式} = \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \cdots + \\ \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} - \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7} \\ = \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7} \\ = \frac{1}{2} - \frac{1}{5040} \\ = \frac{2519}{5040}$$

2. (1) $x \div 0.2 = (3x - 10) \div 0.5$

解: $0.2(3x - 10) = 0.5x$

$0.1x = 2$

$x = 20$

$$(2) \frac{1}{x+10} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)} \\ = \frac{2}{5}$$

解: $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \cdots + \frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+10} = \frac{2}{5}$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{2}{5}$$

$$2(x+1) = 5$$

$$x = \frac{3}{2}$$

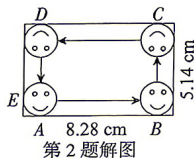
经检验, $x = \frac{3}{2}$ 是方程的解。

四、1. (1) 6, 8 【解法提示】 A_1 的坐标为 $(2, 0)$, A_2 的坐标为 $(2, 0+4)$, 即 $(2, 4)$; A_3 的坐标为 $(2-6, 4)$, 即 $(-4, 4)$; A_4 的坐标为 $(-4, 4-8)$, 即 $(-4, -4)$; A_5 的坐标为 $(-4+10, -4)$, 即 $(6, -4)$; A_6 的坐标为 $(6, -4+12)$, 即 $(6, 8)$.

(2) 18

2. 解: (1) 如解图所示。

(2) $2 \times 3.14 \times 1 = 6.28$ (cm), $8.28 - 1 \times 2 = 6.28$ (cm), $6.28 \div 6.28 = 1$ (圈), $5.14 - 1 \times 2 = 3.14$ (cm), $3.14 \div 6.28 = 0.5$ (圈), $(1+0.5) \times 2 = 3$ (圈)。



第2题解图

答: 小圆盘共自转了3圈。

五、1. 解: 台下的总人数不变, 原来台下女生人数是台下总人数的 $\frac{7}{7+8} = \frac{7}{15}$, 后来台下女生人数是男生人数的 $80\% = \frac{4}{5}$,

则后来台下女生人数是台下总人数的 $\frac{4}{4+5} = \frac{4}{9}$, 前后台下的女生相差1人, 台下的总人数是 $1 \div (\frac{7}{15} - \frac{4}{9}) = 45$ (人),

这个班共有学生 $45+1=46$ (人)。
答: 这个班共有学生46人。

2. 解: $4 \frac{1}{6} = \frac{25}{6}$, $3 \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$, $2 \frac{2}{9} = \frac{20}{9}$, 25, 15, 20 的最大公因数是5, 6, 4, 9 的最小公倍数是36, 它们的最大公因数是 $\frac{5}{36}$ 。

答: 每瓶最多装 $\frac{5}{36}$ 千克。

3. 解: 点 P, Q 只能在直线 AB 上相遇, 则点 P 旋转到直线 AB 上的时间为 $60^\circ \div 30^\circ/s = 2s$ 或 $(60^\circ + 180^\circ) \div 30^\circ/s = 8s$, 设点 Q 的速度为 y cm/s, 则有 $2y = 20 - (2 \times 2)$, 解得 $y = 8$, 或 $8y = 20$, 解得 $y = 2.5$ 。

答: 点 Q 运动的速度为 8 cm/s 或 2.5 cm/s。

4. 解: 第一种情况是按甲、乙、丙次序轮流做, 甲结束: 甲 = 乙 + 丙 $\times \frac{1}{2} =$ 丙 + 甲 $\times \frac{1}{3}$, 所以丙 = $\frac{2}{3} \times$ 甲, 乙 = $\frac{2}{3} \times$ 甲, 这样丙、乙的工作效率就相同了, 据题意, 三队的工作效率各不相同, 从而排除第一种情况; 第二种情况是按甲、乙、丙次序轮流做, 乙结束: 甲 + 乙 = 乙 + 丙 + 甲 $\times \frac{1}{2} =$ 丙 + 甲 + 乙 $\times \frac{1}{3}$, 丙 = 甲 $\times \frac{1}{2} =$ 乙 $\times \frac{2}{3}$, 丙 = 甲 $\times \frac{1}{2}$, 乙 = 甲 $\times \frac{3}{4}$, 所以三个工程队合作的时间是 $13 \div (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}) = \frac{52}{9}$ (天)。

答: 这项工程由甲、乙、丙三个工程队合作要 $\frac{52}{9}$ 天完成。

75. 2026 BHXX 入学数学真卷(四)

快速对答案

一、填空题 1. 2.5 2. 47 3. 501 4. 90 5. 600

6. 5:7 7. A 8. 462 9. 2024 10. 41.12 11. 4

12. 2023, 3

二、选择题 13~17 BDDBC

计算题、解答题请看“详解详析”P45

详解详析

一、1. 2.5

2. 47 【解析】设十位数字为 x , 个位数字为 y , 由题意得 $5(x+y) = 10x+y+8$, 则 $4y = 5x+8$, $y = (5x+8) \div 4$, 因为 x, y 都是正整数, 只有当 $x=4, y=7$ 时符合题意, 这个两位数是47。

3. 501 【解析】每撕1次时, 纸片将增加5片, 撕第 n 次时的纸片数为 $6+(n-1) \times 5 = 5n+1$, 第100次撕后共得小纸片 $5 \times 100+1 = 501$ (片)。

4. 90 【解析】今年25位老人的年龄之和是 $2000-2 \times 25 =$

1950 (岁), 设最小的老人是 n 岁, 由题意得 $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+\cdots+(n+23)+(n+24) = 1950$, 解得 $n=66$, 那么年龄最大的老人今年的岁数是 $66+24=90$ (岁)。

5. 600 【解析】设原计划有 x 人参加, 每人出 y 元, 根据题意得 $(x-6)(y+5) = xy$ ①, $(x-5)(y+4) = xy$ ②, 解得 $x=30, y=20$, 租车费用是 $30 \times 20 = 600$ (元)。

6. 5:7 【解析】听到笑话没笑的有 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{15}$, 听到笑话笑了的有 $\frac{4}{5} \times (1 - \frac{1}{6}) = \frac{2}{3}$, 没听到笑话笑了的有 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$,

没听到笑话没笑的有 $1 - \frac{4}{5} - \frac{1}{12} = \frac{7}{60}$, 没听到笑话的学生中

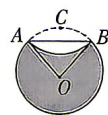
笑了的学生与没笑的学生之比是 $\frac{1}{12} : \frac{7}{60} = 5:7$ 。

7. A 【解析】 $AB+BC=100+200=300$ (米), 当停靠点在 A 区时, 所有员工步行到停靠点的路程和是 $15 \times 100 + 10 \times 300 = 4500$ (米); 当停靠点在 B 区时, 所有员工步行到停靠点的路程和是 $30 \times 100 + 10 \times 200 = 5000$ (米); 当停靠点在 C 区时, 所有员工步行到停靠点的路程和是 $30 \times 300 + 15 \times 200 = 12000$ (米); $4500 < 5000 < 12000$, 所以当停靠点在 A 区时, 所有员工步行到停靠点路程总和最小, 那么停靠点的位置应设在 A 区。

8. 462 【解析】三个数的积最大时, $b=24 \div 3=8$, 则 $a=8-1=7, c=8+1=9, 7 \times 8 \times 9=504$; 三个数的积最小时, $a=1, b=2, c=24-1-2=21, 1 \times 2 \times 21=42$; a, b, c 三个数积的最大值与最小值的差是 $504-42=462$ 。

9. 2024 【解析】先求剩下数的最大, 那么擦去的数应该尽量小, 首先擦去1, 3, 写上2, 擦去2, 4, 写上3, 擦去3, 5, 写上4, 擦去4, 6, 写上5, ..., 擦去2023, 2025, 写上2024, 所以剩下数的最大值为2024。

10. 41.12 【解析】如解图, 拱形 ACB 的面积为 $\frac{1}{4} \times 3.14 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4.56$ (平方厘米), 阴影部分的面积为 $3.14 \times 4^2 - 2 \times 4.56 = 41.12$ (平方厘米)。



第10题解图

11. 4 【解析】 $4 \div 2 = 2$, 阴影部分的面积 = 以2为半径的圆的面积 - 正方形 $ABCD$ 的面积, 即 $3 \times 2^2 - 4 \times 2 \div 2 \times 2 = 4$ 。

12. 2023, 3 【解析】由题意得, 动点 P 运动4次后, 位置为 $(4n, 0)$; 运动 $4n+1$ 次后, 位置为 $(4n+1, 2)$; 运动 $4n+2$ 次后, 位置为 $(4n+2, 1)$; 运动 $4n+3$ 次后, 位置为 $(4n+3, 3)$; $2023 \div 4 = 505 \cdots 3$, 所以经过第2023次运动后, 动点 P 的位置是 $(2023, 3)$ 。

二、13. B

14. D 【解析】把小明家与学校的距离看作单位“1”, 来回的总路程为 $1+1=2$, 小明由家去学校用的时间为 $\frac{1}{a}$, 由学校

返回家用的时间是 $\frac{1}{b}$, 小明来回的平均速度是 $2 \div (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ 。

15. D 【解析】设将第二种盐水溶液 x 千克加入第一种盐水溶液中, 可得到12%的盐水溶液, 则 $(20+x) \times 12\% = 20 \times 18\% + 6\%x$, 解得 $x=20$ 。

16. B 【解析】还需要 $2+6+4=12$ (块) 同样的积木。

17. C 【解析】因为四个圆的直径分别是6, 4, 4, 2, 所以它们的面积分别为 $9\pi, 4\pi, 4\pi, \pi$, 设大圆和三个小圆的重合部分面积是 A , 所以 $x=9\pi-A, y=(4\pi+4\pi+\pi)-A=9\pi-A$, 所以 $x=y$ 。

三、18. (1) 原式 = 67 (2) 原式 = $\frac{2027}{24}$

$$(3) \text{解: 原式} = 2019 + 2019 + \frac{2019}{2020} + 2019 + \frac{1}{2020} \\ = 2019 + 2019 + 2019 + \frac{2019}{2020} + \frac{1}{2020} \\ = 6057 + 1 \\ = 6058$$

$$(4) \text{解: 原式} = 1 + \frac{1}{1 \times 3} + 1 + \frac{1}{3 \times 5} + 1 + \frac{1}{5 \times 7} + 1 + \frac{1}{7 \times 9} + 1 + \frac{1}{9 \times 11} + \cdots + \frac{1}{11 \times 13} \\ = 6 + \frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{11} - \frac{1}{13}) \\ = 6 + \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{13}) \\ = 6 + \frac{6}{13}$$

19. (1) $\frac{2x}{3} - 0.75 = 0.5x - \frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{3}(2x-1) - \frac{x+2}{6} = 1$

解: $8x-9=6x-4$

解: $2(2x-1) - (x+2) = 6$

$2x=5$

$3x=10$

$x=2.5$

$x=\frac{10}{3}$

四、20. 解: 将手机的总电量看作单位“1”, 手机插上充电器从没有电到充满电需要4个小时, 则每小时充的电占总电量的 $\frac{1}{4}$, 当手机有10%电量时充电, 手机充电全程玩游戏6

小时充满, 则每小时充的电占总电量的 $(1-10\%) \div 6 = \frac{3}{20}$,

则玩游戏每小时消耗电量 $\frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{1}{10}$, 还能玩 $35\% \div \frac{1}{10} =$

3.5 (小时), $3.5 < 4$, 所以不能保证持续玩游戏到下车。
答: 不能保证持续玩游戏到下车。

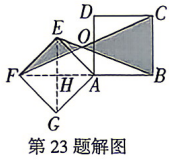
21. 解: 甲、乙的速度差是 $1080 \div 54 = 20$ (米/分钟), 设乙的速度是 x 米/分钟, 则甲的速度是 $(x+20)$ 米/分钟, 根据题意得 $(x+20-50+x+30) \times 4 = 1080$, 解得 $x=135$, 甲的速度是 $135+20=155$ (米/分钟)。

答: 甲每分钟走155米, 乙每分钟走135米。

22. 解: 这项工程甲一共做了 $6+9=15$ (天), 乙做了4天, 丙做了6天, 把甲完成的工作量看作单位“1”, 则乙完成的工作量是 $\frac{1}{3}$, 丙完成的工作量是 $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$, 这项工程的总量是 $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + 1 = 2$, 那么甲完成这项工程的 $1 \div 2 = \frac{1}{2}$, 单独

完成需用时 $15 \div \frac{1}{2} = 30$ (天), 乙完成这项工程的 $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$, 单独完成需用时 $4 \div \frac{1}{6} = 24$ (天), 丙完成这项工程的 $\frac{2}{3} \div 2 = \frac{1}{3}$, 单独完成需用时 $6 \div \frac{1}{3} = 18$ (天)。
答: 甲、乙、丙单独做各需 30 天, 24 天, 18 天。

23. 解: 如解图, 连接 AF , GE 交于点 H , 因为四边形 $AEFG$ 是正方形, 所以 $FH = \frac{1}{2}AF$, $\angle EAF = \angle DAE = 45^\circ$, $\angle FAD + \angle DAB = 45^\circ + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, 所以点 F, A, B 共线;



第 23 题解图

又因为正方形 $ABCD$ 的面积为 9, 所以 $BC = 3$; 因为正方形 $AEFG$ 的面积为 8, 所以 $AF = GE$, 即 $\frac{1}{2}AF \times GE = 8$, $AF \times GE = 16$, $AF = GE = 4$, 所以 $EH = 4 \div 2 = 2$, $BF = 3 + 4 = 7$, $S_{\triangle BOC} - S_{\triangle EOF} = (S_{\triangle BOC} + S_{\triangle BOF}) - (S_{\triangle EOF} + S_{\triangle BOF}) = S_{\triangle BCF} - S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} \times BC \times BF - \frac{1}{2} \times BF \times EH = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 - \frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 3.5$, 所以 $\triangle BOC$ 与 $\triangle EOF$ 的面积之差是 3.5。答: $\triangle BOC$ 与 $\triangle EOF$ 的面积之差是 3.5。

24. 解: (1) 9 【解法提示】在 2000 至 2025 之间的数, 只有个位不超过 2 时, 才符合“臻数”的定义, 因此, 在 2000 至 2025 之间的“臻数”为 2000, 2001, 2002, 2010, 2011, 2012, 2020, 2021, 2022, 共 9 个。

(2) 13 【解法提示】对于不大于 100 的“臻数”, 可以按照个位和十位的数字进行分类讨论。首先考虑个位数字, 由于 $n, n+1, n+2$ 相加时个位不产生进位, 那么个位数字 n 只能取 0, 1, 2, 因为当 n 取 3 到 9 时, $n + (n+1) + (n+2)$ 的个位数字一定会大于等于 10, 即会产生进位。接着考虑十位数字, 同样的道理, 为了保证十位不产生进位, 当个位数字为 0, 1, 2 时, 十位数字可以取 0, 1, 2, 3。例如, 当十位为 3, 个位为 0, 1, 2 时, $30 + 31 + 32 = 93$, 各位都不产生进位现象。但是, 当十位数字大于 3 时, 如 $40 + 41 + 42 = 123$, 此时十位产生了进位, 所以不符合“臻数”的定义。特别地, 当这个数为 100 时, $100 + 101 + 102 = 303$, 各位也都产生进位, 所以 100 也是“臻数”。综上, 不大于 100 的“臻数”的个数有 13 个, 即 0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 100。

76. 2026 BHXX 入学数学真卷 (五)

快速对答案

一、填空题 1. 89 2. 20:61 3. 7.8% 4. 24-4.5π

5. 100 6. $\frac{4}{9}$ 7. 11 8. 14 时 40 分 9. $\frac{53}{3}$ 10. 48

11. 6.5% 12. 0.8 13. 40

二、选择题 1~5 BACBB

计算题、综合应用请看“详解详析”P46

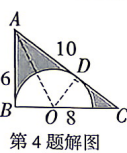
详解详析

一、1. 89 【解析】根据题中数列的排列规律发现, 从第三个数开始, 每个数恰好是前两个数的和, 故第 11 个数是第 9 个数与第 10 个数的和, 即 $34 + 55 = 89$ 。

2. 20:61 【解析】比值是 $0.2 = \frac{1}{5}$, 说明后项是前项的 5 倍。这个比的前项是 $(81 + 39) \div (5 + 1) = 20$, 后项是 $81 - 20 = 61$, 即原来的比是 20:61。

3. 7.8% 【解析】国库券的年利率是 $7800 \div 5 \div 20000 = 7.8\%$ 。

4. 24-4.5π 【解析】如解图, 连接 OD , OA , 设图中半圆半径为 r , 则 $OB = OD = r$, 所以 $6 \times r \div 2 + 10 \times r \div 2 = 6 \times 8 \div 2$, 解得 $r = 3$, 阴影部分的面积是 $6 \times 8 \div 2 - \pi \times 3^2 \div 2 = 24 - 4.5\pi$ 。



第 4 题解图

5. 100 【解析】将进价看作单位“1”, 商品的进价是 $20 \div [(1 + 50\%) \times 80\% - 1] = 100$ (元)。

6. $\frac{4}{9}$ 【解析】因为第三堆里的黑子占全部黑子的 $\frac{2}{5}$, 所以第一、二堆中黑子占全部黑子的 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$, 即全部黑子平均分成 5 份, 第一、二堆中的黑子占 3 份; 根据条件可知, 第一、二堆中, 白子与黑子数目相同, 所以第一、二堆中的白子也可分成同样的 3 份, 因为三堆棋子数相同, 所以每堆棋子数相当于 3 份; 根据第三堆中黑棋子占 2 份, 可知第三堆中白棋子占 $3 - 2 = 1$ 份。白子占全部棋子的 $(3 + 1) \div (3 + 3 + 3) = \frac{4}{9}$ 。

7. 11 【解析】 $60 \div 7 = 8 \dots 4$, 所以卡片的盒数应该是 8 盒左右。如果卡片有 9 盒, 分完所有卡片时, 每人至少可以分得 $7 \times 9 = 63$ (张), 这与每人分了 60 张矛盾, 所以卡片的盒数肯定小于等于 8 盒。如果卡片有 7 盒, 分完所有卡片时, 每人分的卡片数目小于 $8 \times 7 = 56$ (张), 这与每人分了 60 张矛盾。所以卡片盒数只能为 8 盒。因为只分一盒时, 每人分 8 张则少 5 张, 所以全部分完 8 盒时, 每人若分 $8 \times 8 = 64$ (张), 还少 $5 \times 8 = 40$ (张)。又因为全部分完时, 每人分到 60 张, 而且还多 4 张, 所以共有 $(40 + 4) \div (64 - 60) = 11$ (个) 小朋友。

8. 14 时 40 分 【解析】火车速度 30 千米/小时 $= \frac{25}{3}$ 米/秒, 工

人速度是 $(15 \times \frac{25}{3} - 110) \div 15 = 1$ (米/秒), 学生速度是 $(110 -$

$12 \times \frac{25}{3}) \div 12 = \frac{5}{6}$ (米/秒)。 $16 - 10 = 6$ (分钟), 从 14 点 16

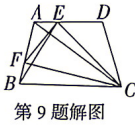
分算起, 工人与学生相遇需要 $(\frac{25}{3} - 1) \times 6 \div (1 + \frac{5}{6}) = 24$ (分

钟), 相遇时间为 14 时 16 分 + 24 分 = 14 时 40 分。

【解题技巧】火车过人问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 7”P4。

9. $\frac{53}{3}$ 【解析】如解图, 连接 $AC, AD \parallel BC$,

所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADE} = 5$ 平方厘米。因为 $AF = 2FB$, $S_{\triangle AFC} = 2S_{\triangle BFC} = 16$ 平方厘米, $S_{\triangle AEF} = \frac{2}{1+2}S_{\triangle ABC} = \frac{10}{3}$ 平方厘米。所



第 9 题解图

以 $S_{\triangle CFE} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle AFC} - S_{\triangle AEF} = 5 + 16 - \frac{10}{3} = \frac{53}{3}$ (平方厘米)。

【解题技巧】底高模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1”P3。

10. 48 【解析】菊花与月季花的盆数之比是 3:4, 菊花与郁金香的盆数之比是 4:5。菊花盆数: 月季花盆数: 郁金香盆数 = 12:16:20。又因为兰花与郁金香的盆数之比是 5:6, 所以有菊花盆数: 月季花盆数: 郁金香盆数: 兰花盆数 = 24:32:40:48。月季花的盆数可看作 32 份, 兰花盆数可看作 25 份, 那么月季花的盆数比兰花的盆数多 $32 - 25 = 7$ (份)。因为月季花比兰花多 50 多盆, 而这多出的 50 多盆是 7 份。所以 1 份的盆数应该是整数盆, 即这 50 多盆是 7 的整数倍, 所以月季花应比兰花多 56 盆。1 份的盆数为 $56 \div 7 = 8$ (盆)。因为郁金香的盆数是 30 份, 菊花的盆数是 24 份, 所以菊花比郁金香少 $30 - 24 = 6$ (份), 故菊花比郁金香少 $8 \times 6 = 48$ (盆)。

11. 6.5% 【解析】A、B 两种浓度的蜂蜜水混合后浓度为 6.2%, 运用十字交叉法, $8\% - 6.2\% = 1.8\%$, $6.2\% - 5\% = 1.2\%$, 可得 A 瓶蜂蜜水和 B 瓶蜂蜜水质量比为 1.2:1。

8, 那么取出 A 瓶蜂蜜水 $1.2 \times \frac{1}{4} = 0.3$, 取出 B 瓶蜂蜜水

$1.8 \times \frac{1}{6} = 0.3$, 即取出 A、B 两种蜂蜜水的质量相同, 混合后蜂蜜水的浓度为 $(8\% + 5\%) \div 2 = 6.5\%$ 。

12. 0.8 【解析】一个收银台 4 小时能付款通过 $80 \times 4 = 320$ (人); 4 小时内新排队 $60 \times 4 = 240$ (人); 开始时排队的人数为 $320 - 240 = 80$ (人); 两个收银台每小时能付款通过 $80 \times 2 = 160$ (人); 没有顾客排队需要 $80 \div (160 - 60) = 0.8$ (小时)。

13. 40 【解析】用 1, 2, 3, 4 这 4 个数字任意组成一个四位数, 则不同的四位数的种数有 $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ (种), 而用 1, 2, 3, 4 这 4 个数字任意写出一万位数, 从这个一万位数中任意截取相邻的 4 个数字, 一共可以截取 $10000 - 3 = 9997$ (个) 四位数。利用抽屉原理, $9997 \div 256 = 39 \dots 13$, 则至少有 39 + 1 = 40 (个) 相同的四位数。

二、1. B 【解析】现在可以用 $60 \times 6 + 24 = 15$ (天)。

2. A 【解析】被 11 整除的数, 奇数位和与偶数位和的差能被 11 整除, 从 10 往后, 偶数位上, 数字 1 到 9 均出现 10 次, 奇数位上, 0 到 9 出现 9 次, 因此奇数位和 = $(0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 9 + (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 45 \times 9 + 25 = 430$, 偶数位和 = $(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 10 + (2 + 4 + 6 + 8) = 45 \times 10 + 20 = 470$, 则它们的差为偶 - 奇 = $470 - 430 = 40$, 不能被 11 整除, 若调整奇数位的最后一位 (99 的个位 9), 减少 4 的话, 这个差将被 11 整除,

则原数除以 11 的余数是 4。

3. C 【解析】如解图, 将大正方形平均分成 4 个小正方形, 并填补右下角, 则空白部分的面积之和是 5 个小正方形的面积, 涂色部分三角形的面积是 $9 - 5 = 4$ (个) 小正方形的面积, 所以每第 3 题解图



个小正方形的面积为 $240 \div 4 = 60$ (平方厘米), 三个正方形的面积和是 $60 \times (1 + 1 + 4) = 360$ (平方厘米)。

4. B 【解析】混合糖果每千克的价格为 $(9 \times 5 + 7.5 \times 4 + 7 \times 3) \div$

$(5 + 4 + 3) = 8$ (元), 用 10 元可买 $10 \div 8 = 1.25$ (千克) 这种混合糖果。

5. B 【解析】从甲地到乙地的专线, 一辆车包括休息时间至少共需要 $55 + 15 = 70$ (分钟), 要保证 70 分钟内间隔 7 分钟发一辆车, 共需要 $70 \div 7 = 10$ (辆), 同理, 返回也如此, 则至少需要 $10 \times 2 = 20$ (辆) 公交车。

三、1. (1) 原式 = $\frac{15}{13}$ (2) 原式 = $\frac{17}{16}$

(3) 解: 原式 = $4^2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 + 10^2)$
 $= 16 \times \frac{10 \times (10 + 1) \times (2 \times 10 + 1)}{6}$ (连续自然数的平方和)
 $= 16 \times 385$
 $= 6160$

(4) 解: 原式 = $\frac{(1 + 2013) \times [(2013 - 1) \div 2 + 1] \div 2}{(2015 + 4027) \times [(4027 - 2015) \div 2 + 1] \div 2}$ (高斯求和)
 $= \frac{2014 \times 1007 \div 2}{6042 \times 1007 \div 2}$
 $= \frac{1}{3}$

2. (1) $\frac{0.4x + 0.9}{0.5} = \frac{0.3 + 0.2x}{0.3} = \frac{5}{2}$ (2) $\frac{1}{1 + \frac{1}{2+x}} = \frac{8}{11}$
 解: $\frac{4x + 9}{5} = \frac{3 + 2x}{3} = \frac{5}{2}$ 解: $\frac{1}{\frac{x+3}{x+2}} = \frac{8}{11}$
 $30 \times \frac{4x+9}{5} - 30 \times \frac{3+2x}{3} = 30 \times \frac{5}{2}$
 $6(4x+9) - 10(3+2x) = 75$
 $4x = 51$
 $x = \frac{51}{4}$
 $11x + 22 = 8x + 24$
 $x = \frac{2}{3}$

四、1. 解: 甲、乙两队一起做每天完成工程的 $\frac{1}{10}$, 乙、丙两队一

起做每天完成工程的 $\frac{1}{8}$ 。甲、乙、丙三队一起做 4 天, 可看

作甲、乙一起做 4 天加上乙、丙一起做 4 天, 其中乙队多做了 4 天。甲、乙 4 天完成 $\frac{1}{10} \times 4 = \frac{2}{5}$, 乙、丙 4 天完成 $\frac{1}{8} \times 4 =$

$\frac{1}{2}$, 甲、乙 4 天和乙、丙 4 天一共完成 $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$, 因为多

计算了乙队 4 天的工作量, 所以剩下 $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ 的工作量

需要乙队单独做 $5 \frac{1}{2} - 4 = \frac{3}{2}$ (天), 乙队每天完成的工作

量为 $\frac{1}{10} + \frac{3}{2} = \frac{1}{15}$, 乙队单独做这项工程需要 $1 \div \frac{1}{15} = 15$ (天)。

答: 乙队单独做这项工程需要 15 天可以完成。

2. 解: 相遇后客车、货车的速度比是 $(6-6 \times 20\%) : (5+5 \times 20\%) = 4:5$, 把两地间的距离看作单位“1”, 当相遇后货车到达甲地时, 货车从相遇点到甲地行驶了全程的 $\frac{6}{6+5} = \frac{6}{11}$, 相遇后客车行驶了货车相遇后行驶路程的 $\frac{4}{5}$, 甲、乙两地相距 $10 \div (1 - \frac{6}{11} - \frac{6}{11} \times \frac{4}{5}) = 550$ (千米)。

答: 甲、乙两地相距 550 千米。

3. 解: 因为 $DF \parallel AC$, $EF \parallel AB$, 所以四边形 $ADFE$ 是平行四边形, 所以 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FED$ 同底等高, 所以 $\triangle FED$ 的面积为 96。又因为 $BC \parallel DE$, 根据金字塔模型可得 $\frac{S_{\triangle FPD}}{S_{\triangle FDE}} = (\frac{FQ}{FE})^2 = \frac{54}{96} = \frac{9}{16}$, 所以 $\frac{FQ}{FE} = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{FQ}{EQ} = 3$ 。又因为 $DF \parallel AC$, 根据沙漏模型可得 $\frac{S_{\triangle FPD}}{S_{\triangle ECD}} = (\frac{FQ}{EQ})^2 = 9$, 则 $S_{\triangle ECD} = \frac{54}{9} = 6$, 同理可得 $S_{\triangle DCP} = 6$, 又因为 $S_{\text{四边形}DPQC} = 96 - 54 = 42$, 所以 $S_{\triangle ABC} = 96 + 6 + 6 + 42 = 150$ 。答: $\triangle ABC$ 的面积是 150。

【解法技巧】金字塔模型、沙漏模型: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 5”P3。

4. 解: (1) 由图象可知, 小张 30 分钟后离县城 6 千米, 所以两人第一次相遇即 20 分钟时小张距县城 $20 \times \frac{6}{30} = 4$ (千米)。
答: 小张和学生小聪第一次相遇时距县城 4 千米。
(2) 小张 30 分钟到 A 村, 30 分钟后从 A 村返回, 在离县城 1 千米处和学生小聪相遇, 用时 20 分钟。返回时小张速度为 $(6-1) \div (80-60) = 0.25$ (千米/分), 因为返回时小张比预计时间晚到 1 分钟, 所以返回用时 $6 \div 0.25 + 1 = 25$ (分钟), 小张从县城出发到返回县城所用时间是 $60 + 25 = 85$ (分钟)。答: 小张从县城出发到返回县城所用时间是 85 分钟。

(3) 小聪的速度为 $(4-1) \div (80-20) = \frac{1}{20}$ (千米/分), 学生

小聪从 A 村到县城共用 $(6-1) \div \frac{1}{20} + [25 - (80-60)] = 105$ (分钟)。答: 学生小聪从 A 村到县城共用 105 分钟。

77. 2026 BHXX 入学数学真卷(六)

快速对答案

一、填空题 1. 2. 8 2. $(\pi-2):2$ 3. 124. 87 4. 22. 54
5. 1961 6. 35 7. $\frac{33}{112}$ 8. 45 9. 39 10. 日 11. 3117. 5
12. 12 时 42 $\frac{6}{7}$ 分 13. 36

二、选择题 1~5 CDABA

计算题、综合应用请看“详解详析”P47

详解详析

一、1. 2. 8

2. $(\pi-2):2$ 【解析】如解图, 设圆的半径为 r , 则阴影部分与空白部分面积的比是 $(\pi r^2 - r^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times r^2) : (\pi r^2 - 2r^2) = (\pi r^2 - 2r^2) : 2r^2 = (\pi-2):2$ 。



第 2 题解图

3. 124. 87 【解析】整数部分按 4, 5, 6 循环, 小数部分按 0.03, 0.04 循环, 即一个周期有 6 个数, 一个周期整数部分和为 $4+5+6+4+5+6=30$, 小数部分和为 $0.03+0.04+0.03+0.04+0.03+0.04=0.21$, 一个周期和为 $30+0.21=30.21$, $25 \div 6 = 4(\text{个}) \cdots 1(\text{个})$, 前 25 项的和是 $4 \times 30.21 + 0.03 = 124.87$ 。

4. 22. 54 【解析】因为 $4.5 \times 5 = 22.5$, 所以, 两个小数必定都大于 4.5, 只能是 $4.6 \times 4.6, 4.6 \times 4.7, 4.6 \times 4.8, 4.6 \times 4.9, 4.7 \times 4.7, 4.7 \times 4.8, 4.7 \times 4.9, 4.8 \times 4.8, 4.8 \times 4.9, 4.9 \times 4.9$ 中的一个, 先从中间试起 $4.7 \times 4.8 = 22.56$, 不合题意, 后面的都比 22.56 大, 只有 $4.6 \times 4.9 = 22.54$, 符合题意, 由此这两个数的乘积四舍五入前是 22.54。

5. 1961 【解析】设 2015 年时姐姐和妹妹的年龄和是 x 岁, 则 2015 年爸爸的年龄是 $3x$ 岁。2021-2015=6(年), $6 \times 2 = 12$ (年), 根据题意得 $3x+6=2(x+12)$, 解得 $x=18$, 爸爸 2015 年 $18 \times 3 = 54$ (岁), $2015-54=1961$, 爸爸出生在 1961 年。

6. 35 【解析】由于甲、乙两个容器的底面积之比是 $5:3$, 注入同样多的水, 那么高度之比为 $3:5$, 所以要使注入后高度相等, 那么就要相差 $20-10=10$ (厘米) 深, 即乙容器就要注入 $10 \div (5-3) \times 5 = 25$ (厘米), 这时水深 $25+10=35$ (厘米)。

7. $\frac{33}{112}$ 【解析】要使抄错后的答案和正确的答案差最大, 则分子和分母抄颠倒后与原分数的差最大, $\frac{7}{4} - \frac{4}{7} = \frac{33}{28} - \frac{5}{7}$

$\frac{3}{5} = \frac{16}{15} - \frac{15}{11} - \frac{11}{15} = \frac{104}{165} - \frac{9}{7} - \frac{7}{9} = \frac{32}{63} - \frac{104}{165} - \frac{32}{63}$ 均小于 1, $\frac{33}{28} > \frac{16}{15}$, 最大差为 $\frac{33}{28}$, 所以抄错后的平均值和正确答案最大

相差 $\frac{33}{28} \div 4 = \frac{33}{112}$ 。

8. 45 【解析】甲、乙速度比为 $3:2$, 则相遇时甲走了全程的 $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$, 乙走了全程的 $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$, 相遇后甲、乙的速度比为 $[3 \times (1+20\%)] : [2 \times (1+30\%)] = 18:13$, A、B 两地间的距离是 $14 \div (\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{13}{18}) = 45$ (千米)。

9. 39 【解析】第一次转向, 4 的倍数有 $60 \div 4 = 15$ (人), 此时背向老师的有 15 人; 第二次转向, 5 的倍数有 $60 \div 5 = 12$ (人), 其中与 4 的倍数相同的有 20, 40, 60 这 3 个人, 在第一次转向时转为背向老师, 现在他们 3 人转变为面向老师, 则报 5 的倍数向后转时只有 $12-3=9$ (人) 转为背向老师, 3 人转为面向老师, 则此时背向老师的有 $15+9-3=21$ (人); 第三次转向, 6 的倍数有 $60 \div 6 = 10$ (人), 其中报 12, 24, 36, 48 的这 4 人第一次转向时转为背向老师, 此时转为面向老师, 报 30 的在第二次转向时转为背向老师, 现

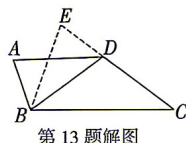
在转为面向老师, 报 60 的经过第二次转向时为面向老师, 在第三次转向时为背向老师, 则此时转为背向老师的有 5 人, 此时背向老师的有 $21+5-5=21$ (人), 现在面向老师的学生有 $60-21=39$ (人)。

10. 日 【解析】一个月最多 31 天, 最少 28 天。28 天的月份各星期几天数相同, 不符合题意, 排除。若星期四的天数比星期五的天数多, 则该月最后一天必为星期四, 否则星期五天数不少于星期四; 若星期三的天数比星期二的天数多, 则该月第一天必为星期三, 否则星期二天数不少于星期三; 因此该月有 30 天, 1 号是星期三, 5 号是星期日。

11. 3117. 5 【解析】这台洗衣机的售价为 $(482.5+317.5) \div (0.9-0.7) = 4000$ (元), 这台洗衣机的进价是 $4000 \times 0.9 - 482.5 = 3117.5$ (元)。

12. 12 时 42 $\frac{6}{7}$ 分 【解析】挂钟每小时快 3 分钟, 即标准钟走过 60 分钟, 挂钟会走 $60+3=63$ (分钟)。挂钟时间: 标准时间的比例, $=63:60=21:20$ 。早上 7 时到下午 1 时即 13 时, 挂钟走过了 $13\text{时}-7\text{时}=6$ 小时, 即 360 分钟, 比标准时间快了 $360 \div 21 \times (21-20) = 17 \frac{1}{7}$ (分钟), 标准时间是 $13\text{时}-17 \frac{1}{7}\text{分}=12\text{时}42 \frac{6}{7}\text{分}$ 。

13. 36 【解析】如解图, 延长 CD 到 E , 使得 $DE=AB$, 设 $\angle CBD=a$, 因为 $\angle DAB + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle BDE + \angle BDC = 180^\circ$, 所以 $\angle DAB = \angle BDE$, 又因为 $DA=DB$, $DE=AB$, 所以 $\triangle ABD \cong \triangle DEB$, 所以 $DB=BE$, 因为 $DA=DB$, 所以 $DA=BE=DB$, 即 $\triangle ABD$ 和 $\triangle DEB$ 都是等腰三角形, 所以 $\angle DAB = \angle DBA = \angle BDE = \angle BED$, 因为 $AB+CD=BC$, $DE=AB$, 所以 $DE+CD=BC$, 即 $BC=EC$, 所以 $\triangle BCE$ 是等腰三角形, 所以 $\angle CBE = \angle CEB$, 因为 $DB=DC$, 所以 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, 所以 $\angle CBD = \angle BCD$, 因为 $\angle CBD=a$, 所以 $\angle BCD = \angle CBD = a$, 又因为 $\angle BDE = \angle BCD + \angle CBD$, 所以 $\angle BDE = a+a=2a$, 所以 $\angle BDE = \angle BED = 2a$, 所以 $\angle CBE = \angle CEB = 2a$, 所以 $\angle DBE = \angle CBE - \angle CBD = 2a-a=a$, 在 $\triangle BCE$ 中, $\angle BCE + \angle CEB + \angle CBD + \angle DBE = 180^\circ$, 即 $a+2a+a+a=180^\circ$, 所以 $5a=180^\circ$, 即 $a=180^\circ \div 5 = 36^\circ$, 所以 $\angle DBC = 36^\circ$ 。



第 13 题解图

二、1. C 2. D

3. A 【解析】AO 扫过的面积就是以 AO 的长度为半径的 $\frac{1}{4}$ 圆的面积, 即 $\frac{1}{4} \times \pi \times 4^2 = 4\pi$ 。

4. B 【解析】28 元=280 角, 设 1 角硬币有 $3x$ 枚, 5 角硬币有 $2x$ 枚, 则 1 角硬币与 5 角硬币总金额为 $3x+5 \times 2x = 13x$ 角。设 1 元硬币有 y 枚 ($y \leq 10$ 且为整数), 则 1 元硬币总金额

为 $10y$ 角。根据题意得 $13x+10y=280$ 。由于 $10y$ 个位为 0, 故 $13x$ 个位也为 0, 因此 x 为 10 的倍数。当 $x=10$ 时, $13 \times 10 = 130$, 则 $10y = 280 - 130 = 150$, $y = 15$ (超过 10, 舍去); 当 $x=20$ 时, $13 \times 20 = 260$, 则 $10y = 280 - 260 = 20$, $y = 2$ (符合条件), 所以 1 元硬币有 2 枚。

5. A 【解析】设小亮买的苹果、橘子、梨的个数均为 x 个, 则总水果数为 $3x$ 个。苹果单价为 $\frac{1}{2}$ 元/个, 费用为 $\frac{1}{2}x$ 元; 橘子单价为 $\frac{1}{3}$ 元/个, 费用为 $\frac{1}{3}x$ 元; 梨单价为 $\frac{2}{5}$ 元/个, 费用为 $\frac{2}{5}x$ 元。原价总费用为 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x = \frac{37}{30}x$ 元, 混卖单价为 $\frac{3}{8}$ 元/个, 总费用为 $\frac{3}{8} \times 3x = \frac{9}{8}x$ 元, 根据题意得 $\frac{37}{30}x - \frac{9}{8}x = 13$, 解得 $x=120$, 则小亮买的苹果个数为 120 个。

三、1. (1) 原式 $= \frac{1}{20}$

(2) 解: 原式 $= (50-49) \times (50+49) + (48-47) \times (48+47) + (46-45) \times (46+45)$ (平方差公式)
 $= 1 \times 99 + 1 \times 95 + 1 \times 91$
 $= 99 + 95 + 91$
 $= 285$

(3) 解: 原式 $= \frac{(724+1) \times 876 - 576}{300+876 \times 724} + (88+12) \times 65 + (99+11) \times 60$
 $= \frac{724 \times 876 + 876 - 576}{300+876 \times 724} + 100 \times 65 + 110 \times 60$
 $= \frac{724 \times 876 + 300}{300+876 \times 724} + 6500 + 6600$
 $= 1 + 6500 + 6600$
 $= 13101$

(4) 解: 原式 $= 2024 \div \frac{2024 \times 2025 + 2024}{2025} + \frac{1}{2026}$
 $= 2024 \div \frac{2024 \times (2025+1)}{2025} + \frac{1}{2026}$
 $= 2024 \times \frac{2025}{2024 \times 2026} + \frac{1}{2026}$
 $= \frac{2025}{2026} + \frac{1}{2026}$
 $= 1$

2. (1) $1 \frac{1}{2} - 1.25x = \frac{11}{20} \div \frac{2}{5}$ (2) $\frac{5}{8}x : \frac{2}{5} = (\frac{15}{16}x+1) : \frac{9}{9}$

解: $\frac{3}{2} - 1.25x = \frac{11}{8}$ 解: $\frac{5}{8}x \times \frac{8}{9} = \frac{2}{5} \times (\frac{15}{16}x+1)$

$1.25x = \frac{1}{8}$ $\frac{5}{9}x = \frac{3}{8}x + \frac{2}{5}$

$x=0.1$

$x=\frac{144}{65}$

- 四、1. 解: 根据按定价, 每个减价 45 元出售 12 个可获得利润 $(80-45) \times 12 = 420$ (元), 如按七五折出售, 每件商品可获

得利润 $420 \div 10 = 42$ (元), 少获得 $80 - 42 = 38$ (元), 故每个定价为 $38 \div (1 - 75\%) = 152$ (元), 每个的进价是 $152 - 80 = 72$ (元)。答: 这种商品每个的进价是 72 元。

2. 解: 在晴天, 一队的工作效率为 $\frac{1}{12}$, 二队的工作效率为 $\frac{1}{15}$,

在雨天, 一队的工作效率为 $\frac{1}{12} \times (1 - 60\%) = \frac{1}{30}$, 二队的工

作效率为 $\frac{1}{15} \times (1 - 40\%) = \frac{1}{25}$, 设在收割期间下了 x 天雨, 根

据题意得 $(1 - \frac{1}{30}x) \div \frac{1}{12} = (1 - \frac{1}{25}x) \div \frac{1}{15}$, 解得 $x = 15$ 。

答: 在收割期间 15 天雨。

3. 解: (1) 90° 【解法提示】主动轮与从动轮的齿数的比是 $12 : 24 = 1 : 2$, 主动轮顺时针转 180° 从动轮就会逆时针转 $180^\circ \div 2 = 90^\circ$ 。

(2) 解: 主动轮与从动轮的齿数的比是 $12 : 24 = 1 : 2$, 即主动轮转一圈, 从动轮转半圈, 而主动轮每秒转 1 圈, 所以从动轮转半圈用 1 秒, 即转 1 圈用 2 秒, 把货物从 B 传送到 A, 大约要 $18 \div (3 \times 0.6) \times 2 = 20$ (秒)。答: 大约要 20 秒。

4. 解: 甲走完一条边需要 $240 \div 40 = 6$ (分钟), 即 360 秒, 甲走完一条边并绕过一个顶点需要 $360 + 10 = 370$ (秒); 乙走完一条边需要 $240 \div 80 = 3$ (分钟), 即 180 秒, 乙走完一条边并绕过一个顶点需要 $180 + 10 = 190$ (秒); 当甲、乙走完一条边并绕过一个顶点, 需要的时间如下表:

	D	E	F	A	B	C	D	E
甲				0	370	740	1110	1480
乙	0	190	380	570	760	950	1140	1330

根据上表可知, 甲到达 D 点并绕过 D 点需要 1110 秒, 乙到达 D 点并绕过 D 点需要 1140 秒, 甲到达 E 点并绕过 E 点需要 1480 秒, 乙到达 E 点并绕过 E 点需要 1330 秒, 所以

乙在 DE 段追上甲, 甲每秒走 $40 \div 60 = \frac{2}{3}$ (米), 乙每秒走 80

$\div 60 = \frac{4}{3}$ (米), 当甲绕过 D 点, 乙还有 $1140 - 1110 = 30$ (秒)

绕过 D 点开始追甲, 即此时甲绕过 D 点已经走了 30 秒, 乙

绕过 D 点开始计时, 还需要 $(\frac{2}{3} \times 30) \div (\frac{4}{3} - \frac{2}{3}) = 30$ (秒)

追上甲, 即乙在出发 $1140 + 30 = 1170$ (秒) 后追上甲。

答: 乙在出发 1170 秒后追上甲。

87. 2026 TYJW 入学数学真卷 (一)

快速对答案

一、填空题 1. 30 2. 27 3. 9020002000 902000.2 万

4. 不会 5. 30 6. 78 7. 9 8. 20 9. $\frac{1}{11}$ 10. 2

计算题、实践操作和综合应用请看“详解详析”P48

详解详析

一、1. 30 【解析】今年祖孙三人年龄和是 $100 - 2 \times 3 = 94$ (岁), 今年祖孙三人年龄和是孙子年龄的 $15 \div 2 + 15 + 1 = 23.5$ 倍, 今年张老师儿子年龄是 $94 \div 23.5 = 4$ (岁), 今年张老师母亲年龄是 $4 \times 15 = 60$ (岁), 今年张老师的年龄是 $60 + 2 = 30$ (岁)。

2. 27 【解析】由 2 个三角形构成的平行四边形有 12 个, 由 4 个三角形构成的平行四边形有 12 个, 由 8 个三角形构成的平行四边形有 3 个, 共 $12 + 12 + 3 = 27$ (个)。

3. 9020002000 902000.2 万

4. 不会 【解析】内部底面半径是 $(30 - 2 - 2) \div 2 = 13$ (厘米), 剩余部分容积为 $3.14 \times 13^2 \times (40 - 30) = 5306.6$ (立方厘米), 圆锥的体积是 $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (12 \div 2)^2 \times 30 = 1130.4$ (立方厘米), $5306.6 > 1130.4$, 所以水不会溢出。

5. 30 【解析】设原来金箍的半径为 r 毫米, 则现在半径为 $(r - 1.5)$ 毫米, 周长减少 $2\pi r - 2\pi(r - 1.5) = 3\pi$ (毫米), 0.0314 厘米 $= 0.314$ 毫米, 唐僧念了 $3\pi \div 0.314 = 30$ (声)。

6. 78 【解析】时针在钟面上每分钟转 0.5° , 分针每分钟转 6° , 钟表上 7 时 24 分时, 时针与分针的夹角可以看成时针转过 $0.5^\circ \times 24 = 12^\circ$, 分针转过 $6^\circ \times 24 = 144^\circ$, 时针和分针的较小夹角是 $180^\circ - 144^\circ + 30^\circ + 12^\circ = 78^\circ$ 。

7. 9 【解析】去掉一个数后, 剩下的 10 个数的平均数是 5.7, 则总和为 $5.7 \times 10 = 57$, 原来 11 个数的总和为 $1 + 2 + 3 + \dots + 11 = 66$, 去掉的数为 $66 - 57 = 9$, 即 m 为 9。

8. 20 【解析】将西瓜数量看作单位“1”, 则桃子数量为 $1 + 25\% = 1.25$, 西瓜的数量比桃子少 $(1.25 - 1) \div 1.25 = 20\%$ 。

9. $\frac{1}{11}$ 【解析】将原来的时间看作单位“1”, 则现在的时间为

$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$, 因为路程不变, 速度与时间成反比, 所以现在的

速度是原来速度的 $1 \div \frac{11}{12} = \frac{12}{11}$, 速度比原来快 $\frac{12}{11} - 1 = \frac{1}{11}$ 。

10. 2 【解析】图③表示 $2 + [(3 + 5) \div 2] - 4$, 结果为 2。

二、(1) 解: $\frac{1}{1+2} = 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$, $\frac{1}{1+2+3} = 2 \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$, $\frac{1}{1+2+3+4} = 2 \times (\frac{1}{4} - \frac{1}{5})$, $\dots$, $\frac{1}{1+2+\dots+k} = 2 \times (\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})$, 则

原式 $= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + 2 \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + 2 \times (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) + \dots + 2 \times$

$(\frac{1}{2005} - \frac{1}{2006})$

$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2005} - \frac{1}{2006})$

$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{2006})$

$= \frac{1002}{1003}$

(2) 解: 原式 $= (40 + \frac{5}{4}) \times \frac{4}{5} + (36 + \frac{6}{5}) \times \frac{5}{6} + (49 + \frac{7}{6}) \times \frac{6}{7}$

$= 40 \times \frac{4}{5} + \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} + 36 \times \frac{5}{6} + \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} + 49 \times \frac{6}{7} + \frac{7}{6} \times \frac{6}{7}$

$\times \frac{6}{7}$

$= 32 + 1 + 30 + 1 + 42 + 1$

$= 107$

(3) 解: 原式 $= \frac{587 \times 19 \times 2.68 \times 1.9}{26.8 \times 58.7}$

$= 19 \times 1.9$

$= 36.1$

2. (1) $3x \div 3 = 10 - \frac{x}{6}$

解: $x = 10 - \frac{x}{6}$

$\frac{7}{6}x = 10$

$x = \frac{60}{7}$

(2) $\frac{1+x}{0.2} = \frac{0.4x+0.5}{0.4} = 5$

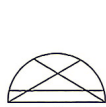
解: $50(1+x) - 25(0.4x+0.5) = 50$

$50 + 50x - 10x - 12.5 = 50$

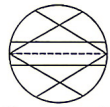
$40x = 12.5$

$x = \frac{5}{16}$

三、1. 解: (1) 如解图①。(画法不唯一)



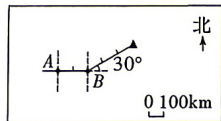
第1题解图①



第1题解图②

(2) 13 【解法提示】展开图如解图②。

2. 解: (1) 2 (2) 如解图所示。



第2题解图

(3) 这艘船从甲地出发, 向西偏南 30° 方向航行 300 千米, 再向西航行 200 千米回到 A 点。(叙述合理即可)

四、1. 解: 设淘气原来的卡片数为 x , 笑笑原来的卡片数为 y ,

则 $x - 24 = (y + 24) \times (1 - \frac{3}{7})$, $y - 24 = (x + 24) \times (1 - \frac{5}{8})$, 解得

$x = 72$, $y = 60$, 淘气和笑笑原来共有卡片 $72 + 60 = 132$ (张)。

答: 淘气和笑笑原来共有卡片 132 张。

2. 解: (1) 第三道圆的半径为 $20 + 1.2 \times (3 - 1) = 22.4$ (米), 第一道半圆的周长为 $3.14 \times 20 \times 2 \div 2 = 62.8$ (米), 第三道半圆的周长为 $3.14 \times 22.4 \times 2 \div 2 = 70.336$ (米), 第三道的运动员比第一道的运动员起点要提前 $70.336 - 62.8 = 7.536$ (米)。

答: 第三道的运动员要比第一道的运动员起点提前 7.536 米。(2) $400 \div 200 = 2$ (圈), 第七道圆的半径为 $20 + 1.2 \times (7 - 1) = 27.2$ (米), 第一道圆的周长为 $3.14 \times 20 \times 2 = 125.6$ (米), 第七道圆的周长为 $3.14 \times 27.2 \times 2 = 170.816$ (米), 第七道的运动员要比第一道的运动员起点提前 $170.816 \times 2 - 125.6 \times 2 = 90.432$ (米)。

答: 第七道的运动员要比第一道的运动员起点提前 90.432 米。

3. 解: 设小强跑 4 步的时间和哥哥跑 3 步的时间都为 1 个单位时间, 哥哥跑 5 步的距离和小强跑 7 步的距离都为 1 个单位距离。哥哥 1 步的距离 = 小强 $\frac{7}{5}$ 步的距离, 哥哥 1 个单位时间跑 3 步, 所以哥哥 1 个单位时间跑的距离 = 小强跑 $3 \times \frac{7}{5} = \frac{21}{5}$ (步) 的距离。哥哥与弟弟的速度差为 $\frac{21}{5} - 4 =$

$\frac{1}{5}$, 弟弟先跑 10 步, 哥哥跑 $10 \div \frac{1}{5} = 50$ 个单位时间才能追上小强, 即哥哥跑了 $50 \times 3 = 150$ (步)。

答: 哥哥跑 150 步才能追上小强。

4. 解: 丙中糖的质量是 $(30 + 10) \times 0.5\% = 0.2$ (克), 倒入乙后, 乙中糖的质量是 $0.2 \times (20 + 10) \div 10 = 0.6$ (克), 倒入甲后, 甲中糖的质量是 $0.6 \times (10 + 10) \div 10 = 1.2$ (克), 最早倒入甲中的糖水浓度是 $1.2 \div 10 = 12\%$ 。

答: 最早倒入甲中的糖水浓度是 12%。

5. 解: 每小时水库进水 $(1 \times 30 - 2 \times 10) \div (30 - 10) = 0.5$ (份), 则水库原来超过安全线的水量为 $1 \times 30 - 0.5 \times 30 = 15$ (份), 所以至少要同时打开 $(15 + 0.5 \times 5.5) \div 5.5 = 4$ (个) 闸门。

答: 至少要同时打开 4 个闸门。

6. 解: (1) 利用平面镜的对称性得出, 每面镜中看到的第 1 个像之间的距离是 $M'P' = 2MP = 12$ (米), 每面镜中看到的第 2 个像之间的距离是 $4MP = 24$ (米)。

答: 小明在每面镜中看到的第 2 个像之间的距离是 24 米。(2) 根据 (1) 所求即可得出: 第 1 个像之间的距离是 $M'P' = 2MP = 2 \times 6 = 12$ (米), 第 2 个像之间的距离是 $4MP = 4 \times 6 = 2^2 \times 6 = 24$ (米), 第 3 个像之间的距离是 $8 \times 6 = 2^3 \times 6 = 48$ (米), $\dots$, 小明在每面镜中看到的第 10 个像之间的距离是 $6 \times 2^9 = 6144$ (米)。

答: 小明在每面镜中看到的第 10 个像之间的距离是 6144 米。

91. 2026 JDFZ 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 26 2. 226.08 3. 210 4. $27\frac{3}{11}$ 5. 204

6. 3.5 7. 108 8. 24 9. 960 10. 10% 11. 150

12. 18 3

解答题请看“详解详析”P49

详解详析

一、1. 26 2. 226.08 3. 210

4. $27\frac{3}{11}$ 【解析】每一小时,分针转动 360° ,而时针转动 30° ,即分针每分钟转动 6° ,时针每分钟转动 0.5° 。5点整时,时针与分针之间的最小夹角是 $30^\circ \times 5 = 150^\circ$,当时针和分针第一次重合时,分针比时针多走了 150° 。设从5点整开始,经过 x 分钟,时针和分针第一次重合。根据题意可列方程: $6x - 0.5x = 150$,解得 $x = 27\frac{3}{11}$ 。5. 204 【解析】设计划购进饼干 x 千克,则计划购进巧克力 $(444-x)$ 千克;则实际购进饼干量为 $(x+20)$ 千克,实际购进巧克力量为 $(444-x) \times (1-5\%)$ 千克,根据题意,得 $x+20+(444-x) \times (1-5\%) = 444+7$,解得 $x = 184$, $184+20 = 204$ (千克)。6. 3.5 【解析】设甲做了 $(x-1)$ 天,乙做了 x 天,丙做了 $(x-0.5)$ 天,则 $\frac{1}{10}(x-1) + \frac{1}{10}x + \frac{1}{7.5}(x-0.5) = 1$,解得 $x = 3.5$ 。7. 108 【解析】 $\angle DCB = 60^\circ - 42^\circ = 18^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ - 18^\circ = 27^\circ$, $\angle AOC = 180^\circ - 45^\circ - 27^\circ = 108^\circ$ 。8. 24 【解析】 $16 \times \frac{1}{4} \div \frac{1}{6} = 24$ (平方厘米)。9. 960 【解析】原来袋子里红球与白球数量之比是 $19:13 = 57:39$,放入若干只红球后,红球与白球数量之比变为 $5:3$, $5:3 = 65:39$,再放入若干只白球后,红球与白球数量之比变为 $13:11$, $13:11 = 65:55$,所以红球增加 $65-57=8$ (份),白球增加 $55-39=16$ (份),放入的红球比白球少80只,则每份是 $80 \div (16-8) = 10$ (只),原先袋子里共有球 $10 \times (57+39) = 960$ (只)。10. 10% 【解析】第一次从100克浓度为80%的盐水中倒出50克盐水后,再用清水将杯子加满,此时盐水含盐 $(100-50) \times 80\% = 40$ (克);搅拌后再倒出50克盐水,然后再用清水加满,此时含盐 $40 \div 2 = 20$ (克);第三次这样操作后,杯中有盐 $20 \div 2 = 10$ (克),此时杯中盐水的浓度是10%。11. 150 【解析】丙行 $(40+10)$ 分钟的路程,乙行40分钟,则乙的速度是丙的 $(40+10) \div 40 = \frac{5}{4}$,丙行 $(10+10+60)$ 分钟的路程,甲行60分钟,则甲的速度是丙的 $(10+10+60) \div$ $60 = \frac{4}{3}$,甲出发后 $10 \times \frac{5}{4} \div (\frac{4}{3} - \frac{5}{4}) = 150$ (分钟)追上乙。12. 18 3 【解析】 $1+2+3+\dots+14 = (1+14) \times 14 \div 2 = 105$ (格), $105+1=106$ (格), $106 \div 6 = 17$ (行) $\dots\dots 4$ (格),比17行多4格,青蛙在第18行,从右往左数第4个格处,则青蛙第14秒所在位置为 $(18,3)$ 。二、13. (1)原式 $=14.982$ (2)原式 $=160$ (3)解:原式 $=45.9 \times 6.5 + 3.34 \times 3.95 \div 0.1 - \frac{101}{3} \times \frac{9}{20}$ $=298.35 + 131.93 - 15.15$ $=415.13$ (4)解:原式 $=\frac{1}{2} \times [(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3}) + (\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4}) + \dots + (\frac{1}{48 \times 49} - \frac{1}{49 \times 50})]$ $=\frac{1}{2} \times [\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{49 \times 50}]$ $=\frac{1}{2} \times [\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{49 \times 50}]$ $=\frac{1}{2} \times [\frac{49 \times 25}{49 \times 50} - \frac{1}{49 \times 50}]$ $=\frac{1}{2} \times \frac{1224}{49 \times 50}$ $=\frac{306}{1225}$ 14. (1) $x=30$ (2) $x=5$ 15. 解:阴影部分的面积等于两个扇形面积的和减去长方形的面积, $3.14 \times 4^2 \div 4 + 3.14 \times 3^2 \div 4 - 4 \times 3 = 7.625(\text{cm}^2)$ 。

答:阴影部分的面积是7.625平方厘米。

16. 解:出发时他们的速度比为 $3:2$,那么第一次相遇时的路程比是 $3:2$,则总路程是 $2+3=5$ (份),第一次相遇后,甲的速度提高了20%,乙的速度提高了30%,即变速后,两人的速度比(即路程比)是 $[3 \times (1+20\%)] : [2 \times (1+30\%)] = 18:13$,所以当甲到达B地时,乙离A地还有 $3-2 \times \frac{13}{18} = \frac{14}{9}$ 份,A,B两地间的距离是 $21 \div \frac{14}{9} \times 5 = 67.5$ (千米)。

答:A,B两地间的距离是67.5千米。

17. 解: $12 \div \frac{4}{7} \times (1 - \frac{4}{7}) = 9$ (吨), $9 \times \frac{3}{3+2} = 5.4$ (吨), $9 \times \frac{2}{3+2} = 3.6$ (吨)。

答:乙、丙两快递公司各分得5.4吨、3.6吨货物运输权。

18. 解:设第二杯的质量为 x 克,第三杯的浓度是 $y\%$ 。根据题意可列方程: $100 \times 10\% + 40\%x = (100+x) \times 30\%$,解得 $x = 200$ 。根据题意可列方程: $100 \times 10\% + 200 \times 40\% + 150 \times y\% = (100+200+150) \times 25\%$,解得 $y = 15$ 。

答:第三杯的浓度是15%。

【解题技巧】浓度问题:见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——四、公式3”P4。

19. 解:铁块的底面积是 $10 \times 10 \times (10-6) \div 6 = \frac{200}{3}(\text{cm}^2)$,体积是 $\frac{200}{3} \times 9 = 600(\text{cm}^3)$ 。答:这个铁块的体积是600立方厘米。20. 解:(1) $2a+15$ (2)根据题意可列方程: $49a+35 \times (2a+15) = 7665$,解得 $a = 60$, $2 \times 60 + 15 = 135$ (件), $60 \times (69-49) + 135 \times (45-35) = 2550$ (元)。答:本次全部售出后共获利2550元。(3) $60 \times 2 = 120$ (件), $135 \times 3 = 405$ (件),设第二次乙种商品按原价打 x 折出售,根据题意可列方程: $405 \times (45 \times \frac{x}{10} - 35) + 120 \times (69-49) = 2550 \times (1+10\%)$,解得 $x = 8$,即打八折出售。答:第二次乙种商品按原价打八折出售。

【解题技巧】经济问题:见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——四、公式5”P4。

21. (1)解: $F(236) = 23+26+32+36+62+63 = 242$ 答: $F(236)$ 的值是242。(2)证明:设美妙数 m 的百位上数字是 a ,十位上数字是 b ,个位上数字是 c ,则 $F(m) = 10a+b+10a+c+10b+a+10b+c+10c+a+10c+b$,即 $F(m) = 22(a+b+c)$,所以 $F(m)$ 的值一定是11的倍数。(3)解: $F(\overline{abc}) = 10a+b+10a+7+10b+a+10b+7+70+a+70+b=264$,所以 $a+b=5$,则 $a=1, b=4; a=2, b=3; a=3, b=2; a=4, b=1$ 。答:符合题意的三位数 $\overline{abc}$ 有147、237、327、417。

92. 2026 JDFZ 入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. 7 2. $\frac{44}{2025}$ 3. 52 4. 5 5. 50 6. 3007. 70 8. $\frac{13}{12}$ 9. 1200 10. 120 11. 42 12. 100

13. 32:31 14. 40 15. 78

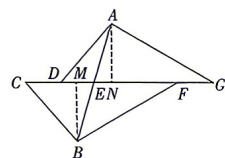
计算题、解答题请看“详解详析”P50

详解详析

一、1. 7

2. $\frac{44}{2025}$ 【解析】设原分数为 $\frac{a}{b}$,由 $\frac{a+1}{b} = \frac{1}{45}$ 得 $b = 45(a+1)$,由 $\frac{a}{b-1} = \frac{1}{46}$ 得 $b = 46a+1$ 。联立得 $45(a+1) = 46a+1$,解得 $a = 44, b = 2025$,原分数 $=\frac{44}{2025}$ 。

3. 52

4. 5 【解析】质数 A 需满足 $A+14, A+18, A+32, A+36$ 均为质数。当 $A=5$ 时, $5+14=19$ (质数), $5+18=23$ (质数), $5+32=37$ (质数), $5+36=41$ (质数),均符合。5. 50 【解析】假设每头牛每天吃1份草,草每天的生长量: $(100 \times 100 - 120 \times 80) \div (100 - 80) = 20$ (份),原有草量: $100 \times$ $100 - 20 \times 100 = 8000$ (份),那么这片草地可供180头牛吃 $8000 \div (180 - 20) = 50$ (天)。6. 300 【解析】原长方体的底面为一个正方形,底面正方形的边长: $140 \div (3+4) \div 4 = 5$ (厘米),原长方体的体积: $5 \times 5 \times (5+3+4) = 300$ (立方厘米)。7. 70 【解析】因为水杯底面直径为50cm,水桶倾斜 45° ,所以图中等腰直角三角形斜边上的高 $=50 \div 2 = 25$ (cm),则水杯深度为 $45+25=70$ (cm)。8. $\frac{13}{12}$ 【解析】 $\frac{65}{18} = \frac{13}{6} \times \frac{5}{3} = \frac{13}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{13}{9} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{9} \times \frac{13}{2}$,只有 $\frac{13}{6} \times \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$,所以原来的正方形边长是 $\frac{13}{6}$,锯下的木条面积是 $\frac{13}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{12}$ (平方米)。9. 1200 【解析】剩下水果的质量: $(2350+1175) \div (5-2) = 1175$ (千克),购进的这批水果共有 $1175+25=1200$ (千克)。10. 120 【解析】 $[36 \div (1 - \frac{1}{3}) + 36] \div (1 - \frac{1}{4}) = 120$ (立方米)。11. 42 【解析】设甲班有 $2x$ 人,乙班为 $(100-2x)$ 人,总分范围: $80.35 \times 100 \leq 76.2 \times 2x + 83.5 \times (100-2x) < 80.45 \times 100$,化简得 $305 < 14.6x \leq 315$,解得 $20.89 < x \leq 21.58$,则甲班人数为 $21 \times 2 = 42$ (人)。12. 100 【解析】 $(370+10-20) \div (1+1+\frac{1}{2}+2) = 80$ (个),则乙实际做了 $80 \div 2 = 100$ (个)零件。13. 32:31 【解析】设瓶子的容积为1,则甲瓶中酒精的体积为 $\frac{4}{7}$,水的体积为 $\frac{3}{7}$;乙瓶中酒精的体积为 $\frac{4}{9}$,水的体积为 $\frac{5}{9}$,则混合后酒精与水的体积比是 $(\frac{4}{7} + \frac{4}{9}) : (\frac{3}{7} + \frac{5}{9}) = 32:31$ 。14. 40 【解析】如解图,过点B作 $BM \perp CG$ 于点M,过点A作 $AN \perp CG$ 于点N, $S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} \times DE \times AN + \frac{1}{2} \times CE \times BM =$ $\frac{7}{2} \times AN + 6 \times BM = 38$ ①, $S_{\triangle AEG} + S_{\triangle FEB} = \frac{1}{2} \times EG \times AN + \frac{1}{2} \times EF \times BM$ $= \frac{21}{2} \times AN + \frac{15}{2} \times BM = 65$ ②,则 $BM = (\text{①} \times 3 - \text{②}) \div \frac{21}{2} = \frac{14}{3}, AN =$ $\frac{20}{7}, S_{\triangle ADG} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle AGE} = \frac{7}{2} \times AN + \frac{21}{2} \times AN = 40$ 。

第14题解图

一题多解 设三角形 DEA 的面积为 a , 三角形 BEF 的面积为 b , 则可列方程组: $\frac{a}{65-b} = \frac{7}{15+6}, \frac{38-a}{b} = \frac{5+7}{15}$, 解得 $a=10, b=35$, 所以三角形 ADG 的面积为: $10+(65-35)=40$.

15 78 【解析】 $A+B+C+D+E+F=351-(11+12+13)=315$. 其中 A, B, C 依次减小 1, D, E, F 依次增加 1, 可得 $A+D=B+E=C+F=315 \div 3=105$, 即第二、三排的相对的两个座位之和均相等, 可得 $m+(m+1)=A+D=B+E=C+F=105$, 则 $m=52$. 截止到 52 号, 正好是两排座位, 则一共有 $52 \div 2 \times 3=78$ (个) 座位.

二、16 原式 $= \frac{1211677}{182860}$

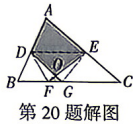
17. 原式 $= 202$

18. 解: 原式 $= \frac{2023 \times (3.5 \times 71 + 3.6)}{(3.5 + 0.1) \times 71 - 3.5}$
 $= \frac{2023 \times (3.5 \times 71 + 3.6)}{3.5 \times 71 + 7.1 - 3.5}$
 $= \frac{2023 \times (3.5 \times 71 + 3.6)}{3.5 \times 71 + 3.6}$
 $= 2023$

19. 解: 原式 $= 2 \times (\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \cdots + \frac{1}{2017 \times 2021} + \frac{1}{2021 \times 2025})$
 $= 2 \times \frac{1}{4} \times (1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \cdots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2025})$ (裂项相消)
 $= \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{2025})$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{2024}{2025}$
 $= \frac{1012}{2025}$

三、20. 解: 如解图, 设 EF, DG 相交于点 O , 连接 DE, DF, EG , 因为 $2AD=3DB, 2AE=3EC$, 所以 $AD=\frac{3}{5}AB, AE=\frac{3}{5}AC$, 所以 $DE \parallel BC, DE=\frac{3}{5}BC$. 又因为 $9FG=2BC$, 所以 $FG=\frac{2}{9}BC$, 所以 $FG:DE=\frac{2}{9}BC:\frac{3}{5}BC=10:27$. 所以 $S_{\triangle ADE}=\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} S_{\triangle ABC}=\frac{9}{25} S_{\triangle ABC}=\frac{9}{25} \times 1800=648, S_{\text{梯形 } DECB}=1800-648=1152$. 由金字塔模型得, $S_{\triangle BDF}+S_{\triangle CEG}=(1-\frac{2}{9}) \times (1-\frac{3}{5}) S_{\triangle ABC}=\frac{14}{45} S_{\triangle ABC}=\frac{14}{45} \times 1800=560$, 所以 $S_{\text{梯形 } DECF}=1152-560=592$, 根据蝴蝶模型可得: $S_{\triangle DEO}+S_{\triangle OFG}=\frac{10^2+27^2}{(10+27)^2} \times S_{\text{梯形 } DECF}$

$= \frac{829}{1369} \times 592 = 358 \frac{18}{37}$, 所以 $S_{\text{阴影部分}}=S_{\triangle ADE}+S_{\triangle DEO}+S_{\triangle OFG}=648+358 \frac{18}{37}=1006 \frac{18}{37}$. 答: 阴影部分的面积是 $1006 \frac{18}{37}$.



21. 解: $5 \div (1 - \frac{1}{7}) \div (1 - \frac{1}{5}) \div (1 - \frac{1}{3}) = \frac{175}{16}$ (斗).

答: 这个人原来背了 $\frac{175}{16}$ 斗米出关.

22. 解: 将这批零件的工作总量看作单位“1”, 师徒二人合作的工作效率为 $\frac{1}{18}$, 合作生产时长为 $(18 \frac{5}{6} - 1 \frac{1}{2})$ 小时, 则徒弟 1.5 小时的工作量为 $1 - \frac{1}{18} \times (18 \frac{5}{6} - 1 \frac{1}{2}) = \frac{1}{27}$, 则徒弟的工作效率为 $\frac{1}{27} \div 1 \frac{1}{2} = \frac{2}{81}$. 零件总数即为 $12 \div \frac{2}{81} = 486$ (个), 师父每小时加工的零件个数: $486 \times \frac{1}{18} - 12 = 15$ (个).

答: 师父每小时加工 15 个零件.

解题技巧 合作工程问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 6”P4.

23. 解: 相遇时客、货两车所行路程的比是 5:4, 速度比则为 5:4, 设相遇前客车的速度为 $5v$, 则货车的速度为 $4v$, 相遇后客、货两车的速度比为 $5v:(4v+36)$, 路程比为 4:5, 时间比为 1:1, 则 $\frac{4}{5v} : \frac{5}{4v+36} = 1:1$, 解得 $v=16$, 所以客车的速度: $16 \times 5 = 80$ (千米/时), 客车 4.5 小时共行路程: $80 \times 4.5 = 360$ (千米). 答: 甲、乙两地相距 360 千米.

解题技巧 相遇问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 7”P4.

24. 解: (1) 出租车: $8.5 + (8-3) \times 2 = 18.5$ (元). 答: 乘坐出租车需要 18.5 元. (2) 设小华家到旅游景点的距离为 x 千米. 当 $3 < x \leq 12$ 时, $2.4x + \frac{x}{30} \times 24 - [8.5 + (x-3) \times 2] = 14.3$, 解得: $x=14$ (超出范围, 舍去); 当 $x > 12$ 时, $2.4x + \frac{x}{30} \times 24 + (x-12) \times 0.8 - [8.5 + (x-3) \times 2] = 14.3$, 解得: $x=13.2$. 答: 小华家到旅游景点的距离是 13.2 千米. 25. 解: (1) 已知出现了 32, 说明最少出现过 2 个 16, 进而最少出现过 4 个 8, 则此时总分至少是 $32+16 \times 2+8 \times 4=96$ (分). 答: 此时总分至少是 96 分.

(2) 答: 不能, 理由: “成功结束”最少要得分: $2048+1024 \times 2+512 \times 4+256 \times 8+128 \times 16+64 \times 32+32 \times 64+16 \times 128+8 \times 256=18432$ (分), $18432 > 18000$, 所以一个过程结束后恰好得到了 18000 分, 不是一次“成功结束”.

(3) 由(2)可得, “成功结束”最少得分是 18432 分, 因为要使总分最少, 且最后黑板上的数互不相同, 所以此时黑板上的 7 个数除 2048 外为最小的 6 个数, 即: 2048, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 则得分: $18432+32+16 \times 3+8 \times 7=18568$ (分). 答: 这个过程的总分最少是 18568 分.

93. 2026 JDFZ 入学数学真卷 (三)

快速对答案

一、填空题 1. 10 7 2. 216 56.52 3. 59 4. 7.74
5. b 6. 乙 7. 960 8. 76 9. D 10. 271 11. 30
12. 16.5

计算题、解答题请看“详解详析”P50

详解详析

一、1. 10 7

2. 216 56.52 【解析】将正方体铁块熔铸成圆柱, 体积不变, 所以圆柱体积等于正方体体积, $6 \times 6 \times 6 = 216$ (立方分米); 在正方体中削一个最大的圆锥, 这个圆锥的底面直径和高都等于正方体的棱长. 圆锥底面半径: $6 \div 2 = 3$ (分米); 圆锥底面积: $3.14 \times 3^2 = 28.26$ (平方分米), 圆锥体积: $28.26 \times 6 \times \frac{1}{3} = 56.52$ (立方分米).

3. 59 【解析】因为 $100 \div 3 = 33$ (盏)……1 (盏), 所以第一次拉了 33 盏; $100 \div 5 = 20$ (盏), 所以第二次拉了 20 盏; $3 \times 5 = 15$ (盏), $100 \div 15 = 6$ (盏)……10 (盏), 两次都拉的有 6 盏, $33+20-6=47$ (盏), 被拉过的有 47 盏; $100-47=53$ (盏), 没有被拉过的有 53 盏; 最后亮着的灯一共有 $53+6=59$ (盏).

4. 7.74 【解析】当圆形靠近盆的角落时, 未被覆盖的部分为边长等于半径的正方形的面积减去四分之一圆形的面积, 四个角落的未覆盖部分面积相同. 通过拼接, 未被覆盖的部分的总面积 = 边长为 6 的小正方形面积 - 直径为 6 的圆的面积. $6 \times 6 - 3.14 \times (6 \div 2)^2 = 7.74$ (平方厘米).

5. b 【解析】由 a 和 b 都是非零自然数, 它们之间的关系为 $a \div 0.5 = b$, 则 $b \div a = 2$, 可知 b 和 a 是倍数关系, 根据倍数关系知, 最小公倍数是大数, 因此 a 和 b 的最小公倍数是 b .

6. 乙 【解析】甲超市: $a \times (1-20\%) \times (1-20\%) = 0.64a$; 乙超市: $a \times (1-40\%) = 0.6a$; 丙超市: $a \times (1-30\%) \times (1-10\%) = 0.63a$; $0.6a < 0.63a < 0.64a$, 所以乙超市价格最低, 应到乙超市.

7. 960 【解析】平均每人应该工作: $(1+6+5+4) \div 4 = 4$ (天); 每天的工资为: $480 \div (4-1) = 160$ (元), 甲得到报酬: $160 \times$

$6 = 960$ (元).

8. 76 【解析】 $(5+3) \times 2 \times 7 - 3 \times 2 \times 6 = 76$ (厘米).

9. D 【解析】4.23 中“2”在十分位上, 表示 2 个 0.1, 也就是 0.2, 题目 D 符合条件.

10. 271 【解析】 $n=1$ 时, 共有小立方体的个数为 1, 看不见的小立方体的个数为 0, 看得见的小立方体的个数为 $1-0=1$ (个); $n=2$ 时, 共有小立方体的个数为 $2 \times 2 \times 2=8$ (个), 看不见的小立方体的个数为 $(2-1) \times (2-1) \times (2-1)=1$ (个), 看得见的小立方体的个数为 $8-1=7$ (个); $n=3$ 时, 共有小立方体的个数为 $3 \times 3 \times 3=27$, 看不见的小立方体的个数为 $(3-1) \times (3-1) \times (3-1)=8$ (个), 看得见的小立方体的个数为 $27-8=19$ (个); ……; $n=10$ 时, 共有小立方体的个数为 $10 \times 10 \times 10=1000$ (个), 看不见的小立方体的个数为 $(10-1) \times (10-1) \times (10-1)=729$ (个), 看得见的小立方体的个数为 $1000-729=271$ (个).

11. 30 【解析】阴影部分面积是三角形 ACD 的面积减去三角形 ECD 的面积. $(6+10) \times 10 \div 2 - 10 \times 10 \div 2 = 30$ (平方厘米).

12. 16.5 【解析】 $B \rightarrow C$, 对应题图②面积不断扩大的第一段, 用时 4 秒, 故 $BC=2 \times 4=8$ (cm); $C \rightarrow D$, 对应题图②面积不变的第二段, 用时 $6-4=2$ (s), 故 $CD=2 \times 2=4$ (cm); $D \rightarrow E$, 对应题图②面积不断扩大的第三段, 用时 $9-6=3$ (s), 故 $DE=2 \times 3=6$ (cm); 由图形结构知 $AB=CD+EF$, $AF=BC+DE$; 由 $AB=5EF$, 得 $4EF=CD$, 故 $EF=\frac{1}{4} \times 4=1$ (cm); $F \rightarrow A$ 对应题图②最后下降的一段, $AF=BC+DE=8+6=14$ (cm), 故 $EF+AF=14+1=15$ (cm), EF 与 AF 段的时间: $15 \div 2=7.5$ (s); 故 $b=9+7.5=16.5$ (s).

二、13. 原式 $= 0$ 14. 原式 $= \frac{15}{2}$

15. 解: 原式 $= 2377.08 \div 2.84 - \frac{1.25 \times 2}{1.75+1.25} + 2 \div \frac{4}{5} + 2.5 \div \frac{3}{22}$
 $= 837 - \frac{5}{6} + 2 \times \frac{5}{4} + 2.5 \times \frac{22}{3}$
 $= 837 + (\frac{5}{2} + \frac{110}{6} - \frac{5}{6})$
 $= 837 + 20$
 $= 857$

16. 原式 $= 196$ 17. 原式 $= \frac{209}{225}$

18. 解: 原式 $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} + \frac{1}{64} - \frac{1}{128} + \frac{1}{128}$ (裂项相消)
 $= \frac{1}{124} - \frac{1}{248} + \frac{1}{248} - \frac{1}{496}$
 $= \frac{7}{8} + \frac{2}{31} - \frac{1}{496}$
 $= \frac{15}{16}$

19. $x - 70\%x = 5.7$

解: $0.3x = 5.7$

$x = 19$

20. $\frac{1}{9} : \frac{2}{3} = \frac{3}{8} : x$

解: $\frac{1}{9}x = \frac{3}{8} \times \frac{2}{3}$

$x = \frac{9}{4}$

21. 解: 由题图可知骑共享单车的时间占全程的 $\frac{1}{4}$, 全程用的

时间为: $5 \times 4 = 20$ (分钟), 乘出租车行驶的路程为: $6.4 -$

$1.6 = 4.8$ (千米), 乘出租车行驶的时间为: $20 - 16 = 4$ (分钟), 出租车行驶的平均速度为: $4.8 \div 4 = 1.2$ (千米/分)。

答: 出租车行驶的平均速度是 1.2 千米/分。

22. 解: 母线 底面周长

底面周长: $3.14 \times 6 \times 2 = 37.68$ (cm), 圆心角: $37.68 \times 180^\circ \div$

$(3.14 \times 10) = 216^\circ$, 圆锥表面积: $3.14 \times 10 \times 10 \times (216^\circ \div$

$360^\circ) + 3.14 \times 6 \times 6 = 301.44$ (cm²)。

答: 圆锥的表面积是 301.44 cm²。

23. 解: (1) 7 10

(2) $b = 3a + 1$ 【解法提示】观察题图, 如果剪切次数用 a

表示, 分成的段数用 b 表示时, a 和 b 的关系是: $b = 3 \times$

$(a + 1) - 2 = 3a + 1$ 。

(3) 61 【解法提示】将 $a = 20$ 代入 $b = 3a + 1$, 得 $b = 3 \times 20 + 1 = 61$ 。

24. 解: 设甲、乙的速度为 1, 丙的速度为 3。先追乙, 再返回

追甲: $(1 \times 1) \div (3 - 1) \times 2 + (1 \times 3) \div (3 - 1) \times 2 = 4$ (小时); 先

追甲, 再返回追乙: $(1 \times 2) \div (3 - 1) \times 2 + (1 \times 3) \div (3 - 1) \times 2 =$

5 (小时)。4 小时 < 5 小时。所以先追乙, 再返回追甲用的

时间最少。答: 先追乙, 再返回追甲用的时间最少。

25. 解: 第一次混合时, 甲、乙两种酒精体积比是: $(62\% -$

$58\%) : (72\% - 62\%) = 2 : 5$; 第二次混合时, 甲、乙两种

酒精体积比是 $(63.25\% - 58\%) : (72\% - 63.25\%) =$

$3 : 5$ 。设第一次混合时, 甲、乙两种酒精各取 $2x$ 升、

$5x$ 升, 则 $(2x + 15) : (5x + 15) = 3 : 5$, 解得 $x = 6$, 所以甲种

酒精取: $2 \times 6 = 12$ (升), 乙种酒精取: $5 \times 6 = 30$ (升)。

答: 甲种酒精取了 12 升, 乙种酒精取了 30 升。

26. 解: (1) 36 64 【解法提示】由所给表格可知, 当 $n = 1$

时, $x = 1, y = 1 = 1^2$; 当 $n = 2$ 时, $x = 3 = 1 + 2, y = 4 = 2^2$; 当 $n =$

3 时, $x = 6 = 1 + 2 + 3, y = 9 = 3^2$; ...; 所以 $x = 1 + 2 + 3 + \dots + n =$

$\frac{n(n+1)}{2}, y = n^2$; 所以当 $n = 8$ 时, $a = \frac{8 \times 9}{2} = 36; b = 8^2 = 64$ 。

(2) $n = 2x - y$ 【解法提示】因为 $1 = 2 \times 1 - 1, 2 = 2 \times 3 - 4, 3 =$

$2 \times 6 - 9, 4 = 2 \times 10 - 16, \dots$, 所以 $n = 2x - y$ 。

(3) 196 可以看作 91 与 105 这两个“三角形数”之和。理

由如下: 因为 $\frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = (n+1)^2$, 令 $(n+1)^2 =$

196 , 解得 $n = 13$, 所以 $\frac{13 \times 14}{2} = 91; \frac{14 \times 15}{2} = 105$ 。

27. 解: (1) $\triangle DAH$ 与 $\triangle HEF$ 全等, 理由如下:

因为四边形 $ABCD$ 和四边形 $BEFG$ 都是正方形, 所以 AD

$= AB, \angle A = 90^\circ, BE = EF, \angle E = 90^\circ$, 因为 $AH = BE$, 所以 HE

$= HB + BE = HB + AH = AB$, 所以 $AD = HE$ 。又因为 $BE = EF, AH =$

BE , 所以 $AH = EF$, 在 $\triangle DAH$ 与 $\triangle HEF$ 中, $AD = EH, \angle A = \angle E$

$= 90^\circ, AH = EF$, 所以 $\triangle DAH$ 和 $\triangle HEF$ 是全等三角形。

(2) 画出裁切线如解图。【作图提示】如解图所示, 用

无刻度的直尺画出线段 DH, FH , 再沿 DH, FH 进行裁切,

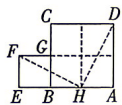
则裁切后的卡纸可以拼接成一个大正方形。由折叠的性

质得 $AH = BH = \frac{1}{2}AB$, 因为大正方形 $ABCD$ 的边长是小正

方形 $BEFG$ 的 2 倍, 所以 $BE = \frac{1}{2}AB = AH$, 根据题图①中的

拼图的方法即可将题图②中裁切后的卡纸拼接成一个大

正方形。



第 27 题解图

94. 2026 JDFZ 入学数学真卷 (四)

快速对答案

一、填空题 1. 438 2. 90 3. 9 4. 23 5. 13 6. 26

7. 17% 8. 8 18 9. 8 10. 45 11. 8% 12. 0.5

13. 40 14. 42

计算题、统计及图形、简答题请看“详解详析”P51

详解详析

一、1. 438 【解析】由于有 4 个人知道自己帽子上的数能否

被 A 整除, 另外 5 个人不确定, 故这 4 个人看到了所有的 A

的两位倍数, 这些数恰好在那 5 个不确定的人的帽子上,

故两位数中 A 的倍数有 5 个, 则 $5A < 100, 6A \geq 100$, 得

$16 \frac{2}{3} \leq A < 20$, 故 A 可以为 17, 18 或 19。假设第 1 轮举手

中, 帽子上有 A 的 5 个倍数的人分别为 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ,

另外四个人除小明外还有 b_1, b_2, b_3 , 由于 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

这 5 个人都非常聪明, 他们看到小明和 b_1, b_2, b_3 三个人能

知道, 说明这四个人看到了 A 的所有两位倍数都在他们 5

个人头上, 而他们都看到另外 4 个人头上的数, 所以也

都能推断出自己头上的数分别为 A, 2A, 3A, 4A, 5A。第 2

轮举手时, 由于 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 都知道了自己头上的数,

所以可以确定自己头上的数是否能被 24 整除。而小明能

知道, 说明他又看到了 24 的所有两位倍数, 即 24, 48, 72,

96 都出现在了其他 8 个人头上。而除去 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

和小明六人外, 只有 b_1, b_2, b_3 三个人了, 所以 24, 48, 72, 96

中必定有一个数在 A, 2A, 3A, 4A, 5A 中出现了。那么只有

可能是 $A = 18, 4A = 72$ 是 24 的倍数。此时 b_1, b_2, b_3 三个

头上的数分别为 24, 48, 96, 所以小明看到的 8 个数的总和

是 $18 + 36 + 54 + 72 + 90 + 24 + 48 + 96 = 438$ 。

2. 90 【解析】设这批鞋共有 x 双, 则卖出的鞋为 $(x - 5)$ 双。

$14.8 \times (x - 5) - 13x = 88$, 解得 $x = 90$, 所以这批拖鞋共有

90 双。

3. 9 【解析】因为甲虫每次都从奇数行爬到偶数行, 偶数行

爬到奇数行, 而由奇数行有 25 个黑格子, 偶数行有 16 个

黑格子知, 偶数行的 16 只甲虫爬到奇数行会空出 9 个格

子, 而奇数行的 25 只甲虫爬到偶数行就可以没有空格。

白格子甲虫也会从奇数行爬到偶数行, 偶数行爬到奇数

行, 但是奇数行和偶数行都是 20 个格子, 最少的情况下不

会出现空格子, 所以最少出现 9 个空格。

4. 23 【解析】平面上这 7 个点, 任意 3 点都不在同一条直

线上, 若任意 2 点连接, 共可连出 $C_2^7 = 7 \times 6 \div 2 = 21$ (条) 线

段。现在只连接 18 条线段, 有 3 条没有连出, 要使得这 18

条线段所构成的三角形最多, 需使得没连出的这 3 条线段

共同参与的三角形总数最多, 故这 3 条线段共点。对于这

3 条线段中的任何一条, 还与其他 5 个点本应构成 5 个三

角形, 故这 3 条线段没连出, 至少少构成 $5 \times 3 - 3 = 12$ (个)

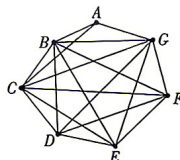
三角形。如解图所示, 在图中 AD, AE, AF 之间未连接, 因

为其中 $\triangle ADE, \triangle AED, \triangle ADF, \triangle AFD, \triangle AEF, \triangle AFE$ 被重

复计算, 所以减去 3。而平面内任何三点不共线的 7 个点,

若任何 2 点连线, 最多可构成 $C_2^7 = 35$ 个三角形。故这些线

段最多可构成三角形 $35 - 12 = 23$ (个)。



第 4 题解图

5. 13 【解析】要想用最少的钱, 4 头牛都能过河, 保证时

间最短: 第一步: 甲与乙一起过河, 并由小明骑甲牛返回,

共用: $2 + 1 = 3$ (分钟); 第二步: 返回原地的小明再骑丙与丁

过河后再骑乙牛返回, 共用了 $6 + 2 = 8$ (分钟); 第三步: 最

后小明骑甲与乙一起过河用了 2 分钟, 所以, 小明要把这

4 头牛都赶到对岸, 最少要用 $3 + 8 + 2 = 13$ (分钟)。

6. 26 【解析】设单开进水管注满水箱的 $\frac{1}{3}$ 所需进水时间为

x 分钟, 同时开一个进水管与一个出水孔注满水箱的 $\frac{1}{3}$ 所

需的进水时间为 y 分钟, 则 $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x + 2y = 22 \end{cases}$, 解得 $x = 6, y = 8$; 以

水箱的 $\frac{1}{3}$ 看作“1”, 则进水速度为 $\frac{1}{6}$, 出水速度为 $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} =$

$\frac{1}{24}$, 所以灌满水箱最上层的 $\frac{1}{3}$ 需要: $1 \div (\frac{1}{6} - \frac{1}{24} \times 2) = 1 \div \frac{1}{12}$

$= 12$ (分钟), 那么总共需要 $6 + 8 + 12 = 26$ (分钟)。

7. 17% 【解析】设这批笔记本的成本是“1”, 因此定价是 $1 \times$

$(1 + 30\%) = 1.3$ 。其中 80% 的卖价是 $1.3 \times 80\%$, 20% 的卖价

是 $1.3 \div 2 \times 20\%$ 。因此全部卖价是 $1.3 \times 80\% + 1.3 \div 2 \times 20\%$

$= 1.17$ 。实际获得利润的百分数是 $1.17 - 1 = 0.17 = 17\%$ 。

8. 8 18 【解析】苹果的数量是 3 的倍数, 梨的数量是 2 的

倍数。3 的倍数有 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, ...,

其中是 2 的倍数的有 6, 12, 18, 24, 30, ... 其中是 5 的倍

数的有 15, 30, ... 若有 18 个苹果, 则按照第一种分法, 梨的

数量为 $18 \div 3 = 6, 6 + 2 = 8$ (个), 按照第二种分法, 梨的数量

为 $18 \div 5 = 3 \dots 3, (3 + 1) \times 2 = 8$ (个), 符合要求。若有 33

个苹果, 则按照第一种分法, 梨的数量为 $33 \div 3 = 11, 11 + 2 =$

13 (个), 按照第二种分法, 梨的数量为 $33 \div 5 = 6 \dots 3, (6 +$

$1) \times 2 = 14$ (个), 不符合要求。所以苹果的数量是 18, 梨的

数量是 8。

9. 8 【解析】 $1 \div (1 - 20\%) - 1 = 1.25 - 1 = 25\%, 2 \div 25\% =$

8 (米), 所以原正方形的边长是 8 米。

10. 45 【解析】小明在 $3 - 1 = 2$ (小时) 内走了 $15 \times 3 - 35 \times 1 =$

10 (千米), 那么小明的速度为 $10 \div 2 = 5$ (千米/时), 追及

距离为 $(15 - 5) \times 3 = 30$ (千米), 开汽车去追的话需要: $30 \div$

$(45 - 5) = \frac{3}{4}$ (小时) = 45 (分钟)。

11. 8% 【解析】 $1 : 2 = 2 : 4$, B 盐水浓度: $[14\% \times (2 + 4) - 13\% \times$

$(2 + 1)] \div (4 - 1) = [14\% \times 6 - 13\% \times 3] \div 3 = [84\% - 39\%] \div 3 =$

$45\% \div 3 = 15\%$, A 盐水浓度: $14\% \times (1 + 2) - 15\% \times 2 = 14\%$

$\times 3 - 15\% \times 2 = 42\% - 30\% = 12\%$, C 盐水浓度: $[10.2\% \times (1 +$

$1 + 3) - 12\% \times 1 - 15\% \times 1] \div 3 = [10.2\% \times 5 - 12\% - 15\%] \div 3 =$

$[51\% - 12\% - 15\%] \div 3 = 24\% \div 3 = 8\%$ 。

12. 0.5 【解析】设需要 x 千克乙溶液, 由题意得 $1 \times 10\% +$

$50\%x = 1 \times 30\% + 10\%x$, 解得 $x = 0.5$, 所以需要 0.5 千克乙

溶液。

13. 40 【解析】将最后 7 件衬衫按原售价出售的话, 商店应

该获利 $702 + (70 - 70 \times 0.8) \times 7 = 800$ (元), 按原售价卖每

件获利 20 元, 所以商店一共进了 $800 \div 20 = 40$ (件) 衬衫。

14. 42 【解析】 $18 \triangle 12 = (18, 12) + [18, 12] = 6 + 36 = 42$ 。

二、1. 解: 原式 = $\frac{1}{5}$ 2. 解: 原式 = 11 3. 解: 原式 = 196

4. 解: 原式 = $(1999 + \frac{1991}{1999}) \times \frac{1}{4} \times \frac{1997}{1999}$

$= [2000 - (1 - \frac{1991}{1999})] \times \frac{1}{4} \times \frac{1997}{1999}$

$= 2000 \times \frac{1}{4} \times \frac{8}{1999} \times \frac{1}{4} \times \frac{1997}{1999}$

$= 500 - 1$

$= 499$

三、1. 解: (1) 60 60

(2) 李明提高: $(92 - 80) \div 80 \times 100\% = 15\%$, 张强提高: $(91 -$

$70) \div 70 \times 100\% = 30\%$

答:李明第五次检测的成绩比第一次提高了15%,张强第五次检测的成绩比第一次提高了30%。

(3)张强提高得快,原因:思考时间占比高,学习方法更优。(原因不唯一,合理即可)

2. 解:(1) $\pi r \cdot r \cdot \pi r^2 h$

(2) $\frac{1}{2}(a+b)h_1 \times h_2$. 理由:因为上、下底面为上底为 b , 下底为 a , 高为 h_1 的等腰梯形, 两个等腰梯形可以拼成长为 $(a+b)$, 高为 h_1 的平行四边形, 平行四边形又可切拼成 $(a+b)$, 宽为 h_1 的长方形, 即两个题图②中的四棱柱可切拼转化为一个长为 $(a+b)$, 宽为 h_1 , 高为 h_2 的长方体, 所以四棱柱的体积公式为 $(a+b) \cdot h_1 \cdot h_2 \div 2$, 即 $\frac{1}{2}(a+b)h_1 \times h_2$ 。

(3) $4 \times 4 \times 12 = 192$ (立方厘米), $\frac{1}{2} \times (20+12) \times 5 = 80$ (平方厘米), $192 \div 80 = 2.4$ (厘米), $13+2.4 = 15.4$ (厘米), 容器高度为15 cm, $15 < 15.4$. 答:此时容器里的水深是15厘米。

四、1. 解:甲+乙+丙= $\frac{1}{45}$, $2700 \div 45 = 60$ (元), 甲+乙+丁= $\frac{1}{40}$,

$2800 \div 40 = 70$ (元), 乙+丙+丁= $\frac{1}{36}$, $2880 \div 36 = 80$ (元), 甲+

丙+丁= $\frac{1}{30}$, $2700 \div 30 = 90$ (元), 甲+乙+丙+丁= $(\frac{1}{45} + \frac{1}{40} + \frac{1}{36} + \frac{1}{30}) \div 3 = \frac{13}{360}$, 甲+乙+丙+丁= $(60+70+80+90) \div 3 = 100$ (元), 甲: $\frac{13}{360} \times \frac{1}{36} = \frac{1}{120}$, 120天, 乙: $\frac{13}{360} \times \frac{1}{30} = \frac{1}{360}$, 360天,

丙: $\frac{13}{360} \times \frac{1}{40} = \frac{1}{90}$, 90天, 丁: $\frac{13}{360} \times \frac{1}{45} = \frac{1}{72}$, 72天, $72 < 90 < 100$

$< 120 < 360$, 故只能将工程交给丙或丁工程队, 丙: $100-70=30$ (元/天), 丁: $100-60=40$ (元/天), 丙: $90 \times 30 = 2700$ (元), 丁: $72 \times 40 = 2880$ (元), $2700 < 2880$, 故应该将工程给丙工程队。

答:应该将工程交给丙工程队, 支付的工程款是2700元。

2. 解:变速后 $V_{甲}:V_{乙}=5 \times (1-20\%) : 4 \times (1+20\%) = 5:6$, $S_{甲}=4$ 份, $S_{乙}=\frac{4}{5} \times 6 = 4.8$ 份, $10 \div (5-4.8) \times (5+4) = 450$ (km)。

答:A、B两地相距450千米。

3. 解:①+②+③= $\frac{1}{20}$, ②+③+④= $\frac{1}{21}$, ①+③+④= $\frac{1}{28}$, ①+②+④= $\frac{1}{30}$, ①+②+③+④= $(\frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28} + \frac{1}{30}) \div 3 = \frac{1}{18}$, $1 \div \frac{1}{18} = 18$ (分钟)。答:18分钟可以完成。

4. 解:追及距离相同, 追及时间比, $t_{快}:t_{慢}=7:14=1:2$, $V_{快}:V_{慢}=2:1$, $(800-600) \div (2-1) = 200$ (米/分), $V_{快}=200 \times 2 = 400$ (米/分), $V_{慢}=800-400=400$ (米/分), $S_{追及距离}=7 \times (800-400) = 2800$ (米), $2800 \div 8+400=750$ (米/分)。

答:中速车的速度是750米/分。

5. 解:质量比甲:乙=400:600=2:3, 取出: $400 \times \frac{3}{5} = 240$ (g)

答:从甲(乙)容器取出240克盐水倒入了另一个容器中。

6. 解:设进价为 x 元。定价: $x(1+40\%) = 1.4x$, 希望纯利润:

$1.4x - x - 300 = 0.4x - 300$, 利润减少部分: $1.4x \times (1-90\%) \times (1-70\%) = 0.042x$, $0.042x = (0.4x - 300) \times 15\%$, 解得 $x = 2500$ 。答:利民商店买进这批蚊香时一共用了2500元。

95. 2026 JDFZ 入学数学真卷(五)

快速对答案

一、填空题 1. 60 2. 27:4 3. 5 4. 23550 5. 146

6. 50 7. 290 8. 198 9. 甲 10. $\frac{2n-1}{n^2}$ 11. 27 12. 84

计算题、解答题请看“详解详析”P52

详解详析

一、1. 60 2. 27:4

3. 5 【解析】得分只可能是0分、10分、20分、...、100分, 共11种不同的得分。 $45 \div 11 = 4 \dots 1$, 所以至少有 $4+1=5$ (名) 同学的得分相同。

4. 23550 【解析】该零件的体积大约是 $3.14 \times [(40 \div 2)^2 - (20 \div 2)^2] \times 50 \div 2 = 23550$ (cm³)。

5. 146 【解析】两个质数的和是75, 75是奇数, 所以这两个质数必一奇一偶, 2是唯一的偶质数, 所以另一个质数是 $75-2=73$, 这两个质数的积是 $2 \times 73 = 146$ 。

6. 50 【解析】 $60 \times 90\% = 54$ (元), 这件商品的进价是 $54 \div (1+8\%) = 50$ (元)。

7. 290 【解析】甲每分钟加工 $(610+10+10) \div (3+2 \times 2) = 90$ (个), 乙每分钟加工 $90-10=80$ (个), 甲比乙多加工 $90 \times (3+2) - 80 \times 2 = 290$ (个) 零件。

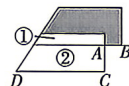
8. 198 【解析】阴影区域的面积可看作两个圆的面积和一个四边形的面积之和, 圆的半径是 $12 \div 2 \div 2 = 3$ (cm)。 $18-3 \times 2 = 12$ (cm), 所以这个四边形是边长为12 cm的正方形, 因此阴影区域的面积是 $2 \times 3 \times 3 + 12 \times 12 = 198$ (cm²)。

9. 甲 【解析】根据题意可知, 丁没有说错, 如果丁说错了, 甲、乙、丙说的都是对的, 那么这四个人中就没有最矮的了。丁没有说错, 则乙也没有说错, 那么甲和丙必有一个人说错了。假设甲说对了, 那么丙也说对了, 所以此假设不成立, 所以说错的是甲。由上述推理可得, 这四个人的身高按从高到低排列为: 乙、甲、丙、丁, 所以, 身高从高到低排在第二位的是甲。

10. $\frac{2n-1}{n^2}$ 【解析】观察题中图形可知, 图形有2层时, 整个三角形中小三角形的个数是 $4=2^2$, 阴影部分有 $(2+1)$ 个小三角形, 则阴影部分的面积占整个三角形面积的 $\frac{2+1}{2^2}$; 图形有3层时, 整个三角形中小三角形的个数是 $9=3^2$, 阴

影部分有 $(3+2)$ 个小三角形, 则阴影部分的面积占整个三角形面积的 $\frac{3+2}{3^2}$; 图形有4层时, 整个三角形中小三角形的个数是 $16=4^2$, 阴影部分有 $(4+3)$ 个小三角形, 则阴影部分的面积占整个三角形面积的 $\frac{4+3}{4^2}$... 据此可得: 图形有 n 层时, 整个三角形中小三角形的个数是 n^2 , 阴影部分有 $n+n-1=(2n-1)$ 个小三角形, 则阴影部分的面积占整个三角形面积的 $\frac{2n-1}{n^2}$ 。

11. 27 【解析】如解图所示, $S_{阴影} + S_{\text{空白}} = S_{\text{大}} + S_{\text{小}}$, 所以 $S_{阴影} = S_{\text{大}} - S_{\text{小}}$, ②是一个梯形, 所以阴影部分的面积为 $(10-2+10) \times 3 \div 2 = 27$ 。



第11题解图

12. 84 【解析】A的速度是B的2倍, 在相同的时间内, B走1条边多7个栏杆, 即走1条边多7个间隔, 则A走2条边多 $7 \times 2 = 14$ (个) 间隔, 即正方形广场一边上有 $7+14=21$ (个) 间隔, 一条边上有 $21+1=22$ (个) 栏杆, 所以广场四周一共有 $22 \times 4 - 4 = 84$ 个栏杆。

【解题技巧】围成封闭图形的植树问题: 植树棵数=间隔数; 根据甲、乙的速度倍数关系, 得出正方形广场一条边上间隔数。

二、13. 原式=25600 14. 原式= $\frac{3}{4}$

15. 解: 原式= $35 + (4.32 \times 0.6 + 1.68 \times 0.6) + 2.4$

= $35 + [0.6 \times (4.32 + 1.68)] + 2.4$

= $35 + 3.6 + 2.4$

= 41

16. 解: 原式= $(\frac{2011}{2008} + \frac{2011}{1004} + \frac{2011}{251}) \div (\frac{2009}{2008} + \frac{2009}{1004} + \frac{2009}{251})$

= $[(\frac{1}{2008} + \frac{1}{1004} + \frac{1}{251}) \times 2011] \div [(\frac{1}{2008} + \frac{1}{1004} + \frac{1}{251}) \times 2009]$

= $\frac{2011}{2009}$

17. 解: 原式= $30 \times \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} + 40 \times \frac{3}{4} + \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} + 50 \times \frac{4}{5} + \frac{5}{4}$

= $\frac{4}{5} + 60 + \frac{5}{6} + \frac{6}{5} \times \frac{5}{6}$

= $20+1+30+1+40+1+50+1$

= 144

18. 解: 原式= $\frac{1}{5} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{492} - \frac{1}{497} +$

$\frac{1}{497} - \frac{1}{502})$ (裂项相消)

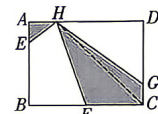
= $\frac{1}{5} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{502})$

= $\frac{25}{251}$

19. $x = \frac{1}{4}$ 20. $x = \frac{4}{9}$

三、21. 解: A注满时水的体积和容器容积相等, 可得 $10v = 25h_A$, 所以注水速度 $v = 2.5h_A$, B注满时水的体积和容器容积相等, 可得 $(18-10)v = 10(12-h_A)$, 结合 $v = 2.5h_A$, 所以A的高度 $h_A = 4$ cm, 所以注水速度 $v = 10$ cm³/s。C的容积是整个容积的 $\frac{1}{6}$, 所以 $[25 \times 4 + 10 \times (12-4)] \div (1 - \frac{1}{6}) \div 10 = 21.6$ (s)。答: 注满整个容器所需时间为21.6 s。

22. 解: 如解图所示, 连接HC。因为E、G分别是AB、CD的四等分点, $AB = CD$, 所以 $AE = CG$, 三角形AEH与三角形HCG的高的长度和是AD, 所以三角形AEH与三角形HCG的面积和是 $6 \div 4 \times 8 \div 2 = 6$ (cm²)。又因为F是BC的中点, 所以 $BF = FC = 8 \div 2 = 4$ (cm), 三角形CFH的面积是 $4 \times 6 \div 2 = 12$ (cm²), 阴影部分的面积是 $6+12=18$ (cm²)。答: 阴影部分的面积是18平方厘米。



第22题解图

23. 解: 小客车单价: $300 \div 10 = 30$ (元/人), 大巴车单价: $700 \div 30 \approx 23.33$ (元/人), $23.33 < 30$, 所以尽量多坐大巴车。 $80 \div 30 = 2$ (辆) ... 20 (人), $20 \div 10 = 2$ (辆), $700 \times 2 + 300 \times 2 = 2000$ (元)。

答: 大巴车和小客车各租2辆时费用最少, 最少是2000元。

24. 【思路分析】把这项工程看作单位“1”, 计算出当甲、乙没有休息时的工作总量, 根据工作时间=工作总量÷工作效率; 用工作总量除以甲、乙、丙的总效率, 即为完成这项工程一共用了多少天。

解: 甲公司工作效率: $1 \div 20 = \frac{1}{20}$, 乙公司工作效率: $1 \div 30 = \frac{1}{30}$, 丙公司工作效率: $1 \div 60 = \frac{1}{60}$, 假如甲、乙没有休息, 共

完成的工作总量为 $1 + \frac{1}{20} \times 4 + \frac{1}{30} \times 3 = 1 + \frac{3}{10}$, 完成这项工作

一共用了 $1 \div \frac{3}{10} \div (\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60}) = 13$ (天)。

答: 13天完成了这个项目。

25. 解: 由题意可知, A跑5步的路程与B跑3步的路程相同,

即B跑1步的路程是A跑 $\frac{5}{3}$ 步的路程。又因为A跑3步的时间与B跑5步的时间相同,所以A和B的速度之比是 $3:(\frac{5}{3} \times 5) = 9:25$,同理可得A与C的速度之比为 $25:49$ 。

因为A单位时间内跑1米,则B跑 $\frac{25}{9}$ 米,C跑 $\frac{49}{25}$ 米,B追上A一圈需要 $300 \div (\frac{25}{9} - 1) = \frac{675}{4}$ (个)单位时间,C追上A一圈需要 $300 \div (\frac{49}{25} - 1) = \frac{625}{2}$ (个)单位时间。A、B、C再次相遇的时间应既是 $\frac{675}{4}$ 的整数倍,又是 $\frac{625}{2}$ 的整数倍。

$\frac{675}{4}$ 与 $\frac{625}{2}$ 的最小公倍数是 $\frac{16875}{2}$,即经过8437.5个单位时间他们第一次相遇。

答:经过8437.5个单位时间他们第一次相遇。

26. 解:(1) = 【解法提示】 $A+B = \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}, B+A = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} +$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8+1 & 7+2 \\ 6+3 & 5+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$,所以 $A+B=B+A$ 。

(2) $3A = 3 \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 3 & 2 \times 3 \\ 3 \times 3 & 4 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}, 2B = 2 \times$

$\begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \times 2 & 7 \times 2 \\ 6 \times 2 & 5 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 14 \\ 12 & 10 \end{bmatrix}$,所以 $3A + 2B =$

$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 14 \\ 12 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+16 & 6+14 \\ 9+12 & 12+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 20 \\ 21 & 22 \end{bmatrix}$ 。

答: $3A+2B = \begin{bmatrix} 19 & 20 \\ 21 & 22 \end{bmatrix}$ 。

(3) $AB = \begin{bmatrix} 20 & 17 \\ 48 & 41 \end{bmatrix}, BA = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} =$

$\begin{bmatrix} 8 \times 1 + 7 \times 3 & 8 \times 2 + 7 \times 4 \\ 6 \times 1 + 5 \times 3 & 6 \times 2 + 5 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 44 \\ 21 & 32 \end{bmatrix}$,所以AB和BA不相等。答:AB和BA不相等。

27. 解:(1) 因为 $BC:CG=2:3$,且 $BC=15$,所以 $CG=15 \times \frac{3}{2+3}=9$ 。

答:CG的长度是9。

(2) 因为AH与CG是“斜截等积线段”,所以 $S_{\triangle ACH} = S_{\triangle CGH}$,又 $S_{\triangle ACH} = \frac{1}{2} \times AH \times AB, S_{\triangle CGH} = \frac{1}{2} \times CG \times AB$,即 $AH = CG = 9$,所以 $DH = AH - AD = 9 - 5 = 4$ 。答:DH的长度为4。

96. 2026 JDFZ 入学数学真卷(六)

快速对答案

一、填空题 1. 10:7 2. 18.84 3. 27 4. 48 5. 52
6. 89 7. 4 8. 30 9. C 10. 44 11. 16 12. 2或3.2

计算题、应用题请看“详解详析”P53

详解详析

一、1. 10:7 2. 18.84 3. 27 4. 48

5. 52 【解析】3个3个数余1个,5个5个数余2个,最少是7个,因为3和5的最小公倍数是15,所以15的整数倍加7都可满足3个3个数余1个,5个5个数余2个,但还要满足7个7个数余3个,因为 $7 \div 7$ 没余数, $15 \div 7$ 余数是1,所以要余数是3就要加3个15,也就是45,那么结果就是 $7+45=52$ 。

6. 89 【解析】设另一个加数为 x ,则个位是0的加数为 $10x$,由题意可得 $x+10x=979$,即 $11x=979$,解得 $x=979 \div 11=89$ 。

7. 4 【解析】8颗装的有 $(136-20 \times 5) \div (8-5) = 12$ (盒),5颗装的有 $20-12=8$ (盒),5颗装比8颗装巧克力少 $12-8=4$ (盒)。

8. 30 【解析】 $\frac{1}{4} \times 3 \times 8^2 - 6 \times 6 \div 2 = 30$ (cm^2)。

9. C 【解析】根据题意,A、C的预测截然相反,必一对一错。因为只有一人正确,不论A、C谁正确,B必错,所以甲是最后一名,则A错,所以C预测正确。可验证推论的正确性。假设A的预测正确,则甲是第一名。那么B预测:“甲不是最后一名。”也正确,这与题目中“其中只有一个人的预测是正确的”相矛盾,即假设不成立,所以A预测错误,则C预测正确。

10. 44 【解析】 $8 \times 3 = 3 \times 8 - 2 \times 3 = 18, 18 \times 5 = 3 \times 18 - 2 \times 5 = 44$ 。

11. 16 【解析】 $\triangle BCH$ 的面积为 $16 \times 16 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 16$ (cm^2)。

12. 2或3.2 【解析】第一阶段:乙同学到达O点前(含O点, $0 \leq t \leq 3$),乙从N点到O点的距离为3米,速度1米/秒,到达O点用时 $3 \div 1 = 3$ (秒)。甲从M点出发向右走, $OM=8$ 米,到达O点用时 $8 \div 2 = 4$ (秒), t 秒后甲到O点的距离为 $(8-2t)$ 米。乙从N点出发向左走, t 秒后乙到O点的距离为 $(3-t)$ 米。根据题意得 $8-2t=4(3-t)$,解得 $t=2$ (满足 $0 \leq t \leq 3$)。第二阶段:乙同学到达O点后($t > 3$),乙从O点开始以2米/秒向右运动,运动时间为 $(t-3)$ 秒,到O点的距离为 $2(t-3)$ 米。甲到O点的距离为 $(8-2t)$ 米。分两种情况讨论:①甲还未到达O点($3 < t < 4$): $8-2t=4 \times 2(t-3), t=3.2$ (满足 $3 < t < 4$)。②甲已过O点(含O点, $t \geq 4$): $2t-8=4 \times 2(t-3), t \approx 2.67$ (不满足 $t \geq 4$,舍去)。所以 $t=2$ 或 $t=3.2$ 。

二、13. 原式 $=\frac{539}{450}$ 14. 原式 $=12$ 15. 原式 $=22.425$

16. 解:原式 $=0.11 \times 15.4 + 0.11 \times 5 - 0.11 \times 20 \times 1.02 + 7.4$
 $=0.11 \times (15.4 + 5 - 20.4) + 7.4$
 $=0.11 \times 0 + 7.4$
 $=7.4$

17. 解:原式 $=10001 \times \frac{444}{137 \times 37} + \frac{542 \times 279 + 280}{542 \times 28 - 26.2}$

$$= 73 \times 12 + \frac{542 \times (280 - 1) + 280}{542 \times 28 - 26.2}$$

$$= 876 + \frac{542 \times 280 - 542 + 280}{542 \times 28 - 26.2}$$

$$= 876 + \frac{10 \times (542 \times 28 - 26.2)}{542 \times 28 - 26.2}$$

$$= 886$$

18. 解:原式 $= (1 + \frac{1}{2}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) - (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) +$
 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}) - (\frac{1}{6} + \frac{1}{7})$
 $= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$
 $= 1 - \frac{1}{7}$
 $= \frac{6}{7}$

19. $x=30$ 20. $x=\frac{5}{2}$

三、21. 解:小亮的速度不变,从B到D的时间为10分钟,小亮骑自行车速度为 $2400 \div 10 = 240$ (米/分), $12 \times 96 \div (240 - 96) = 8$ (分钟), $2400 - 240 \times 8 = 480$ (米)。

答:小亮从书店出发后,经过8分钟在返回途中追上妈妈,此时他们距离家里还有480米。

22. 解: $S_{\text{长方形}ABCD} = 12 \times 6 = 72$ (cm^2), $S_{\text{阴影}} = 72 - 45 = 27$ (cm^2),
 $S_{\triangle AEC} + S_{\triangle EDB} - S_{\text{四边形}EFGH} = S_{\text{阴影}}$,即 $\frac{1}{2} S_{\text{长方形}ABCD} - S_{\text{四边形}EFGH} =$
 27 (cm^2),四边形EFGH的面积为 $72 \div 2 - 27 = 9$ (cm^2)。

答:四边形EFGH的面积为9 cm^2 。

23. 解:集中到A会场: $10 \times 0 + 20 \times 500 + 20 \times 2000 = 50000$ (米),集中到B会场: $10 \times 500 + 20 \times 0 + 20 \times 1500 = 35000$ (米),集中到C会场: $10 \times 1000 + 20 \times 500 + 20 \times 1000 = 40000$ (米),集中到D会场: $10 \times 1500 + 20 \times 1000 + 20 \times 500 = 45000$ (米),集中到E会场: $10 \times 2000 + 20 \times 1500 + 20 \times 0 = 50000$ (米),对比可知,集中到B会场可以使所有人走的路程和最小,为35000米。

答:集中到B会场可以使所有人走的路程和最小。

24. 解:令总工程量为1,甲工作效率 $1 \div 12 = \frac{1}{12}$,乙工作效率 $1 \div 18 = \frac{1}{18}$,甲、乙两人合做共需 $1 \div (\frac{1}{12} + \frac{1}{18}) = 7\frac{1}{5}$ (小时),甲、乙两人各单独做7小时后,工程量还剩 $1 - 7 \times (\frac{1}{12} + \frac{1}{18}) = \frac{1}{36}$,余下的由甲单独做需 $\frac{1}{36} \div \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$ (小时),共用了 $7 \times 2 + \frac{1}{3} = 14\frac{1}{3}$ (小时)。答:完成工作需要 $14\frac{1}{3}$ 小时。

25. 解:第一分钟通知到1个队员;第二分钟最多可通知到3个队员;第三分钟最多可通知到7个队员;第四分钟最多

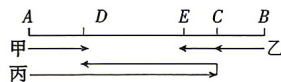
可通知到15个队员;第五分钟最多可通知到31个队员;第六分钟最多可通知到63个队员;所以最少需要6分钟。答:至少需要6分钟才能通知到所有的队员。

26. 解:如解图,假设乙、丙在C处相遇,丙返回,在D处与甲相遇,此时,乙走到了E处。已知 $DE=210$ 米。由于丙的速度是甲的6倍,则有 $CD = (6AD - AD) \div 2 = 2.5AD, AC =$

$3.5AD, CD = \frac{5}{7}AC$ 。那么,丙从C到D所用时间是从A到C的 $\frac{5}{7}$,这段时间乙、丙所走路程和是乙、丙相遇时所走路程和的 $\frac{5}{7}$,即 $CD + CE = 490 \times \frac{5}{7} = 350$ (米),又 $CD - CE =$

210(米),可得 $CD = 280$ (米), $CE = 70$ (米),即相同时间内丙走的路程是乙走的路程的4倍,则乙的速度为 $240 \div 4 = 60$ (米/分),当丙和甲相遇时,三人位置关系、运动方向、速度都与开始时相同,只是甲、乙之间的距离变为原来的 $210 \div 490 = \frac{3}{7}$,因此甲和丙下一次相遇时甲、乙之间的距离也是此时的 $\frac{3}{7}$,即 $210 \times \frac{3}{7} = 90$ (米)。

答:乙每分钟走60米,甲下一次遇到丙时,甲、乙相距90米。



第26题解图

27. 解:(1) 210 【解法提示】 $A_3^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$ (种)。

(2) $C_5^3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (个)答:可以构造10个三角形。

(3) 从9个点中任选3个点的组合数为 $C_9^3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ (种),水平共线、垂直共线、对角线共线的格点共有8组,所以以格点为顶点的三角形共有 $84 - 8 = 76$ (个)。答:以格点为顶点的三角形共有76个。

97. 2026 JDFZ 入学数学真卷(七)

快速对答案

一、填空题 1. 25 2. 1.72 3. 红 4. 18 42 5. A

32 6. $\frac{1}{6}$ 7. 11 8. 0.57 9. C D 10. 18.84

11. 120 12. 12

计算题、解答题请看“详解详析”P54

详解详析

一、1. 25 2. 1.72

3. 红 【解析】 $6+4=10$ (粒), $10 < 11$,即假设前10粒摸出全部黑颜色和蓝颜色的纽扣,再摸出1粒一定就是红颜色的纽扣。

4 18 42 【解析】由“甲、乙两数的比是3:7”可知,去掉两数的最大公因数后甲乙两数独有的质因数分别是3,7,根据“两数的最小公倍数是最大公因数与独有质因数的积”可得出甲乙两数的最小公倍数是它们的最大公因数的(7×3)倍,又知“甲乙两数的最大公因数和最小公倍数的和是132”,则132是它们的最大公因数的(7×3+1)倍,则最大公因数是132÷(7×3+1)=6,甲数是6×3=18,乙数是6×7=42。

5 A 32 【解析】如果E面是长方体底面,那么A面是长方体上面。(36-2×2)÷2÷2=8(cm),这个长方体的体积是8×2×2=32(cm³)。

6 $\frac{1}{6}$ 【解析】第二天蒸发了 $(1-\frac{1}{3})\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$,容器内剩下的酒精占原来的 $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ 。

7 11 【解析】因为任意编号相邻的三个果盘中水果数的和相等,所以1,4,7,10三个盘子里水果数量相等,2,5,8三个盘子里水果数量相等,3,6,9三个盘子里水果数量相等,假设2号和3号盘子里的数量分别为x个和y个,可得3x+3y=100-16×4, x=12-y,因为盘子里水果的数量至少为1个,所以x最大为12-1=11。

8 0.57 【解析】阴影部分的面积=四个扇形面积之和-正方形面积,四个扇形的半径r满足 $r^2=1\times1\div2=\frac{1}{2}$,所以扇形面积之和为 $\frac{1}{2}\pi$,图中阴影部分的面积是 $\frac{1}{2}\pi-1\times1\approx0.57$ 。

9 C D 【解析】若A地去则B地也去,但B地去则C地不能去,C地不去则D地也不能去,D地要不去则E地去,去A、B、E三个地方不符合条件,故如果去A地则无法按要求完成参观。若A地不去,B地去则情况与上面相同,同样也不符合条件。综上,要完成参观,则B地一定不能去,B地不去,前提是A地不去,故A、B两地都不能去。A、B两地都不去,则E地一定不能去。所以能去的地方只有C、D两地。

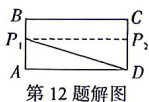
10. 18.84 【解析】 $\frac{120}{360}\times3.14\times3\times2\times3=18.84$ (厘米)。

11. 120 【解析】此图的表面积为 $4\times4\times6+1\times4\times6=120$ (平方厘米)。

解题技巧挖洞问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、技巧”P4。

12. 12 【解析】根据题意,如解图,P点在AB上运动2s,且速度是每秒1cm,则 $AP_1=P_2D=2$ (cm),根据三角形PAD的面积均为 4 cm^2 ,得 $\frac{1}{2}\times AP_1\times AD=4$,则 $AD=4$,P点从 P_1 点运动到 P_2 点需要4s,则 $P_1B+BC+CP_2=2AP_1=4$ (cm),则 $P_1B=0$,所以 P_1 点和B点重合, P_2 点和C点重合, $AB=AP_1=2$ cm,长方形的周长 $=2\times(AB+AD)=2\times$

$(2+4)=12$ (cm)。



第12题解图

二、13. 原式=1.75 14. 原式=30 15. 原式=6

16. 解:原式 $=\frac{17}{2}\div[(\frac{29}{7}-\frac{7}{2})\times\frac{7}{9}]$
 $=\frac{17}{2}\div(\frac{29}{7}\times\frac{7}{9}-\frac{7}{2}\times\frac{7}{9})$
 $=\frac{17}{2}\div(\frac{29}{9}-\frac{49}{18})$
 $=\frac{17}{2}\div\frac{1}{2}$
 $=17$

17. 解:原式 $=2-(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9})\times8$
 (裂项相消)
 $=2-(\frac{1}{4}-\frac{1}{9})\times8$
 $=2-\frac{5}{36}\times8$
 $=2-\frac{10}{9}$
 $=\frac{8}{9}$

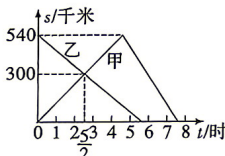
18. 解:原式 $=\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{3}{2}+\dots+\frac{1008}{2}$
 $=\frac{1}{2}\times(1+2+3+\dots+1008)$
 $=\frac{1}{2}\times\frac{(1+1008)\times1008}{2}$
 $=254268$

19. x=160 20. x=30

三、21. 解:(1)甲车的速度是 $300\div\frac{5}{2}=120$ (千米/时),行驶时间是 $540\div120=4.5$ (小时)。

答:甲车从A地到达B地的行驶时间是4.5小时。

(2)图象如解图所示。【解法提示】 $540\div(120\times1.5)=3$ (小时), $4.5+3=7.5$ (小时)。

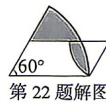


第21题解图

(3)乙车的速度为 $(540-300)\div\frac{5}{2}=96$ (千米/时),乙车到达A地用时 $540\div96=5.625$ (小时),乙车到达A地时,甲车距A地 $540-(5.625-4.5)\times(120\times1.5)=337.5$ (千米)。

答:乙车到达A地时,甲车距A地的距离为337.5千米。

22. 解:先计算一半图形的阴影面积,如解图所示,两个扇形的面积-平行四边形的面积=阴影部分一半的面积, $\frac{60}{360}\times3.14\times6^2+\frac{60}{360}\times3.14\times3^2-6\times2.6=7.95$ (平方厘米), $7.95\times2=15.9$ (平方厘米)。答:图中阴影部分的面积约是15.9平方厘米。



第22题解图

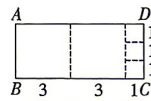
23. 解:根据题意可得,都运进三号仓库: $10\times2\times100\times5+20\times100\times5+40\times2\times100\times5=60000$ (元);都运进四号仓库: $10\times3\times100\times5+20\times2\times100\times5+40\times100\times5=55000$ (元);都运进五号仓库: $10\times4\times100\times5+20\times3\times100\times5=50000$ (元)。50000<55000<60000,所以最少要花50000元运费。答:最少要花50000元运费。

24. 解:两人第一次相遇,共行一个全程,用时为40分钟,第二次相遇,共行三个全程,共走了 $6\times3=18$ (千米),所用时间为 $40\times3=120$ (分钟),120分钟=2小时,相遇时,小王行了一个全程多2千米,小王行了 $6+2=8$ (千米),小张行了 $18-8=10$ (千米),小张的速度为 $10\div2=5$ (千米/时),小王的速度为 $8\div2=4$ (千米/时)。答:小张的速度是5千米/时,小王的速度是4千米/时。

25. 解: $(1-\frac{1}{15}\times8)\div(\frac{1}{15}+\frac{1}{20})=4$ (天), $8+4=12$ (天)。

答:这两项工作都完成最少需要12天。

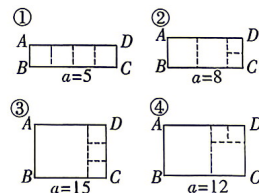
26. 解:(1)4 画出裁剪线如解图①。



第26题解图①

【解法提示】如解图①,第一次剪下边长为3的正方形,剩下长为4,宽为3的长方形;第二次剪下边长为3的正方形,剩下长为3,宽为1的长方形;第三次剪下边长为1的正方形,剩下长为2,宽为1的长方形;第四次剪下边长为1的正方形,剩下边长为1的正方形。

(2)一边长是20,另一边长为a的3元理想长方形ABCD有以下四种,如解图②:



第26题解图②

27. 解:(1) $\frac{4}{3}$ 1 【解法提示】 $12=1\times12=2\times6=3\times4$,因为 $12-1>6-2>4-3$,所以 3×4 是12的最佳分解, $F(12)=\frac{4}{3}$; $25=1\times25=5\times5$,因为 $25-1>5-5$,所以 5×5 是25的最佳分解, $F(25)=\frac{5}{5}=1$ 。

(2)6或24 【解法提示】 $F(a)=\frac{3}{2}$,且a为50以内的正整数,令 $q=3m, p=2m$,则 $a=3m\times2m(m\neq0)$,当 $m=1$ 时, $a=6$,当 $m=2$ 时, $a=24$,当 $m=3$ 时, $a=54>50$,不符合题意。综上, $a=6$ 或 $a=24$ 。

(3)交换其个位上的数与十位上的数得到的新数减去原来的两位数所得的差为36, $10y+x-10x-y=9(y-x)=36$, $y-x=4$,因为 $1\leq x\leq y\leq 9$,且x、y为自然数,所以t可以是15,26,37,48,59。15=1×15=3×5,因为 $15-1>5-3$,所以 $F(15)=\frac{5}{3}$;同理可得: $F(26)=\frac{13}{2}$, $F(37)=37$, $F(48)=\frac{4}{3}$, $F(59)=59$,因为 $\frac{4}{3}<\frac{5}{3}<\frac{13}{2}<37<59$,所以F(t)的最小值是 $\frac{4}{3}$ 。答:F(t)的最小值是 $\frac{4}{3}$ 。

98. 2026 JDFZ 入学数学真卷(八)

快速对答案

一、填空题 1. 11 8 2. 24 16 3. 8 4. 301.44
5. 26 6. 162 7. 14 8. 72 9. 340 10. 148
11. 0.41 12. $16\frac{2}{3}$

计算题、解答题请看“详解详析”P55

详解详析

一、1. 11 8 2. 24 16

3. 8 【解析】总题目为4与6的公倍数,4和6的最小公倍数是12, $12\times\frac{1}{6}=2$ (道), $24\times\frac{1}{6}=4$ (道),甲、乙都答错的题目数不可能超过乙答错的题目数,乙答错3道题,所以总题目数只能为12道题,甲答错的题目数是 $12\times\frac{1}{4}=3$ (道),甲、乙都答对的题目数是 $12-3-3+2=8$ (道)。

4. 301.44 【解析】圆柱的底面半径是 $48\div2\div6=4$ (cm),原来圆柱的体积是 $3.14\times4^2\times6=301.44$ (cm³)。

5. 26 【解析】除数为 $(32-6)\div(5-4)=26$ 。

6. 162 【解析】共需付 $20000\times(1-10\%)\times(1-10\%)\times100=1620000$ (元)=162(万元)。

7. 14 【解析】设学校买篮球x个,则买足球 $(30-x)$ 个, $80\times(30-x)-60x=440$,解得 $x=14$ 。

8. 72 【解析】正方形的边长等于长方形的宽, $AE+AB=FB+$

$EF=FG+EF=EG=16$ 厘米,长方形 $ADHE$ 的周长为 $(AE+AB+BD) \times 2 = (16+20) \times 2 = 72$ (厘米)。

9. 340 【解析】 $720 \times (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}) = 340$ (kg)。

10. 148 【解析】第一幅图形中,黑瓷砖为 $4=3 \times 1+1$;第二幅图形中,黑瓷砖为 $7=3 \times 2+1$;第三幅图形中,黑瓷砖为 $10=3 \times 3+1$;……;第 n 幅图形中黑瓷砖有 $(3n+1)$ 块, $n=49$ 时, $3 \times 49+1=148$ (块)。

11. 0.41 【解析】圆内正方形的面积是 $1.2 \times (1.2 \div 2) \div 2 \times 2 = 0.72$ (平方米),圆的面积是 $3.14 \times (1.2 \div 2)^2 = 1.1304$ (平方米),折叠部分的面积是 $1.1304 - 0.72 = 0.4104 \approx 0.41$ (平方米)。

12. $\frac{2}{3}$ 【解析】动点 P 在 BC 上运动时,对应的时间为 0 s 到 4 s,得 $BC=2 \times 4=8$ (cm),动点 P 在 CD 上运动时,对应的时间为 4 s 到 6 s,得 $CD=2 \times (6-4)=4$ (cm),动点 P 在 DE 上运动时,对应的时间为 6 s 到 9 s,得 $DE=2 \times (9-6)=6$ (cm),若 $AB=4EF$, $EF=AB-CD=4EF-CD$,可得 $EF=\frac{1}{3}CD=\frac{4}{3}$ cm,动点 P 在 EF 上运动的时间为 $\frac{4}{3} \div 2 = \frac{2}{3}$ (s),在 AF 上运动的时间就是 BC 和 DE 的时间和,即 $4+(9-6)=7$ (s), $b=9+\frac{2}{3}+7=16\frac{2}{3}$ (s)。

二、13. 原式=0 14. 原式=32 15. 原式= $\frac{9}{10}$

16. 原式= $\frac{1}{4}$ 17. 原式=4

18. 解:原式= $(1-\frac{1}{2})+(1-\frac{1}{6})+(1-\frac{1}{12})+(1-\frac{1}{20})+\dots$

$$\begin{aligned} &= 10 - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{10 \times 11}) \\ &= 10 - (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11}) \\ &\quad (\text{裂项相消}) \\ &= 10 - (1 - \frac{1}{11}) \\ &= 9\frac{1}{11} \end{aligned}$$

19. $x=5$ 20. $x=\frac{3}{7}$

三、21. 解:(1) B

(2) $10:03-10:00=3$ (分), $8000 \times 3=24000$ (立方厘米),玻璃缸内水面的高度是 $24000 \div (50 \times 24) = 20$ (厘米)。

答:10:03 时玻璃缸内水面的高度为 20 厘米。

(3) $50 \times 24 \times (24-20) \div 15 = 320$ (平方厘米)。

答:圆柱体铁块的底面积是 320 平方厘米。

22. 解:根据一半模型可知,三角形 ACE 的面积是正方形面积的一半,因为四边形 $ABDC$ 是正方形, $AC \parallel BD$,在四边形 $ABEC$ 中,根据沙漏模型,可知 $AC:BE=AF:EF$,因为 E 是

BD 的中点,所以 $BE=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}AC$,所以 $EF:AF=1:2$,由

$$\text{底高模型得 } S_{\triangle CEF} = \frac{1}{1+2} S_{\triangle ACF} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} S_{\text{正方形}ABDC} = \frac{1}{6} \times 12 = 2。$$

答:三角形 CEF 的面积为 2。

(模型展示)底高模型、一半模型、沙漏模型:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1、模型 2 和模型 5”P3。

23. 解:周长相等的平面图形中圆的面积最大,圆的半径为 $31.4 \div 3.14 \div 2 = 5$ (米),圆的面积为 $3.14 \times 5^2 = 78.5$ (平方米)。

答:要使基地的面积最大可围成圆形,围成的面积为 78.5 平方米。

24. 解:乙用 40 分钟所走的路程与丙用 $40+10=50$ (分钟)所走的路程相等,所以乙的速度是丙的 $\frac{50}{40} = \frac{5}{4}$ 倍,甲用 $60+40=100$ (分钟)所走的路程与丙用 $100+10+20=130$ (分钟)所走的路程相等,所以甲的速度是丙的 $\frac{130}{100} = \frac{13}{10}$ 倍,甲

出发后追上乙用了 $20 \times \frac{5}{4} \div (\frac{13}{10} - \frac{5}{4}) = 500$ (分钟)。

答:甲出发后用了 500 分钟追上乙。

25. 解:设 C 种酒精有 x 升, B 种酒精有 $(x+3)$ 升, A 种酒精有 $11-(x+x+3) = (8-2x)$ 升,由题意得, $(8-2x) \times 40\% + (x+3) \times 36\% + x \times 35\% = 11 \times 38.5\%$,解得 $x=0.5$, A 种酒精有 $8-2 \times 0.5=7$ (升)。

答: A 种酒精有 7 升。

(一题多解)由于 B 种酒精比 C 种酒精多 3 升,可把 B 种酒精取出 3 升,和 A 种酒精的部分酒精进行混合,得到浓度是 38.5% 的酒精,需要 A 种酒精 $3 \times (38.5\% - 36\%) \div (40\% - 38.5\%) = 5$ (升);再把剩下的 A 种酒精和 B 、 C 两种酒精混合,总溶液是 $11-3-5=3$ (升),其中 B 、 C 两种酒精的混合浓度是 $(36\%+35\%) \div 2 = 35.5\%$, A 和 B 、 C 的质量比是 $(38.5\%-35.5\%) : (40\%-38.5\%) = 2:1$,溶液有 $3 \div (2+1) \times 2 = 2$ (升), A 种酒精有 $5+2=7$ (升)。

26. 解:(1) 能 $360^\circ \div 135^\circ = \frac{8}{3}$ 不能 (4) 六边

27. 解:(1) 90 【解法提示】因为三角形 BEC 和三角形 ADC 全等,所以 $\angle ECB = \angle DCA$,所以 $\angle ECD = \angle ECB + \angle BCD = \angle DCA + \angle BCD = \angle ACB = 90^\circ$ 。

(2) 由正方形性质得 $AD=AB$, $\angle DAB = 90^\circ$, $\angle AED = \angle BFA = 90^\circ$, $\angle ADE + \angle DAE = 90^\circ$,结合 $\angle DAE + \angle BAF =$

$\angle DAB = 90^\circ$,所以 $\angle ADE = \angle BAF$,因此三角形 ADE 和三角形 BAF 全等,得到 $AE=BF=3$ 。在直角三角形 ADE 中,由勾股定理得 $AD^2 = AE^2 + DE^2 = 3^2 + 2^2 = 13$,即正方形 $ABCD$ 的面积为 13。答:正方形 $ABCD$ 的面积为 13。

99. 2026 JDFZ 入学数学真卷(九)

快速对答案

一、填空题 1. $\frac{5}{14}, \frac{5}{12}$ 2. 36 3. 24 4. 143 5. 4

6. 5 6 7. 130° 8. 24 9. 7.5 10. 下午 1:55 11. 34 12. 571

解答题请看“详解详析”P55

详解详析

一、1. $\frac{5}{14}, \frac{5}{12}$

2. 36 【解析】圆锥的底面半径增加 25%,即半径扩大到原来的 $1+25\%=1.25$ 倍,那么圆锥底面积就会扩大到原来的 $1.25^2=1.5625$ 倍,要使圆锥的体积不变,高应缩小到原来的 $\frac{1}{1.5625}$,则高应减少 $1 - \frac{1}{1.5625} = 36\%$ 。

3. 24 【解析】 $8 \times 4 = 3 \times 8 - 2 \times 4 = 16$, $X \times (8 \times 4) = 3X - 2 \times 16 = 40$,即 $X=24$ 。

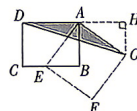
4. 143 【解析】 A, B 是非零自然数, $\frac{1}{12} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$,根据被减数要大于差可知 $\frac{1}{12} < \frac{1}{A}$,根据同分子分数大小比较的方法知 A 最大是 11,即 $\frac{1}{11} - \frac{1}{12} = \frac{1}{132}$,所以 $A=11, B=132, 132+11=143$ 。

5. 4 6 5 6

7. 130° 【解析】因为 $\angle AOC = \angle BOD = 40^\circ$,所以 $\angle COE = \angle AOC + \angle AOE = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 。

8. 24 【解析】正方形 3 的边长 $= 30 - 22 = 8$ (厘米),正方形 5 的周长 $= (22 - 8 \times 2) \times 4 = 24$ (厘米)。

9. 7.5 【解析】如解图,过 G 点作 DA 边上的高,交 DA 的延长线于点 H 。因为 $25=5 \times 5$,所以正方形 $AEGF$ 的边长是 5 cm。 $BE^2 = AE^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 9$, $9=3 \times 3$,所以 $BE=3$ cm,因为 $\angle EAB + \angle BAG = \angle BAG + \angle GAH = 90^\circ$,所以 $\angle EAB = \angle GAH$ 。又因为 $AE=AG$ (均为正方形的边长), $\angle ABE = \angle AHG = 90^\circ$,那么三角形 AHG 可以看作是由三角形 ABE 逆时针旋转 90° 得到的,所以 $EB=GH$,即 $HG=3$ cm。三角形 ADG 的面积为 $5 \times 3 \div 2 = 7.5$ (cm²)。



第 9 题解图

10. 下午 1:55 【解析】下午 1 点用 24 小时计时法表示是 13 时,把时针和分针颠倒了,此时应该是 12 时 05 分,13 时 - 12 时 05 分 = 55 分,13 时 + 55 分 = 13 时 55 分,即现在的时间应该是下午 1:55。

(解題技巧)钟表问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 2”P4。

11. 34 【解析】根据题意,6 是最小的完全数;7 的因数有:1、7,去掉它本身, $7 \neq 1+7$ 不是完全数;8 的因数有:1、2、4、8,去掉它本身, $8 \neq 1+2+4$,8 不是完全数;9 的因数有:1、3、9,去掉它本身, $9 \neq 1+3$,9 不是完全数;……;28 的因数有:1、2、4、7、14、28,去掉它本身, $28 = 1+2+4+7+14$,28 是完全数;29 的因数有:1、29,去掉它本身, $29 \neq 1$,29 不是完全数;30 的因数有 1、2、3、5、6、10、15、30,去掉它本身, $30 \neq 1+2+3+5+6+10+15$,30 不是完全数。因此,30 以内的完全数只有 6 和 28, $6+28=34$ 。

12. 571 【解析】摆的次数与所用正三角形纸片的张数有如下规律:摆一次,用 1 张;摆二次,用 $(1+3)$ 张;摆三次,用 $1+3+6=1+3 \times (1+2)$ 张;摆四次,用 $1+3+6+9=1+3 \times (1+2+3)$ 张,……摆 n 次,用 $1+3 \times [1+2+3+\dots+(n-1)]$ 张。则第 20 次摆放后,该图形共用了正三角形纸片 $1+3 \times [1+2+3+\dots+(20-1)] = 1+3 \times \frac{(1+19) \times 19}{2} = 571$ (张)。

二、13. (1) 原式=108 (2) 原式=40 (3) 原式=1

$$\begin{aligned} (4) \text{解:原式} &= \frac{2 \times 3 \times 4 + 2 \times 3 \times 4 \times 2^3 + 2 \times 3 \times 4 \times 3^3 + \dots + 2 \times 3 \times 4 \times 15^3}{1 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 3 \times 2^3 + 1 \times 2 \times 3 \times 3^3 + \dots + 1 \times 2 \times 3 \times 15^3} \\ &= \frac{2 \times 3 \times 4 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2)}{1 \times 2 \times 3 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2)} \\ &= 4 \end{aligned}$$

14. $x=6$

15. 解:(1) $m \# 4 = 30$,即 $2 \times [m \# (4-1)] + m = 30$, $2 \times [m \# 3] + m = 30$, $m \# 3 = 2 \times [m \# (3-1)] + m = 2 \times [m \# 2] + m$, $m \# 2 = 2 \times [m \# (2-1)] + m = 2 \times [m \# 1] + m = 2 \times m + m = 3m$,则 $m \# 3 = 2 \times [m \# 2] + m = 2 \times 3m + m = 7m$, $2 \times [m \# 3] + m = 30$, $2 \times 7m + m = 30$,即 $m=2$ 。答: m 等于 2。

(2) $m \# 8 = 2 \# 8 = 2 \times [2 \# (8-1)] + 2 = 2 \times [2 \# 7] + 2$;因为 $2 \# 4 = 30$,所以 $2 \# 5 = 2 \times [2 \# (5-1)] + 2 = 2 \times [2 \# 4] + 2 = 2 \times 30 + 2 = 62$; $2 \# 6 = 2 \times [2 \# (6-1)] + 2 = 2 \times [2 \# 5] + 2 = 2 \times 62 + 2 = 126$; $2 \# 7 = 2 \times [2 \# (7-1)] + 2 = 2 \times [2 \# 6] + 2 = 2 \times 126 + 2 = 254$;所以 $2 \times [2 \# 7] + 2 = 2 \times 254 + 2 = 510$ 。答: $m \# 8$ 等于 510。

16. 解:设他在甲机换了 x 次、乙机换了 y 次、丙机换了 z 次。在甲机上每换一次多 1 枚;在乙机上每换一次多 3 枚;在丙机上每换一次多 9 枚;进行了 12 次换币就将一枚硬币换成了 81 枚,多了 80 枚,则 $x+y+z=12$ ①, $x+3y+9z=80$ ②, ②-①得 $2y+8z=68$,即 $y+4z=34$, $y=34-4z$, $x+y+z=12$,能满足上面两式的值为 $x=2, y=2, z=8$,即他在甲机换了 2 次、乙机换了 2 次、丙机换了 8 次。

$D \rightarrow E \rightarrow B$ 段长为 $4b$; 步行速度为 v , 则车速就是 $6v$, 根据题意得 $\frac{a+b}{v} = 32, \frac{5a+4b}{6v} = 22.5$, 将上面两个等式整理可得 $a+b=32v$ ①, $5a+4b=135v$ ②, ① $\times 5$ -②, 可得 $b=25v, a=7v$. 先从 $A \rightarrow D$ 段步行, 再从 $D \rightarrow E \rightarrow B$ 段乘车, 那么行驶的时间和为 $\frac{a}{v} + \frac{4b}{6v} = \frac{7v}{v} + \frac{4 \times 25v}{6v} = 7 + \frac{100}{6} = 23\frac{2}{3}$ (分钟).

答: 先从 A 至 D 步行, 再从 $D \rightarrow E \rightarrow B$ 乘车所需要的总时间是 $23\frac{2}{3}$ 分钟.

27. 解: (1) 是 【解法提示】沿 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, $\angle B = \angle AA_1B_1$, 将余下部分沿 $\angle B_1A_1C$ 的平分线 A_1B_2 折叠, $\angle A_1B_1C = \angle C, \angle AA_1B_1 = \angle C + \angle A_1B_1C, \angle B = 2\angle C$, 经过两次折叠后, 点 B_1 与点 C 重合, $\angle BAC$ 是 $\triangle ABC$ 的正角.
- (2) $\angle B = 3\angle C, \angle B = n\angle C$ 【解法提示】在三角形 ABC 中, 沿 $\angle BAC$ 的平分线 AB_1 折叠, 剪掉重复部分; 将余下部分沿 $\angle B_1A_1C$ 的平分线 A_1B_2 折叠, 剪掉重复部分; 将余下部分沿 $\angle B_2A_2C$ 的平分线 A_2B_3 折叠, 点 B_2 与点 C 重合, 则 $\angle BAC$ 是三角形 ABC 的正角. 根据折叠的性质知, $\angle B = \angle AA_1B_1, \angle C = \angle A_2B_2C, \angle A_1B_1C = \angle A_1A_2B_2$, 由三角形的外角定理知, $\angle A_1A_2B_2 = \angle C + \angle A_2B_2C = 2\angle C = \angle A_1B_1C$, 同理, $\angle AA_1B_1 = \angle C + \angle A_1B_1C = \angle C + 2\angle C = 3\angle C = \angle B$, 所以 $\angle B = 3\angle C$; 当 $\angle B = 2\angle C$ 时, 经过两次折叠后, $\angle BAC$ 是三角形 ABC 的正角; 当 $\angle B = 3\angle C$ 时, 经过三次折叠后, $\angle BAC$ 是三角形 ABC 的正角; ... 故若经过 n 次折叠, $\angle BAC$ 是三角形 ABC 的正角, 则 $\angle B = n\angle C$.
- (3) 该三角形的另外两个角的度数分别为 $10^\circ, 160^\circ$. 【解法提示】由 (2) 知, $\angle B = n\angle C, \angle BAC$ 是三角形 ABC 的正角, 因为最小角是 10° 是三角形 ABC 的正角, 根据正角定义, 设另两角分别为 $(10m)^\circ, (10mn)^\circ$ (其中 m, n 都是正整数), 由题意得 $10m+10mn+10=180$, 所以 $m(n+1)=17$. 因为 m, n 都是正整数, 因此有 $m=1, n+1=17$, 所以 $m=1, n=16, 10m=10, 10mn=160$, 所以该三角形的另外两个角的度数分别为 $10^\circ, 160^\circ$.

101. 2026 JDFZ 入学数学真卷 (十一)

快速对答案

一、填空题 1. 11 $\frac{3}{4}$ 2. 1.4 3. 7 4. 100 5. 20

6. 2240 7. 30 8. 10 9. 39 10. 80 11. $\frac{1}{2}$ 12. 27

计算题、解答题请看“详解详析”P57

详解详析

1. 11 $\frac{3}{4}$ 2. 1.4

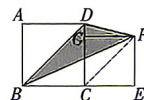
3. 7 【解析】最多剩余 $67-9 \times 2 = 49$ (环), 要使镖数最少, 需让每镖环数尽可能高, $49 \div 10 = 4 \dots 9$ (环), 所以他至少投了 $2+4+1=7$ (镖).
4. 100 【解析】两个三角形的面积和的一半是 $20 \div 2 = 10$ (平方厘米), 图①的面积是 $10 \div (1 - \frac{5}{6}) = 60$ (平方厘米), 图②的面积是 $60 \times \frac{5}{6} = 50$ (平方厘米), 由折叠的性质可知这张梯形纸的面积是图②面积的 2 倍, $50 \times 2 = 100$ (平方厘米).
5. 20 【解析】 $15+16+18+19+20+31=119$ (颗), 甲拿走的是乙拿走的小球颗数一定是 $2+1=3$ 的倍数, $119 \div (1+2) = 39$ (组) ... 2 (颗), 即剩下的一袋颗数除以 3 余 2, 只有 20 除以 3 余 2, 所以剩下的那袋有 20 颗.
6. 2240 【解析】 $5760 \div (1-10\%) = 6400$ (元), $6400 \div (1-20\%) = 8000$ (元), 该物品去年 12 月份的价格与现在的价格的差是 $8000-5760=2240$ (元).
7. 30 【解析】设每人可免费携带的行李质量为 x 千克, 则三人超重行李质量为 $(150-3x)$ 千克, 费用 40 元, 一人带时超重行李质量为 $(150-x)$ 千克, 费用 80 元. 根据题意可列方程 $\frac{150-3x}{40} = \frac{150-x}{80}$, 解得 $x=30$.
8. 10 【解析】设正方形的边长为 a 米, 改成的长方形长比 a 米多 x 米, 那么宽就比 a 米少 x 米. 根据题意可列方程 $a^2 - (a+x)(a-x) = 25$, 解得 $x=5$, 改造的长方形长与宽相差 $(a+x) - (a-x) = 2x = 10$ (米).
9. 39 【解析】比赛总场数为 $6 \times 5 \div 2 = 15$ (场), 平局每场共得 $1+1=2$ (分), 非平局每场共得 $3+0=3$ (分), 非平局有 $15-6=9$ (场), 总分之和是 $6 \times 2 + 9 \times 3 = 39$ (分).
10. 80 【解析】通过观察题图可知, 第 1 个图形的周长是 $1 \times 4 = 4$ (cm), 第 2 个图形的周长是 8 条小正方形的边长之和, 可以写成 $2 \times 4 = 8$ (cm), 第 3 个图形的周长是 12 条小正方形的边长之和, 可以写成 $3 \times 4 = 12$ (cm), ... 所以第 20 个图形的周长是 $20 \times 4 = 80$ (cm).
11. $\frac{1}{2}$ 【解析】圆的半径的平方比就是圆的面积比. 所以三个半圆面积之比是 $(4 \div 2)^2 : (8 \div 2)^2 : (12 \div 2)^2 = 1:4:9$, 所以 $A=1 \div 2 = \frac{1}{2}, B=(4-1) \div 2 \div 3 = \frac{1}{2}, C=(9-4) \div 2 \div 5 = \frac{1}{2}, C:(A+B) = \frac{1}{2} : (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.
12. 27 【解析】直角三角形面积为 $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$, 当圆半径等于三角形内切圆半径时, 圆只能固定在内切圆位置, 直角三角形内切圆半径为 $\frac{9+12-15}{2} = 3, 3=3$, 所以无法接触区域面积 = 三角形面积 - 内切圆面积 = $54 - 3 \times 3^2 = 27$.

二、13. 原式 = $\frac{1}{5}$ 14. 原式 = 4

15. 解: 原式 = $[1.9 + 19\% \times (5.8 - 4.8)] \div (53 \times 0.25 + 30.6 \times 0.25) = (1.9 + 0.19) \div (0.25 \times 83.6) = 2.09 \div 20.9 = 0.1$
16. 解: 原式 = $76 \times \frac{1}{23} - 76 \times \frac{1}{53} + 23 \times \frac{1}{53} + 23 \times \frac{1}{76} - 53 \times \frac{1}{23} + 53 \times \frac{1}{76} = \frac{1}{23} \times (76-53) - \frac{1}{53} \times (76-23) + \frac{1}{76} \times (23+53) = 1-1+1 = 1$
17. 解: 原式 = $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{14})$ (裂项相消)
- $= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{14}) = \frac{3}{14}$
18. 解: 原式 = $9 + \frac{1}{2} + 8 + \frac{1}{4} + 7 + \frac{1}{8} + 6 + \frac{1}{16} + 5 + \frac{1}{32} + 4 + \frac{1}{64} + 3 + \frac{1}{128} + 2 + \frac{1}{256} = (9+8+7+6+5+4+3+2) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256})$ (裂项相消)
- $= 44 + (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} + \frac{1}{64} - \frac{1}{128} + \frac{1}{128} - \frac{1}{256}) = 44 + (1 - \frac{1}{256}) = 44\frac{255}{256}$
19. $(\frac{1}{4}x + 0.33) \div \frac{1}{5} = 19.5$ 20. $\frac{7}{3} : x = 1\frac{5}{9} : \frac{1}{8}$
- 解: $\frac{1}{4}x + 0.33 = 19.5 \times \frac{1}{5}$ 解: $1\frac{5}{9}x = \frac{7}{3} \times \frac{1}{8}$
- $\frac{1}{4}x + 0.33 = 3.9$ $\frac{14}{9}x = \frac{7}{24}$
- $x = 14.28$ $x = \frac{3}{16}$
- 经检验: $x = \frac{3}{16}$ 是原方程的解.
- 三、21. 解: (1) $18+8+39+21+10+40=136$ (人). 答: 全校共有优秀学生 136 人.
- (2) $(18+8) \div 136 \times 100\% \approx 19.1\%$. 答: 一、二年级优秀人数约是全校优秀人数的 19.1%.
- (3) $(40-10) \div 40 \times 100\% = 75\%$.

答: 五年级优秀学生比六年级的少 75%.

22. 解: 如解图所示, 连接 CF , 因为 BD 和 CF 分别是正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 的对角线, 所以 BD 和 CF 平行, 三角形 BDF 和三角形 BDC 同底等高, 所以这两个三角形的面积相等, $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形}} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$ (平方厘米).
- 答: 图中阴影部分的面积是 50 平方厘米.



第 22 题解图

【模型展示】底高模型: 见“高分必备公式、模型及技巧”汇总——三、模型“1”P3.

23. 答: 都在三好超市购买比较省钱. 理由如下: 都在乐福超市买: $452 \times 80\% = 361.6$ (元), 都在三好超市买: $452 \div 100 = 4$ (个) ... 52 (元), $452 - 30 \times 4 = 332$ (元), 书包的单价为 $(452+8) \div 5 = 92$ (元), 学习机的单价为 $4 \times 92 - 8 = 360$ (元), 在乐福超市买学习机, 在三好超市买书包: $360 \times 80\% + 92 = 380$ (元), 在三好超市买学习机, 在乐福超市买书包: $360 \div 100 = 3$ (个) ... 60 (元), $360 - 30 \times 3 + 92 \times 80\% = 343.6$ (元), $332 < 343.6 < 361.6 < 380$, 都在三好超市购买比较省钱.
24. 解: 甲原来的速度是 $\frac{9}{9+7} \times 96 = 54$ (千米/时), 返回时甲的速度是 $54 \times (1+20\%) = 64.8$ (千米/时), 乙的速度是 $\frac{7}{9+7} \times 96 = 42$ (千米/时). 设乙到达 C 地所用的时间为 t 小时, 则甲从 A 地到 B 地所用的时间也为 t 小时, 根据题意可列方程 $54t = 64.8 \times (t - \frac{40}{60})$, 解得 $t=4$, 所以 B、C 两地之间的距离是 $96 \times 4 = 384$ (千米).
- 答: B、C 两地之间的距离是 384 千米.
25. 解: 甲、乙每人清理 $400 \div 2 = 200$ (米), 甲的速度是 $200 \div 60 = \frac{10}{3}$ (米/分), 乙调换工具前的速度是 $\frac{10}{3} \div (1 + \frac{1}{3}) = \frac{5}{2}$ (米/分), 换工具后乙的速度是 $\frac{5}{2} \times 2 = 5$ (米/分), $60 - 10 = 50$ (分), 乙换工具后又工作了 $(200 - 50 \times \frac{5}{2}) \div (5 - \frac{5}{2}) = 30$ (分钟). 答: 乙换工具后又工作了 30 分钟.
- 【一题多解】解: 假设乙换工具前每分钟的工作效率为“1”, 则换工具后每分钟的工作效率为“2”, 甲每分钟的工作效率为 $1 + 1 \times \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$. 1 小时 = 60 分钟, 设乙

换工具后又工作了 x 分钟。根据题意可列方程 $1 \times (60 - 10 - x) + 2x = 1 \frac{1}{3} \times 60$, 解得: $x = 30$ 。答: 乙换工具后又工作了 30 分钟。

26 解: (1) 8 8 12 【解法提示】由题图数轴观察知三把直尺长是 $(16 - 4) \times 2 = 24$ (cm), 所以直尺的长为 $24 \div 3 = 8$ cm。图中点 A 表示的数为 $4 + 8 \div 2 = 8$, 图中点 B 表示的数为 $16 - 8 \div 2 = 12$ 。

(2) 借助数轴, 把小牛与爷爷的年龄差看做一把直尺 AB, 类似爷爷若是小牛现在这么大看做当点 B 移动到点 A 时, 此时点 A 所对应的数为 -30; 小牛若是爷爷现在这么大看做当点 A 移动到点 B 时, 此时点 B 所对应的数为 114, 可知爷爷比小牛大 $[114 - (-30)] \div 3 = 48$ (岁), 所以爷爷现在的年龄为 $114 - 48 = 66$ (岁), 小牛现在的年龄为 $66 - 48 = 18$ (岁)。

答: 爷爷现在的年龄是 66 岁, 小牛现在的年龄是 18 岁。

27 解: (1) 0 【解法提示】当 $a < 0, b > 0$ 时, $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = \frac{a}{-a} + \frac{b}{b} = \frac{b}{b} - 1 = 1 - 1 = 0$ 。

(2) 2 或 -2 或 0 【解法提示】①当 $a > 0, b > 0$ 时, $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = \frac{a}{a} + \frac{b}{b} = 1 + 1 = 2$; ②当 $a > 0, b < 0$ 时, $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = \frac{a}{a} + \frac{b}{-b} = 1 - 1 = 0$; ③当 $a < 0, b > 0$ 时, $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = \frac{a}{-a} + \frac{b}{b} = -1 + 1 = 0$; ④当

$a < 0, b < 0$ 时, $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = \frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} = -1 - 1 = -2$ 。综上所述,

$\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$ 的值为 2 或 -2 或 0。

(3) 因为 $a + b + c = 0$, 所以 $a + b = -c, a + c = -b, b + c = -a$, 所以 $\frac{b+c}{|a|} + \frac{a+c}{|b|} + \frac{a+b}{|c|} = \frac{-a}{|a|} + \frac{-b}{|b|} + \frac{-c}{|c|}$, 又因为 $a + b + c = 0, abc < 0$, 所

以 a, b, c 中有一个负数两个正数, 所以 $\frac{-a}{|a|} + \frac{-b}{|b|} + \frac{-c}{|c|} = 1 +$

$(-1) + (-1) = -1$ 。答: $\frac{b+c}{|a|} + \frac{a+c}{|b|} + \frac{a+b}{|c|}$ 的值是 -1。

102. 2026 JDFZ 入学数学真卷(十二)

快速对答案

一、填空题 1. 50.52 2. 20 3. 7 4. 绿 5. (1) 6
(2) 10 15 6. > 7. 240 8. 17

计算题、解答题请看“详解详析”P58

详解详析

一、1. 50.52 2. 20 3. 7

【模型展示】正方体的展开与折叠: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、技巧 1”P3。

4. 绿 【解析】从题图中可以看到, 与红颜色相邻的颜色有白、蓝、黑、黄, 因为正方体中相对的面不相邻, 所以涂红颜色的对面只能是绿颜色。

5 (1) 6 【解析】发车间隔时间为 12 分钟, 现在两辆车迎面而行, 相当于变为原来的速度的两倍, 则所需的时间为一半, 即小明每隔 $12 \div 2 = 6$ (分钟) 会看见一辆电车迎面开来。

(2) 10 15 【解析】小明走路速度为每小时 5 千米, 所以迎面过来的车相对速度就变成了每小时 $25 + 5 = 30$ (千米), 间隔时间为 $25 \times \frac{12}{60} \div \frac{30}{60} = 10$ (分钟); 从背面开来的电

车, 相对速度为每小时 $25 - 5 = 20$ (千米), 间隔时间为 $25 \times \frac{12}{60} \div \frac{20}{60} = 15$ (分钟)。

6. > 【解析】 $24 - 2 = 22$ (元), 设 1 枝玫瑰 x 元, 1 枝百合 y 元, 则根据题意可列不等式组 $\begin{cases} 6x + 3y > 24 \\ 4x + 5y < 22 \end{cases}$ ①, ②, 由②, 得 $x < \frac{22 - 5y}{4}$, 代入①中, 消去 x 得 $y < 2$; 由②, 得 $y < \frac{22 - 4x}{5}$, 代入①

中, 消去 y 得 $x > 3$, 所以 $2x > 6 > 3y$, 所以 2 枝玫瑰总价大于 3 枝百合总价。

7. 240 【解析】把一篓苹果看作单位“1”, 丙分得其余苹果的 $\frac{1}{2}$, 最后剩下的苹果数正好等于一篓苹果的 $\frac{1}{8}$, 说明丙分得的也正好等于一篓苹果的 $\frac{1}{8}$, 那么甲和乙分得的应该是一篓苹果的 $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$, 这篓苹果共有 $(5 + 7) \div (\frac{3}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}) = 240$ (个)。

8. 17 【解析】假设 1 人 1 小时运 1 份水, 船每小时漏水 $(5 \times 10 - 12 \times 3) \div (10 - 3) = 2$ (份), 船里原有水 $5 \times 10 - 2 \times 10 = 30$ (份), 要在 2 小时内完成需要 $(30 + 2 \times 2) \div 2 = 17$ (人)。

【解法技巧】牛吃草问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 4”P4。

二、9. 解: 原式 $= \frac{2002 \times 2003 - 1}{2003 - 1 + 2001 \times 2003}$

$$= \frac{2002 \times 2003 - 1}{(1 + 2001) \times 2003 - 1} = 1$$

10. 解: 设 $0.23 + 0.34 = A, 0.23 + 0.34 + 0.45 = B$,

原式 $= (1 + A) \times B - (1 + B) \times A$ (换元法)

$$= B + AB - A - AB$$

$$= B - A$$

$$= (0.23 + 0.34 + 0.45) - (0.23 + 0.34)$$

$$= 0.45$$

11. 解: 方程组可化为 $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 6x - 3y = 48 \end{cases}$ ①, ②, ①+②, 得 $8x = 48$, 解得 $x = 6$, 将 $x = 6$ 代入①中, 得 $2 \times 6 + 3y = 0$, 解得 $y = -4$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases}$ 。

三、12. 解: (1) 因为 $AB = BC$ 且 $AB \perp BC$, 所以三角形 ABC 是等腰直角三角形, 所以 $\angle BAC = 45^\circ$, 因为 $AO = OD$, 所以三角形 AOD 是等腰三角形, 所以 $\angle ADO = \angle BAC = 45^\circ$, 所以 $\angle AOD = 180^\circ - \angle ADO - \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ 。

答: $\angle AOD$ 的度数是 90° 。

(2) 阴影部分的面积等于 $\frac{1}{4}$ 圆的面积 + 三角形 CDO 的面积, $\frac{1}{4}$ 圆的面积为 $3.14 \times (8 \div 2)^2 \div 4 = 12.56$ (平方厘米), 三角形 AOC 的面积为 $8 \times 8 \div 2 = 16$ (平方厘米), 三角形 CDO 的面积为 $16 - (8 \div 2) \times (8 \div 2) \div 2 = 8$ (平方厘米), 阴影部分的面积为 $12.56 + 8 = 20.56$ (平方厘米)。

答: 阴影部分的面积是 20.56 平方厘米。

13. 解: 设总资金为 m , 第一天采购员用于购买甲、乙、丙三种树苗的资金分别为 $2x, 3x, x$, 则余下的资金为 $m - 2x - 3x - x$ 。根据题意列出方程 $\frac{1}{5}(m - 2x - 3x - x) + 2x = \frac{3}{3 + 4 + 6}m$, 化简得 $m = 26x$, 即购买甲、乙、丙树苗的总资金为 $26x$, 所以采购员还需购买的乙、丙树苗的资金之比为 $(26x \times \frac{4}{3 + 4 + 6} - 3x) : (26x \times \frac{6}{3 + 4 + 6} - x) = 5 : 11$ 。

答: 采购员还需购买的乙、丙树苗的资金之比是 5 : 11。

14. 解: 设三项活动都参加的人数为 x 人, 则参加围棋小组的人数是 $6x$ 人, 既参加书法小组又参加围棋小组人数就是 $6x + 2 = 3x$ (人), 既参加围棋小组又参加象棋小组的人数为 $3x$ 人。根据容斥原理可列方程 $28 + 29 + 6x - 13 - 3x - 3x + x = 46$, 解得 $x = 2$, 则参加围棋小组的有 $6 \times 2 = 12$ (人)。

答: 有 12 人参加了围棋小组。

【解法技巧】容斥问题两大定理: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 3”P4。

15. 解: (1) $230 < 240, 230 \times 0.48 = 110.4$ (元)。

答: 电费是 110.4 元。

(2) 用电量为 240 千瓦时的电费: $240 \times 0.48 = 115.2$ (元), 超过 240 千瓦时、不超过 400 千瓦时的部分的电费: $(400 - 240) \times 0.55 = 88$ (元), 用电量为 400 千瓦时的电费: $115.2 + 88 = 203.2$ (元), $203.2 < 293.2$, 超过 400 千瓦时的部分的电量: $(293.2 - 203.2) \div 0.9 = 100$ (千瓦时), 上月用电量: $400 + 100 = 500$ (千瓦时)。答: 上月用电量是 500 千瓦时。

16. 解: (1) $4 \times 4 \times 6 = 96$ (平方厘米)。

答: 这个正方体橡皮泥的表面积是 96 平方厘米。

(2) $4 \times 4 \times 4 - 2 \times 2 \times 2 - 1 \times 1 \times 1 = 55$ (立方厘米), $4 \times 55 = 220$ (克)。答: 最终剩下的橡皮泥约有 220 克。

(3) 表面积增加 4 个边长为 2 厘米的正方形的面积和 4 个边长为 1 厘米的正方形的面积, 最终剩下的橡皮泥的表面积是 $96 + 2 \times 2 \times 4 + 1 \times 1 \times 4 = 116$ (平方厘米)。

答: 最终剩下的橡皮泥的表面积是 116 平方厘米。

【易错警示】注意挖洞后增加的面数和位置, 增加的是 4 个边长为 2 厘米的正方形的面积和 4 个边长为 1 厘米的正方形的面积。

17. 解: (1) 设每根进水管的工效为“1”, 那么 A 水池容量为 $4 \times 5 = 20$, B 水池容量为 $6 \times 5 = 30$ 。当用 5 根进水管给 B 水池注水时需 $30 \div 5 = 6$ (小时), 而在 6 小时内 5 根进水管给 A 水池也是注了容量为 30 的水, 所以漏掉水的容量为 $30 - 20 = 10$, 因此漏水工效为 $10 \div 6 = \frac{5}{3}$ 。用 10 根进水管同时给漏水的 A 水池注水需要 $20 \div (10 \times 1 - \frac{5}{3}) = 2.4$ (小时), 2.4 小时 = 144 分钟。答: 如果用 10 根进水管同时给漏水的 A 水池注水, 注满需要 144 分钟。

(2) 设 A 水池需 x 根, 那么 B 水池需 $(10 + 4 - x)$ 根, 每根进水管的工效为“1”, 根据题意可列方程 $(x \times 1 - \frac{5}{3}) : [(10 + 4 - x) \times 1] = 20 : 30$, 解得 $x = 6.6$ 。所以 A 水池用 7 根或 6 根进水管。①当 A 水池用 7 根进水管时, 注满需 $20 \div (7 \times 1 - \frac{5}{3}) = 3.75$ (小时), 3.75 小时 = 225 分钟; B 水池用 10 +

$4 - 7 = 7$ (根) 进水管, 注满需 $30 \div 7 = \frac{30}{7}$ (小时), $\frac{30}{7}$ 小时 = 257 分钟。此时要把两个水池注满最少需要 257 分钟。

②当 A 水池用 6 根进水管时, 注满需 $20 \div (6 \times 1 - \frac{5}{3}) = \frac{60}{13}$ (小时), $\frac{60}{13}$ 小时 = 277 分钟; B 水池用 10 + 4 - 6 = 8 (根)

进水管, 注满需 $30 \div 8 = \frac{15}{4}$ (小时), $\frac{15}{4}$ 小时 = 225 分钟。此时要把两个水池注满最少需要 277 分钟。257 < 277, 所以最少需要 257 分钟。

答: 要把两个水池都注满, 最少需要 257 分钟。

18. 解: (1) $2\sqrt{2}$ 【解法提示】因为 $z = 1 + i$, 所以 $|iz + 3\bar{z}| = |i(1 + i) + 3(1 - i)| = |i + i^2 + 3 - 3i| = |2 - 2i| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$ 。

(2) 1, -1 【解法提示】因为 $(1 + 2i)a + bi = 2i$, 所以 $a + b + 2ai = 2i$, 即 $\begin{cases} a + b = 0 \\ 2a = 2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ 。

(3) $-1 + \frac{3}{2}i$ 【解法提示】因为 $(1 - i)^2 z = 3 + 2i$, 所以 $z = \frac{3 + 2i}{(1 - i)^2} = \frac{3 + 2i}{-2i} = \frac{(3 + 2i) \cdot i}{-2i \cdot i} = \frac{3i - 2}{2} = -1 + \frac{3}{2}i$ 。

(4)3-4i 【解法提示】因为 $iz=4+3i$, 所以 $z=\frac{4+3i}{i}$

$$\frac{(4+3i) \cdot i}{i \cdot i} = \frac{4i-3}{-1} = 3-4i.$$

(5) $\sqrt{2}$ 【解法提示】因为 $z=1+2i+i^2=1+2i-i=1+i$, 所以 $|z|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

105. 2026 JDFZ 英才班入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 12400 124 2. 41 3. 88% 4. 9 5. 23
6. 12 7. 8.6 8. 3:4 9. 2000 10. 2012年10月12日
11. 52 12. 35 13. 6048 14. 2:3 5:6 15. 20
16. 125 17. 111 18. 70950

计算题、解答题请看“详解解析”P59

详解解析

一、1. 12400 124 2. 41

3. 88% 【解析】根据题意, 设去年每册书的成本是 x 元, 利润是 y 元, 则今年每册书的成本是 $(1+10\%)x=1.1x$ (元), 利润是 $(1-40\%)y=0.6y$ (元), 所以 $x+y=1.1x+0.6y$, 整理可得 $x=4y$, 所以今年这种书的成本在售价中所占的百分数是 $1.1x \div (1.1x+0.6y) = 1.1 \times 4y \div (1.1 \times 4y+0.6y) = 4.4y \div 5y = 0.88 = 88\%$.

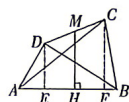
4. 9 【解析】任两种颜色的球的个数之和都不超过 $7-1=6$ (个), 所以最多的是每个颜色的球都有 $6 \div 2=3$ (个), 共有 $3 \times 3=9$ (个).

5. 23 【解析】将工作总量看作单位“1”, 甲的工作效率是 $\frac{1}{15}$, $\frac{3}{3+4} = \frac{1}{5}$, 乙的工作效率是 $\frac{1}{15} \times \frac{4}{3+4} = \frac{4}{105}$, 要抽干水池还需要 $(1-\frac{4}{105} \times 9) \div \frac{1}{35} = 23$ (小时).

6. 12 【解析】哥哥若给弟弟1个苹果, 他俩的苹果个数一样多, 说明哥哥比弟弟多2个苹果; 弟弟若给哥哥1个苹果, 那么弟弟比哥哥少了4个苹果, 此时哥哥的苹果数是弟弟的2倍, 弟弟有 $4 \div (2-1) = 4$ (个) 苹果, 哥哥有 $4 \times 2 = 8$ (个) 苹果, 哥哥与弟弟共买了 $4+8=12$ (个) 苹果.

7. 8.6 【解析】如解图, 分别过点 D, C 作 DE 垂直 AB 于点 E, CF 垂直 AB 于点 F , 则 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} DE \cdot AB = \frac{1}{2} DE \times 20 = 72$ (平方厘米), 所以 $DE = 7.2$ 厘米, 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CF \cdot AB = \frac{1}{2} CF \times 20 = 100$ (平方厘米), 所以 $CF = 10$ 厘米, 因为 M 为 CD 边的中点, 所以 $MH = \frac{1}{2} (DE+CF) = \frac{1}{2} \times (7.2+10) = 8.6$ (厘米).

10) = 8.6 (厘米).



第7题解图

8. 3:4 【解析】将两个小组都参加的人数看作单位“1”, 则只参加书法小组的人数为 $\frac{7}{2}$, 只参加朗诵小组的人数为 5 , 参加书法小组与参加朗诵小组的人数比是 $(1+\frac{7}{2}) : (1+5) = 3:4$.

9. 2000 【解析】从右上到左下的对角线上的数都是20, 沿此对角线对折, 上下重叠的两数之和都是40, 所以这100个数的平均数是 $40 \div 2 = 20$, 它们的和是 $20 \times 100 = 2000$.

10. 2012年10月12日 【解析】把工程总量看作单位“1”, $104 \div (6+1) = 14$ (组) $\cdots \cdots 6$ (天), 所以甲工作一天可完成 $\frac{1}{6 \times 14 + 6} = \frac{1}{90}$; $82 \div (5+2) = 11$ (组) $\cdots \cdots 5$ (天), 所以乙工作一天可完成 $\frac{1}{5 \times 11 + 5} = \frac{1}{60}$; 甲、乙两队合作周期性工作, 每7天完成的工作量为 $\frac{1}{90} \times 6 + \frac{1}{60} \times 5 = \frac{3}{20}$, 则经过6个周期后还剩余的工作量为 $1 - \frac{3}{20} \times 6 = \frac{1}{10}$; 而甲、乙合作一天可完成 $\frac{1}{90} + \frac{1}{60} = \frac{1}{36}$, $\frac{1}{10} \div \frac{1}{36} = 3.6$ (天), 因此所需的时间(含休息)为 $6 \times 7 + 4 = 46$ (天), 由于8月有31天, 所以8月份工作了 $31 - 28 + 1 = 4$ (天), 而 $46 = 4 + 30 + 12$, 因此该工程在2012年10月12日可以竣工.

11. 52 【解析】如解图, 记甲、乙在 C 点处相遇, 即 C 点为 AB 中点. 甲、乙两车后来的速度比是 $5 \times (1+20\%) : 4 = 3:2$, 相遇后, 甲回 A 地走3份路程, 此时乙走2份路程, 得知甲车爆胎的位置是 AC 的 $\frac{1}{3}$ 处 (靠近 A 地); 如果甲不爆胎, 设甲行驶到 AB 中点的时间为 x 小时, 则有 $4:5 = x:3$, 解得 $x = \frac{12}{5}$, 甲从爆胎位置行驶到 AB 中点的时间为 $\frac{12}{5} \times (1 - \frac{1}{3}) = \frac{8}{5}$ (小时); 甲爆胎前后的速度比为 $5:5 \times (1+20\%) = 5:6$, 路程一定, 时间和速度成反比, 设甲爆胎后行驶到 AB 中点的时间为 y 小时, 则有 $6:5 = \frac{8}{5} : y$, 解得 $y = \frac{4}{3}$; 更换轮胎时间为 $3 - \frac{12}{5} \times \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = \frac{13}{15}$ (小时), $\frac{13}{15} \times 60 = 52$ (分钟).

12. 35 【解析】根据题意可得, $2017-r, 1029-r, 725-r$ 均能被

d 整除, $(2017-r) - (1029-r) = 988, (2017-r) - (725-r) = 1292, (1029-r) - (725-r) = 304$, 则988, 1292, 304均能被 d 整除, $988 = 2 \times 2 \times 19 \times 13, 1292 = 2 \times 2 \times 19 \times 17, 304 = 2 \times 2 \times 2 \times 19$, 所以这三个数的最大公因数是 $2 \times 2 \times 19 = 76$, 所以 d 为76的因数, 即 d 的值可能是76, 38, 19, 4, 2, 1 (被1除余数可看成0). 当 $d=76$ 时, $725 \div 76 = 9 \cdots \cdots 41$, 即 $r=41$, 此时 $d-r=76-41=35$; 当 $d=38$ 时, $725 \div 38 = 19 \cdots \cdots 3$, 即 $r=3$, 此时 $d-r=38-3=35$; 当 $d=19$ 时, $725 \div 19 = 38 \cdots \cdots 3$, 即 $r=3$, 此时 $d-r=19-3=16$; 当 $d=4$ 时, $725 \div 4 = 181 \cdots \cdots 1$, 即 $r=1$, 此时 $d-r=4-1=3$; 当 $d=2$ 时, $725 \div 2 = 362 \cdots \cdots 1$, 即 $r=1$, 此时 $d-r=2-1=1$; 当 $d=1$ 时, $725 \div 1 = 725$, 即 $r=0$, 此时 $d-r=1-0=1$. 因为 $35 > 16 > 3 > 1$, 所以 $d-r$ 的最大值是35.

13. 6048 【解析】 $[\frac{2017 \times 3}{11}] = 550, [\frac{2017 \times 4}{11}] = 733, [\frac{2017 \times 5}{11}] = 916, [\frac{2017 \times 6}{11}] = 1100, [\frac{2017 \times 7}{11}] = 1283, [\frac{2017 \times 8}{11}] = 1466, 550+733+916+1100+1283+1466=6048$.

14. 2:3 5:6 【解析】由题图可知, 2个小长方形的长等于3个小长方形的宽, 故小长方形的宽:长=2:3; 大长方形的长为2个小长方形的长, 宽为1个小长方形的长加宽, 故大长方形的宽:长=(3+2):(2×3)=5:6.

15. 20 【解析】其中一个顾客买的货物重量是另一个顾客的2倍, 那么这两个顾客买的货物总重量是3的倍数, $15+16+18+19+20+31=119$ (千克), $119 \div 3 = 39 \cdots \cdots 2$, 即剩下的一箱货物重量除以3应当余2, 只能是20千克.

【解法提示】巧和倍问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式1”P4.

16. 125 【解析】第一次从乙中倒给甲一半, 其中含有纯酒精 $400 \times 50\% \times \frac{1}{2} = 100$ (升); 第二次, 混合后从甲中倒一半给乙, 其中纯酒精占一半, 即有纯酒精 $100 \times \frac{1}{2} = 50$ (升), 此时甲中还剩纯酒精 $100-50=50$ (升); 第三次未倒前乙中含有纯酒精 $100+50=150$ (升), 混合后倒一半给甲, 其中纯酒精占一半, 即有纯酒精 $150 \times \frac{1}{2} = 75$ (升), 此时甲中含有 $50+75=125$ (升) 纯酒精.

17. 111 【解析】分母是11的分数一共有 $2 \times 11 - 1 = 21$ (个), 从分母是1的分数到分母是11的分数一共有 $1+3+5+7+\cdots+21 = (1+21) \times 11 \div 2 = 121$ (个), $\frac{11}{11}$ 后面还有10个分母是11的分数, 所以 $\frac{11}{11}$ 是第 $121-10=111$ (个) 分数.

18. 70950 【解析】分子和分母只有公因数1的分数为最简分数, 不为最简分数即分子和分母有共同的因数(除1

外), 有公因数就有最大公因数, 不妨设最大公因数为 a , 则 $a = (3n+2, 5n+1) = (3n+2, 2n-1) = (n+3, 2n-1) = (n+3, n-4) = (7, n-4)$, 即 $a=7$, 所以分子和分母的最大公因数为7. 因为原分数不为最简分数, 则 $n-4=7k$ ($k=0, 1, 2, 3, \cdots$), 又因为 n 为三位数, 即 $100 \leq n \leq 999$, 所以 $100 \leq 7k+4 \leq 999$, 即 $14 \leq k \leq 142, 142-14+1=129$, 所以所有三位数 n 之和为 $7 \times (14+15+16+\cdots+142) + 4 \times 129 = 70950$, 所以使 $\frac{3n+2}{5n+1}$ 不为最简分数的所有三位数 n 之和等于70950.

二、1. 解: 原式 $= (1^2-3^2) + (5^2-7^2) + \cdots + (45^2-47^2) + 49^2$
 $= -(3^2-1^2) - (7^2-5^2) - \cdots - (47^2-45^2) + 49^2$
 $= -[(3-1)(3+1) + (7-5)(7+5) + \cdots + (47-45)(47+45)] + 49^2$
 $= -[2 \times 4 + 2 \times 12 + \cdots + 2 \times 92] + 2401$
 $= -2 \times (4+12+\cdots+92) + 2401$
 $= -2 \times \frac{12 \times (4+92)}{2} + 2401$
 $= -2 \times 576 + 2401$
 $= -1152 + 2401$
 $= 1249$

2. 解: 原式 $= (3 \times 32 + 3 \times \frac{21}{73} + 3 \times 12 + 3 \times \frac{8}{25}) \div (32 + \frac{21}{73} + 12 + \frac{8}{25})$
 $= 3 \times (32 + \frac{21}{73} + 12 + \frac{8}{25}) \div (32 + \frac{21}{73} + 12 + \frac{8}{25})$
 $= 3$

3. 解: 原式 $= (3.3-0.18+1.56 \times 3 \times 0.8) \times 0.3 \div 0.5$
 $= (3.3-0.18+3.744) \times 0.3 \div 0.5$
 $= 6.864 \times 0.3 \div 0.5$
 $= 2.0592 \div 0.5$
 $= 4.1184$

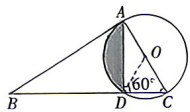
4. 解: 原式 $= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \cdots + \frac{2}{15 \times 16}$
 $= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{15} - \frac{1}{16})$
 $= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{16})$
 $= \frac{7}{8}$

三、1. 解: 因为 $BD:DC=3:1$, $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的高相等, 所以 $S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ACD}=3:1, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3+1} \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \times 31.2 = 7.8$ (cm²). 如解图, 连接 OD , 因为 $OA=OC=OD=6 \div 2=3$ (cm), $\triangle AOD$ 与 $\triangle COD$ 等底等高, 所以 $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle COD}=1:1$, 所以 $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 7.8 = 3.9$ (cm²), 因为 $OA=OD, \angle CAD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$, 所以 $\angle ADO=30^\circ$, 所以 $\angle AOD=$

$$180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ, \text{ 因此 } S_{\text{阴影}} = \frac{120}{360} \times 3.14 \times 3^2 = 9.42(\text{cm}^2)。$$

因此 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} - S_{\triangle AOD} = 9.42 - 3.9 = 5.52(\text{cm}^2)$ 。

答:阴影部分的面积是 5.52 平方厘米。



第 1 题解图

2. 解: 终点设置在 AE 上或 AD 上距点 A 小于 400 米的位置上即可(包括 A 点, 不包括 E 点)。证明: 因为点 E 为 AB 的中点, $AB=600$ 米, 所以 $EB=300$ 米。①终点在 AE 上时, 乌龟最多游 300 米, 兔子最少走 $300+1000+600+1000=2900$ (米), $300 \times 5 < 2900$, 所以终点设置在 AE 上乌龟可以获胜; ②终点不可能在 EB 上, 因为这样它们的路程一样, 乌龟是不会胜的; ③终点也不可能落在 BC 上, 因为乌龟至少游 300 米, 可兔子最多走 $300+1000=1300$ (米), $1300 < 300 \times 5$, 所以乌龟是不会胜的; ④终点也不可能落在 CD 上, 因为乌龟至少游 1000 米, 可兔子最多走 $300+1000+600=1900$ (米), $1900 < 1000 \times 5$, 所以乌龟是不会胜的; ⑤终点在 AD 上时, 乌龟至少游 300 米, 兔子至少走 $300+1000+600=1900$ (米), $1900 > 300 \times 5$, 所以乌龟可以胜, 设 AD 边上有一点 F , $AF=x$ 米, 连接 EF , 令 $SEF=EB+BC+CD+DF$, 即 $5 \times \sqrt{300^2+x^2}=300+1000+600+(1000-x)$, 解得 $x=\frac{-725 \pm 3125}{6}$, 所以 $x=400$ (负值不符合, 舍去), 即 $AF=400$ 米。所以点 F 越靠近 A , SEF 的值就越小, $EB+BC+CD+DF$ 的值就越大, 即终点设置在 AD 上距点 A 小于 400 米的位置上乌龟可以获胜, 综上所述, 终点设置在 AE 或 AD 上距点 A 小于 400 米的位置上时(包括 A 点不包括 E 点) 乌龟能取得比赛的胜利。
3. 解: 由题意得该列数为 2017, 22, 14, 9, 14, 14, 10, 6, 7, 13, 11, 6, 8, 14, 13, 9, 13, 13, 8, 12, 11, 5, 7, 12, 10, 4, 5, 9, 14, 14, 10, …… , 从第 4 项开始呈现规律, 周期为 24 个数, $2017-3=2014$, $2014 \div 24=83 \cdots \cdots 22$, 所以 $a_{2017}=10$ 。答: a_{2017} 等于 10。
4. 解: 设有 x 个 19 克的珠子, y 个 17 克的珠子, 则有 $19x+17y=2017$, 又因为 x, y 均为正整数, 所以 $1 \leq x \leq \frac{2017-17 \times 1}{19}$, 即 $1 \leq x \leq 105$, $1 \leq y \leq \frac{2017-19 \times 1}{17}$, 即 $1 \leq y \leq 117$, $19x+17y=2017 \Rightarrow x=\frac{2017-17y}{19}$, 由余数定理, 要使 x 为正整数, $(2017-17y)$ 必须能被 19 整除, 即余数为 0, 而 2017 被 19 除余数为 3, 故 17y 被 19 除余数也为 3, 在所有小于 2017 的数中, 既能被 17 整除又能被 19 除余数为 3 的只有: $\textcircled{1} 316$, 即 $17y$

$$\begin{aligned} &= 136 \Rightarrow y = 8, x = 99, x + y = 99 + 8 = 107; \textcircled{2} 459, \text{即 } 17y = 459 \Rightarrow \\ &y = 27, x = 82, x + y = 82 + 27 = 109; \textcircled{3} 782, \text{即 } 17y = 782 \Rightarrow y = \\ &46, x = 65, x + y = 65 + 46 = 111; \textcircled{4} 1105, \text{即 } 17y = 1105 \Rightarrow y = 65, \\ &x = 48, x + y = 48 + 65 = 113; \textcircled{5} 1428, \text{即 } 17y = 1428 \Rightarrow y = 84, x = \\ &31, x + y = 31 + 84 = 115; \textcircled{6} 1751, \text{即 } 17y = 1751 \Rightarrow y = 103, x = \\ &14, x + y = 14 + 103 = 117. \end{aligned}$$

答:两种珠子的数量和所有可能的值是 107、109、111、113、115、117。

5. 证明: 假设有两个数 $a, b (1 \leq b < a \leq n)$, 且 a^2 和 b^2 被 $2n+1$ 除所得的余数相同, 则由同余定理得 $a^2 - b^2 \equiv 0 \pmod{2n+1}$, 即 $(a+b)(a-b) \equiv 0 \pmod{2n+1}$ 。又因为 $2n+1$ 是质数, 所以 $a+b \equiv 0 \pmod{2n+1}$ 或 $a-b \equiv 0 \pmod{2n+1}$, 而 $a+b, a-b$ 都小于 $2n+1$ 且大于 0, 所以 $a+b$ 与 $2n+1$ 互质, $a-b$ 也与 $2n+1$ 互质, 因此 $a+b$ 与 $a-b$ 都不能被 $2n+1$ 整除, 产生矛盾, 所以假设不成立, 原题得证。
6. 解: 甲、乙、丙、丁的工作效率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, 4 个小时一个周期, 每个周期水池的水量会增加 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{7}{60}$, 当水量至少达到 $\frac{2}{3}$ 时, 在下一个周期里, 就可以直接由甲管注满。池中已有水量为 $\frac{1}{6}$, 需要注水的周期为 $(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}) \div \frac{7}{60} = 4\frac{2}{7}$ (个), 即经过五个周期水池内的水量增加 $\frac{7}{60} \times 5 = \frac{7}{12}$, 还需要注入的水量为 $1 - \frac{1}{6} - \frac{7}{12} = \frac{1}{4}$, 甲管还需要注水 $\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$ (小时), 所以从开始到灌满水共需 $4 \times 5 + \frac{3}{4} = 20\frac{3}{4}$ (小时)。答: $20\frac{3}{4}$ 小时后水开始溢出水池。
7. 解: 原来每月电费 $200 \times 0.53 = 106$ (元), 改装后每月电费 $100 \times 0.28 + 100 \times 0.56 = 84$ (元), 每月节约电费 $106 - 84 = 22$ (元), 12 个月节约电费 $22 \times 12 = 264$ (元), $264 - 100 = 164$ (元)。答: 改装电表 12 个月后, 该用户节约 164 元。
8. 解: 第一阶段总长 $3+4+2+4=13$ (千米), 第二阶段总长 $3+2+4=9$ (千米)。假设 25 段上坡路全是第一阶段的, 则第二阶段共有 $(13 \times 25 - 281) \div (13 - 9) = 11$ (段), 因此第一阶段有 $25 - 11 = 14$ (段)。答: 全程中第一阶段有 14 段, 第二阶段有 11 段。
- 解题技巧** 鸡兔同笼问题: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式”P4。
9. 解: 设甲、乙的速度分别为 x 米/分, y 米/分, 根据题意可列方程组: $1200 - 10x = 10y$ ①, $100x - 1200 = 100y$ ②; 方程组可以整理为: $120 - x = y$ ③, $x - 12 = y$ ④; ③+④可得 $2y = 108$, 解得 $y = 54$, 所以出发 100 分钟后, 甲、乙二人与十字路口的距离为 $54 \times 100 = 5400$ (米)。答: 此时他们距离十字路口 5400 米。

106. 2026 JDFZ 英才班入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. 3 2. 9 3. $\frac{2}{675}$ 4. 31 5. 1 6. 43

7. 6% 8. 119 9. 25 10. 3 11. 99 12. 24 13. 6

14. 60 15. 40 16. 1800 17. 5、7、11、23、47 18. 520

19. 18 20. 11

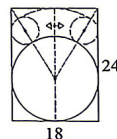
解答题请看“详解详析”P61

详解详析

- 一、1. 3 【解析】 $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} = 1 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}) + (\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{16}) = 2 + (\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}) + (\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{16})$, 又因为 $\frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{8} < \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$, $\frac{1}{8} < 4 \times \frac{1}{4} = 1$, $\frac{1}{2} = 8 \times \frac{1}{16} < \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{16} < 8 \times \frac{1}{8} = 1$, 所以 $2 + \frac{1}{2} < A < 2 + 1 + 1 = 4$, 即 $3 < A < 4$, 则 A 的整数部分是 3。
2. 9 【解析】 $\frac{1}{7} = 0.142857$, $2017 \div 6 = 336(\text{组}) \cdots 1(\text{个})$, 小数点后第 2017 位的数字是 1, $7102 \div 6 = 1183(\text{组}) \cdots 4(\text{个})$, 小数点后第 7102 位的数字是 8, 两个数字之和是 $1 + 8 = 9$ 。
3. $\frac{2}{675}$ 【解析】由题可知分母要尽量的小。因为结果是一个混循环小数, 且不循环部分为 2 位, 所以这个最简真分数分母的因数中含有两个 5, 可以记作 $\frac{2}{5^2 \times m}$ 。因为循环环节为 3 位, 所以 m 是 999 的因数, 且已知 $999 = 3^3 \times 37$, 当 $m = 1$, 错误, 舍去; 当 $m = 3$, 结果为 $0.02\dot{6}$, 舍去; 当 $m = 3^2$, 结果为 $0.00\dot{8}$, 舍去; 当 $m = 3^3$, 结果为 $0.00\dot{2}9\dot{6}$, 符合要求, 这个分数是 $\frac{2}{25 \times 27} = \frac{2}{675}$ 。
4. 31 【解析】1 个砝码: 1 克、2 克、4 克、8 克、16 克 $\rightarrow$ 共 5 种; 2 个砝码: $1+2=3(\text{克})$ 、 $1+4=5(\text{克})$ 、 $1+8=9(\text{克})$ 、 $1+16=17(\text{克})$ 、 $2+4=6(\text{克})$ 、 $2+8=10(\text{克})$ 、 $2+16=18(\text{克})$ 、 $4+8=12(\text{克})$ 、 $4+16=20(\text{克})$ 、 $8+16=24(\text{克}) \rightarrow$ 共 10 种; 3 个砝码: $1+2+4=7(\text{克})$ 、 $1+2+8=11(\text{克})$ 、 $1+2+16=19(\text{克})$ 、 $1+4+8=13(\text{克})$ 、 $1+4+16=21(\text{克})$ 、 $1+8+16=25(\text{克})$ 、 $2+4+8=14(\text{克})$ 、 $2+4+16=22(\text{克})$ 、 $2+8+16=26(\text{克})$ 、 $4+8+16=28(\text{克}) \rightarrow$ 共 10 种; 4 个砝码: $1+2+4+8=15(\text{克})$ 、 $1+2+4+16=23(\text{克})$ 、 $1+2+8+16=27(\text{克})$ 、 $1+4+8+16=29(\text{克})$ 、 $2+4+8+16=30(\text{克}) \rightarrow$ 共 5 种; 5 个砝码: $1+2+4+8+16=31(\text{克}) \rightarrow$ 共 1 种; 用这些砝码可以称出 $5+10+10+5+1=31$

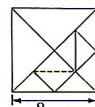
(种)不同的重量。

7. 1 【解析】因为他共喝了整杯的牛奶与加入的水,所以明明喝的牛奶有1杯。
6. 43 【解析】前17个数最小为 $1+2+3+\cdots+17=153$,后 $49-17=32$ (个)数的公差为1,设第18个数是 a ,则第49个数是 $a+31$,根据题意可列得方程 $(a+a+31)\times 32\div 2=2025-153$,解得 $a=43$ 。
7. 6% 【解析】设原来盐水质量为 x 千克,每次加入的水为 y 千克,则 $(x+y)\times 3\%=(x+y+y)\times 2\%$,解得 $x=y$,盐水中的盐的质量为 $(x+y)\times 3\%=6\%x$,原来盐水的浓度为 $6\%x\div x=6\%$ 。
8. 119 【解析】 $\frac{1}{20\times 21}+\frac{1}{21\times 22}+\frac{1}{22\times 23}+\cdots+\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{20}-\frac{1}{21}+\frac{1}{21}-\frac{1}{22}+\frac{1}{22}-\frac{1}{23}+\cdots+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{24}$,化简得 $\frac{1}{20}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{24}$,解得 $x=119$ 。
9. 25 【解析】平均数应该是中间那个数或中间那两个数的平均数,32.8显然是一个不精确的“中心数”,但真正的“中心数”就在它左右。因为 $(32.8-20)\times 2=25.6$,所以小胖写了26个数,即从20写到45,其所有数的和为 $(20+45)\times 26\div 2=845$,漏掉某个数字后的平均数是32.8,所以余下那些数的和为 $32.8\times 25=820$,即漏掉的数是 $845-820=25$ 。
10. 3 【解析】 $n\geq 5$ 时, $n!$ 总包含因数2和5, $2\times 5=10$,故个位数字恒为0; $1!=1$,个位数字为1, $2!=2$,个位数字为2, $3!=6$,个位数字为6, $4!=24$,个位数字为4,因为 $1+2+6+4+0+0+\cdots+0=13$,所以 $1!+2!+3!+\cdots+20!$ 的个位数字是3。
11. 99 【解析】如解图,大圆半径为 $18\div 2=9$ (厘米),小圆半径为 $(24-18)\div 2=3$ (厘米),两小圆的圆心距离为 $18-3\times 2=12$ (厘米),大、小圆的圆心距离为 $9+3=12$ (厘米), $\triangle AOB$ 为等边三角形,即扇形的圆心角为 60° ,大扇形的半径为 $9+3\times 2=15$ (厘米),小扇形的半径为9厘米,小圆从左滚到右边扫过的面积为 $3\times 3^2+3\times(15^2-9^2)\times \frac{60}{360}=99$ (平方厘米)。



第 11 题解图

12. 24 【解析】如解图, 一个大三角形的面积是 $8 \times 8 \div 4 = 16$ (cm^2), 一个小三角形的面积是 $8 \times 8 \div 4 \div 4 = 4$ (cm^2), 阴影部分的面积是 $16 + 4 \times 2 = 24$ (cm^2)。



第 12 题解图

13. 6 【解析】把第一天的价格看成单位“1”，第一天的价格是 $38 \div (1 \times 2 + 1 \times 80\% \times 3 + 1 \times 80\% \times 80\% \times 5) = 5$ (元)，能少花 $38 - 5 \times 80\% \times 80\% \times 10 = 6$ (元)。

14. 60 【解析】设这个部落派出了 x 名猎手，旋龟有 $(x \div 6 \times 5)$ 只，猓有 $(x \div 15 \times 2)$ 只，盘雕有 $(x \div 10 \times 1)$ 只，则 $x \div 6 \times 5 + x \div 15 \times 2 + x \div 10 \times 1 = x + 4$ ，解得 $x = 60$ ，所以这个部落派出了 60 名猎手。

【解题技巧】盈亏问题：见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 2”P4。

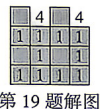
15. 40 【解析】设蜡烛原长度为 L ，燃烧时间为 t 小时，根据“剩余长度之和等于原一根蜡烛长度”，则 $(L - \frac{L}{1.2}t) + (L - \frac{L}{1.5}t) = L$ ，解得 $t = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ 小时 = 40 分钟。

16. 1800 【解析】设该球员出手了 x 个三分球。则 $3x \times 45\% + 2 \times 1200 \times 65\% = 1.33 \times (x + 1200)$ ，解得 $x = 1800$ ，所以他出手了 1800 个三分球。

17. 5, 7, 11, 23, 47 【解析】50 以内的素数：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, $2 \times 2 + 1 = 5$, 5 是“安全素数”， $2 \times 3 + 1 = 7$, 7 是“安全素数”， $2 \times 5 + 1 = 11$, 11 是“安全素数”， $2 \times 11 + 1 = 23$, 23 是“安全素数”， $2 \times 23 + 1 = 47$, 47 是“安全素数”，则 50 以内的所有“安全素数”有 5, 7, 11, 23, 47。

18. 520 【解析】设它们开始的速度是每小时 1 份，则甲车共走的路程 $1 \times 1 + 1 \times 2 \times 1 + 1 \times 2 \div 2 \times 1 = 4$ (份)，乙车共走的路程 $1 \times 1 + 1 \div 2 \times 1 + 1 \div 2 \times 2 \times 1 = 2.5$ (份)， $4 - 2.5 = 1.5$ (份)，1.5 份的路程为 $60 + 60 = 120$ (千米)，A、B 两地相距 $120 \div 1.5 \times (4 + 2.5) = 520$ (千米)。

19. 18 【解析】去掉的小正方体个数如解图，至少去掉 $4 \times 2 + 1 \times 10 = 18$ (个)。



第 19 题解图

20. 11 【解析】由题图可知 $a_3 = 12 = 3 \times 4$, $a_4 = 20 = 4 \times 5$, $a_5 = 30 = 5 \times 6$, ..., $a_n = n(n+1)$, $n(n+1) = 132$ ，解得 $n = 11$ 。

21. 解：设水面再升高 x 厘米后，短木桩露出水面的长度是长木桩露出水面长度的 $\frac{1}{12}$ 。 $1 + 1 \times \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$, $(11 - 11 \times \frac{2}{5}) \div (1 - \frac{2}{5} \times \frac{7}{5}) = 15$ (厘米)， $15 \times \frac{7}{5} = 21$ (厘米)， $15 - 11 - x = \frac{1}{12} \times (21 - 11 - x)$ ，解得 $x = 3 \frac{5}{11}$ 。

答：水面再升高 $3 \frac{5}{11}$ 厘米，短木桩露出水面的长度将是长木桩露出水面长度的 $\frac{1}{12}$ 。

22. 解：设甲原来速度是 x 米/分，乙原来速度是 y 米/分，后来甲速度为 $(x+12)$ 米/分时，相遇时甲用时 t_1 分钟，则 $(x+12) \times t_1 = 18x$, $y(t_1+2) = 18y$ ，解得 $t_1 = 16$, $x = 96$ ；甲比乙晚 3 分钟出发时，乙的速度是 $(y-20)$ 米/分，相遇时乙用时 t_2 分钟，则 $x(t_2-3) = 18x$, $(y-20)t_2 = 18y$ ，解得 $t_2 = 21$, $y = 140$ ，两地之间相距 $18 \times (96 + 140) = 4248$ (米)，4248 米 = 4.248 千米。答：A、B 两地之间相距 4.248 千米。

23. 解：(1) $n^2 - (n-1)^2 = n + (n-1)$ (n 为正整数)；相邻两个自然数 (0 除外) 的平方差等于这两个自然数之和。
(2) $2025^2 - 2024^2 + 2023^2 - 2022^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2 = 2025 + 2024 + 2023 + 2022 + \dots + 3 + 2 + 1 = (2025+1) \times 2025 \div 2 = 2051325$

24. 解：比赛总场数为 $C_{10}^2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$ (场)，每场比赛无论结果如何 (胜、平、负)，产生的总得分都是 2 分 (胜 2+负 0 = 2；平 1+平 1 = 2)，所以比赛总得分是 $45 \times 2 = 90$ (分)，因为第一名和第二名选手没有输过，且得分互不相同，故第一名得分最多为 $8 \times 2 + 1 \times 1 = 17$ (分) (8 胜 1 平)，第二名得分最多为 $7 \times 2 + 2 \times 1 = 16$ (分) (7 胜 2 平)，两人得分总和最多为 $17 + 16 = 33$ (分)，因为第一名和第二名得分总和比第三名高 20 分，所以第三名得分最多为 $33 - 20 = 13$ (分)。设第四名选手得分为 x ，则后四名选手 (第 7~10 名) 总得分也为 x 分，所以前六名选手得分总和为 $17 + 16 + 13 + x +$ 第五名得分 + 第六名得分，因为所有得分互不相同，则第五名得分需小于 x 分，第六名得分小于第五名得分，前六名得分 + 后四名得分 = 90，即 $17 + 16 + 13 + x +$ 第五名得分 + 第六名得分 = 90，化简得第五名得分 + 第六名得分 + $2x = 44$ ，结合得分互不相同且递减的条件，唯一可能的组合为第四名 12 分，第五名 11 分，第六名 9 分。综上所述，第一名 17 分，第二名 16 分，第三名 13 分，第四名 12 分，第五名 11 分，第六名 9 分，最后四名合计 12 分，此时总得分 $17 + 16 + 13 + 12 + 11 + 9 + 12 = 90$ (分)，即得分互不相同，且符合总分 90 分，满足题意。

答：第一名 17 分，第二名 16 分，第三名 13 分，第四名 12 分，第五名 11 分。

25. 解：根据条件列表：

月份	1	2	3	4	5	6
兔子大小	1 小	1 大	1 大, 1 小	2 大, 1 小	3 大, 2 小	5 大, 3 小
总数	1	1	2	3	5	8

月份	7	8	9	10	11	12
兔子大小	8 大, 5 小	13 大, 8 小	21 大, 13 小	34 大, 21 小	55 大, 34 小	89 大, 55 小
总数	13	21	34	55	89	144

答：一年后共有 144 对兔子。

26. 解：(1) 设后面的盒子比它前一号的盒子多放 x 颗糖块。根据题意可列方程： $[11 + 11 + (9-1)x] \times 9 \div 2 = 351$ ，解得 $x = 7$ 。答：后面的盒子比它前一号的盒子多放 7 颗糖块。
(2) 设 1 号盒子有 a 颗，后面的盒子比它前一号的盒子多放 d 颗，由题意得 $a + (3-1)d = 23$ ①， $[a + a + (9-1)d] \times 9 \div 2 = 351$ ②，解得 $a = 7$, $d = 8$, 7 号盒子放了 $7 + (7-1) \times 8 = 55$ (颗) 糖块。答：7 号盒子放了 55 颗糖块。

27. 解：要保证整个大格中每一行每一列都有 1~6 这六个数字并且不重复，同时还要在粗线方框 (即 2×3 方格) 中满足该要求，从左往右数第四列剩余两个空只能填 3 和 5，当从上往下数第三行为 3，则第六行为 5，所以第三行第六列的空格是 6，第四行第六列只能填 5，第三行缺少 2 和 5，则第二列是 2，第一列是 5，第一列缺少 1 和 4，则第二行是 1，第一行是 4，第一行缺少 2 和 1，第五列是 2，第六列是 1，第六列缺少 3 和 4，则第二行是 3，第六行是 4，第二行缺少 2 和 6，则第二列是 6，第三列是 2，第四行缺少 1 和 3，则第二列是 3，第三列是 1，第六行缺少 1 和 3，则第二列是 1，第五列是 3，则第二列缺少 4，第三列缺少 5，第五列缺少 6，补充完整如解图。

4	5	3	6	2	1
1	6	2	4	5	3
5	2	4	3	1	6
6	3	1	2	4	5
3	4	5	1	6	2
2	1	6	5	3	4

第 27 题解图

107. 2026 JDFZ 联办班入学数学真卷 (一)

快速对答案

一、填空题 1. a 2. $bc+b-1$ 3. 50 4. $\frac{7}{24}$ 5. 48

6. 960 7. 48 8. 31.4 9. $\frac{5}{8}$ 10. 80

二、选择题 1~5 BABBC

计算题、图形计算、解决问题请看“详解详析”P61

详解详析

一、1. a 2. $bc+b-1$ 3. 50

4. $\frac{7}{24}$ 【解析】设正方形原来的边长是“1”，新的长方形的长是 $1 \times (1 + \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}$ ，宽是 $1 \times (1 + \frac{1}{4}) = \frac{5}{4}$ ，所得到的新长方形的周长比原正方形的周长增加了 $[(\frac{4}{3} + \frac{5}{4}) \times 2 - 1 \times 4] \div (1 \times 4) = \frac{7}{24}$ 。

5. 48 【解析】丙数是 $36 \times 2 \times \frac{4}{9} = 32$ ，乙数是 $32 \times \frac{3}{4} = 24$ ，甲数是 $36 \times 2 - 24 = 48$ 。

6. 960 【解析】设长方体的宽为 a 厘米，则 $12a + 8a = 200$, $a = 10$ ，这个长方体的体积是 $12 \times 10 \times 8 = 960$ (立方厘米)。

7. 48 【解析】 $\angle 2 + \angle 1 = 108^\circ$, $\angle 2 = 108^\circ \div (5+4) \times 4 = 48^\circ$ 。

8. 31.4 【解析】设小圆半径是 r cm，大圆半径是 R cm，大圆的面积是 πR^2 ，小圆的面积是 πr^2 , $(2R)^2 \div 2 = 40$ ，解得 $R^2 = 20$, $2r^2 \div 2 = 40$ ，解得 $r^2 = 10$ ，圆环的面积 $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 31.4$ (cm²)。

9. $\frac{5}{8}$ 【解析】设两个仓库后来的质量都是 30 吨，则乙仓库原来有 $30 \div (1 - \frac{1}{4}) = 40$ (吨)， $40 \times \frac{1}{4} = 10$ (吨)，甲仓库原来有 $(30 - 10) \div (1 - \frac{1}{5}) = 25$ (吨)，原来甲仓库的粮食是乙仓库的 $25 \div 40 = \frac{5}{8}$ 。

10. 80 【解析】设读了 x 页，则剩下 $(140 - x)$ 页，故 $\frac{2}{3}x = (140 - x) \times \frac{1}{2}$ ，解得 $x = 60$ ，还有 $140 - 60 = 80$ (页) 没读。

二、1. B 2. A 3. B 4. B

5. C 【解析】设小明在雨中步行的路程为 7 份，剩下的路程为 5 份，则全程为 $(5+7) \times 2 = 24$ (份)，小明在雨中步行的路程是全程的 $\frac{7}{24}$ 。

三、1. (1) 原式 = 9.42 (2) 原式 = $\frac{3}{7}$

2. (1) 原式 = $\frac{1}{50}$ (2) 原式 = 64

3. (1) $x = 10$ (2) $x = 56$

四、1. 3. $14 \times (4 \div 2)^2 \div 2 + 3$, $14 \times 4^2 \div 2 - 4 \times 4 \times 2 \div 2 = 15.4$ (cm²)
答：阴影部分面积为 15.4 平方厘米。

五、1. 解：设甲绳原来长 x 米，则乙绳原来长 $(22 - x)$ 米，即 $(1 - \frac{1}{5})x = 22 - x - 4$ ，解得 $x = 10$ 。答：甲绳原来长 10 米。

2. 解： $110 \div [1 - (1 - \frac{2}{5}) \div 4 \times 3] = 200$ (个) 答：这批零件共有 200 个。

200个。

3 解:全班有 $(6-4) \div (1 - \frac{5}{9} - \frac{2}{5}) = 45$ (人),男生有 $45 \times \frac{5}{9} - 4 = 21$ (人),女生有 $45 - 21 = 24$ (人)。答:男生有 21 人,女生有 24 人。

4 解:红墨水瓶数占红、黑墨水总瓶数的 $\frac{4}{9}$,即红:黑=4:(9-4)=4:5,又买来 60 瓶红墨水,这时红墨水瓶数占红、黑墨水总瓶数的 $\frac{6}{11}$,即红:黑=6:(11-6)=6:5,黑墨水的瓶数不变,学校现有红、黑墨水共 $60 \div (6-4) \times (6+5) = 330$ (瓶)。答:这个学校现有红、黑墨水共 330 瓶。

5 解: $(25+9) \div (\frac{1}{25} \times 2) = 425$ (千克) 答:乙桶油原来有 425 千克。

109. 2026 JDFZCXG 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 26 2. 3:40 3. $b(a+1)$ 4. 36 5. 4 B

6. 15 7. 88 $\frac{8}{9}$ 8. 24 83 9. 12. 46 10. 3

计算题和解答题请看“详解详析”P62

详解详析

一、1. 26 2. 3:40 3. $b(a+1)$

4. 36 【解析】2 和 b 相对,故 $b=2 \times 2=4$;1 和 a 相对,故 $a=1 \times 2=2$;c 和 3 相对,则 $c=3 \times 2=6$,因此 $(a+b) \times c = (2+4) \times 6 = 36$ 。

5. 4 B

6. 15 【解析】第一个数+第二个数+第三个数=第二个数+第三个数+第四个数=30,所以方格中的数字与它间隔两个方格的数字相同,则 X 右侧相邻的数是 10,左侧相邻的数是 5, $X=30-10-5=15$ 。

7. 88 $\frac{8}{9}$ 【解析】去程用时 $1600 \div 80 = 20$ (小时),回程用时 $1600 \div [80 \times (1+25\%)] = 16$ (小时),平均速度为 $1600 \div 2 \div (20+16) = 88 \frac{8}{9}$ (千米/时)。

8. 24 83 【解析】 $1992=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 83=24 \times 83$,且 $107=24+83$ 。这两个数分别是 24 和 83。

9. 12. 46 【解析】 $12.40 \times 13 = 161.2$, $12.49 \times 13 = 162.37$, $12.43 \times 13 = 161.57$,总和范围为 $161.2 \sim 162.37$ (不含 161.59),所以实际总和为 162。平均数为 $162 \div 13 = 12.46$ 。

10. 3 【解析】通过折叠,可知 $AP+5$ 个宽的长度+ $MB=16$ (厘米), $AP=MB$,所以 $PA=(16-10) \div 2 = 3$ (厘米)。



第 10 题解图

二、11. (1) 原式=50 (2) 原式=79 $\frac{1}{5}$

$$\begin{aligned} (3) \text{解:原式} &= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2006} \\ &\quad + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2009}) \\ &= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{2009}) \\ &= \frac{669}{4018} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \text{解:原式} &= (1+2+3+\dots+11) + \frac{7}{11} \times (1+2+3+\dots+11) \\ &= (1+11) \times 11 \div 2 + \frac{7}{11} \times [(1+11) \times 11 \div 2] \\ &= 66+42 \\ &= 108 \\ (5) x &= 2 \quad (6) x = 6.4 \end{aligned}$$

三、12. 解:设 $BC=x$ 厘米,则 $CD=(\frac{75}{2}-x)$ 厘米,根据题意得

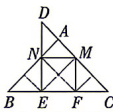
$$14x = (\frac{75}{2} - x) \times 16, \text{解得 } x = 20, \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积为}$$

$$20 \times 14 = 280 \text{ (平方厘米)}。$$

答:平行四边形 $ABCD$ 的面积为 280 平方厘米。

13. 解:如解图,将三角形 ABC 平均分成 9 份,三角形 DEC 平均分成 8 份, $24 \div 8 \times 9 = 27$ (平方米)。

答:三角形 ABC 的面积是 27 平方米。



第 13 题解图

14. 解:买进成本: $1000 \times 10 \times (1+0.3\%) = 10030$ (元),卖出所得: $1000 \times 12 \times (1-0.05\%-0.3\%) = 11958$ (元),利润: $11958-10030 = 1928$ (元)。

答:小李买卖这种股票最少赚了 1928 元钱。

15. 解:第一次相遇甲走 80 千米,第二次相遇共走 3 个全程, $(80 \times 3 + 50) \div 2 = 145$ (千米)。答:A、B 两地相距 145 千米。

16. 解:设每人每小时舀水 1 份,每小时进水量为 $(5 \times 10 - 12 \times 3) \div (10-3) = 2$ (份);船内原有水量为 $12 \times 3 - 2 \times 3 = 30$ (份),想在 2 小时内舀完,需要 $(30+2 \times 2) \div 2 = 17$ (人)。答:要想在 2 小时内舀完,至少需要 17 人。

解(题)技巧 牛吃草问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 4”P4。

17. 解:第一次甲追上乙时,甲跑了 $8 \times [400 \div (8-6)] = 1600$ (米),此时甲、乙的速度分别变为 6 米/秒和 5.5 米/秒。第二次甲追上乙时,甲跑了 $1600 + 6 \times [400 \div (6-5.5)] = 6400$ (米),此时甲、乙的速度分别变为 4 米/秒和 5 米/

秒。第三次乙追上甲时,甲跑了 $6400 + 4 \times [400 \div (5-4)] = 8000$ (米),乙跑了 $8000 - 400 = 7600$ (米),此时,甲、乙的速度分别变为 4.5 米/秒和 5.5 米/秒。乙跑到终点还需 $(10000-7600) \div 5.5 = \frac{4800}{11}$ (秒),乙到达终点时,甲距终点 $(10000-8000) - 4.5 \times \frac{4800}{11} = 36 \frac{4}{11}$ (米)。

答:领先者到达终点时,另一人距终点 $36 \frac{4}{11}$ 米。

18. 解:总汽车数: $2+4+3=9$ (辆),每人平均负担: $9 \div 4 = 2.25$ (辆),每辆车价格: $18 \div 2.25 = 8$ (万元),张应该再拿出: $8 \times 2.25 - 8 \times 2 = 2$ (万元)。答:张应该再拿出 2 万元。

19. 解:将这个正方体从现有位置依次翻到第 1 格时,顶上的字母是 z;翻到第 2 格时,顶上的字母是 y;翻到第 3 格时,顶上的字母是 x;翻到第 4 格时,顶上的字母是 C;翻到第 5 格时,顶上的字母是 B;翻到第 6 格时,顶上的字母是 x;翻到第 7 格时,顶上的字母是 z;翻到第 8 格时,顶上的字母是 y;翻到第 9 格时,顶上的字母是 x;翻到第 10 格时,顶上的字母是 B;翻到第 11 格时,顶上的字母是 C;翻到第 12 格时,顶上的字母是 x。答:这时顶上的字母是 x。

110. 2026 JDFZCXG 入学数学真卷(二)

快速对答案

一、填空题 1. 24 2. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ 9:8 3. $b:8$ 64: b^2

4. 87. 92 62. 8 5. 4. 784 4. 775 6. 14 7. 2 8. 5:3

9. 21 10. 57

计算题、解答题请看“详解详析”P62

详解详析

一、1. 24 2. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ 9:8

3. $b:8$ 64: b^2 【解析】周长比等于直径比, $4 \times 2 = 8$ (厘米),即小圆的周长与大圆的周长之比是 $b:8$;两圆的面积比等于半径平方的比,即大圆的面积与小圆的面积之比是 $4^2: (\frac{b}{2})^2 = 64:b^2$ 。

4. 87. 92 62. 8 【解析】 $20 \div 2 = 10$ (平方厘米),圆柱的高是 $10 \div (4 \div 2) = 5$ (厘米),圆柱的表面积是 $3.14 \times 4 \times 5 + 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 2 = 87.92$ (平方厘米),体积是 $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 5 = 62.8$ (立方厘米)。

5. 4. 784 4. 775

6. 14 【解析】对 2025 分解质因数 $2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^4 \times 5^2$,所以 $a+b+c+d$ 的和是 $3+4+5+2=14$ 。

7. 2 【解析】把 9 个外观相同的零件平均分成三份(3,3,3),第一次,从中任取 2 份,分别放在天平两端,若天平平衡,则次品在未取的 3 个中;若天平不平衡,则次品在天平较

高端的 3 个中;第二次:从含有次品的 3 个零件中任取 2 个,分别放在天平两端,若天平平衡,则未取的那个为次品;若天平不平衡,较高端的为次品。所以用天平至少称 2 次可以保证找出次品。

8. 5:3 【解析】由于这两个铁块的体积相同,甲杯水面上升 3 厘米,乙杯水面上升 5 厘米,设甲水杯的底面积为 S ,则乙水杯的底面积为 $\frac{3}{5}S$,因为两个水杯的高度相等,所以

甲、乙两个水杯的容积之比等于底面积之比, $S: \frac{3}{5}S = 5:3$ 。

9. 21 【解析】 $S_{\text{大空白}} - S_{\text{小空白}} = S_{\text{大正方形}} - S_{\text{阴}} - (S_{\text{小正方形}} - S_{\text{阴}}) = S_{\text{大正方形}} - S_{\text{小正方形}} = 5 \times 5 - 2 \times 2 = 21$ (cm²)。

10. 57 【解析】该款手机充电 1 分钟,能通话 $60 \times 2 \div 5 = 24$ (分钟),或者玩游戏 $1.5 \times 60 \div 5 = 18$ (分钟),相当于 1 分钟通话的电量能玩 $\frac{18}{24}$ 分钟游戏。充电 4 分钟,能通话 $4 \times 24 = 96$ (分钟),打 20 分钟电话后,现在还能通话 $96 - 20 = 76$ (分钟),也就是还能玩游戏 $76 \times \frac{18}{24} = 57$ (分钟)。

二、1. 原式=137 2. 原式=1620 3. 原式=275000

4. 解:原式= $2017 \div \frac{2017 \times 2018 + 2017}{2018}$

$$= 2017 \div \frac{2017 \times 2019}{2018}$$

$$= 2017 \times \frac{2018}{2017 \times 2019}$$

$$= \frac{2018}{2019}$$

5. 解:原式= $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16}$

$$= \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16}) \text{ (裂项相消)}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{5}{16}$$

6. 解:设 $a = \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{2001}$,

$$\text{则原式} = (1+a) \times (a + \frac{1}{2002}) - (1+a + \frac{1}{2002}) \times a \text{ (换元法)}$$

$$= (1+a) \times a + (1+a) \times \frac{1}{2002} - (1+a) \times a - \frac{1}{2002} \times a$$

$$= \frac{1}{2002}$$

三、1. 解:(1) B 【解法提示】 $3+2=5$ (千米), $3-2=1$ (千米),所以水库的宽度小于 5 千米,大于 1 千米, B 选项符合题意。

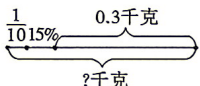
(2) 证明:由三角形三边关系可得:因为 $DA+DB>AB$, $DA+$

$DC > AC, DB + DC > BC$, 所以 $DA + DB + DA + DC + DB + DC > AB + AC + BC$, 即 $2(DA + DB + DC) > AB + AC + BC$, 所以 $DA + DB + DC > \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$ 。

(3) 设三角形最长的边为 c , 由三角形三边关系可得: $\frac{20}{3} < c < \frac{20}{2}$, 即 $6\frac{2}{3} < c < 10$ 。因为 c 为整数, 所以 c 可能的取值

有: 7 厘米, 8 厘米和 9 厘米, 三角形三边长度可能的取值有: ①6 厘米, 7 厘米, 7 厘米, ②4 厘米, 8 厘米, 8 厘米, ③5 厘米, 7 厘米, 8 厘米, ④6 厘米, 6 厘米, 8 厘米, ⑤2 厘米, 9 厘米, 9 厘米, ⑥3 厘米, 8 厘米, 9 厘米, ⑦4 厘米, 7 厘米, 9 厘米, ⑧5 厘米, 6 厘米, 9 厘米。答: 一共有 8 种剪法。

2. 解: 画出线段图如解图所示。

$0.3 \div (1 - \frac{1}{10} - 15\%) = 0.4$ (千克)  0.3 千克
10%
15%
? 千克
第 2 题解图

克), 0.4 千克 = 400 克。
答: 这罐茶叶原来有 400 克。

一题多解 设这罐茶叶原来有 x 千克, 则 $x - \frac{1}{10}x - 15\%x = 0.3$, 解得 $x = 0.4$, 0.4 千克 = 400 克。

3. 解: (1) $270 \div (30 \times 15) = 0.6$ (cm) 答: 液面上升了 0.6 厘米。
(2) $18 - 12.4 - 0.6 = 5$ (cm), $30 \times 15 \times 5 = 2250$ (cm³)。
答: 后续实验中最多只能放入体积为 2250 cm³ 的瓷器。

4. 解: 圆锥的高是 $8 \times \frac{3}{4} = 6$ (厘米), 圆锥的体积是 $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 6 = 157$ (立方厘米), 圆柱的体积是 $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 8 = 628$ (立方厘米), 所以这个陀螺的体积是 $157 + 628 = 785$ (立方厘米)。答: 这个陀螺的体积是 785 立方厘米。

5. 解: (1) 已知 m 为正数, 则 $m^2 + (\frac{3}{m})^2 \geq 2 \times m \times \frac{3}{m} = 6$ 。
答: $m^2 + (\frac{3}{m})^2$ 的最小值为 6。

(2) 已知 a 为大于 3 的正数, 则 $a - 3 > 0, \frac{1}{a - 3} > 0$, 所以 $a + 1 + \frac{1}{a - 3} = a - 3 + \frac{1}{a - 3} + 4 \geq 2\sqrt{(a - 3) \times \frac{1}{a - 3}} + 4 = 2 + 4 = 6$ 。

答: $a + 1 + \frac{1}{a - 3}$ 的最小值为 6。

(3) 已知 x, y 均为正数, 且 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1$, 等式两边同时乘 $(x + y)$, 即 $(x + y) \times (\frac{1}{x} + \frac{2}{y}) = x + y$, 所以 $x + y = (x + y) \times (\frac{1}{x} + \frac{2}{y}) = 1 + \frac{2x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 3 + \frac{2x}{y} + \frac{y}{x}$ 。根据题中材料 2 可知, $\frac{2x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{2x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 2\sqrt{2}$, 所以 $\frac{2x}{y} + \frac{y}{x}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$, 则 $x + y \geq 3 + 2\sqrt{2}$ 。答: $x + y$ 的最小值是 $3 + 2\sqrt{2}$ 。

111. 2026 JDFZCXX 入学数学真卷(三)

快速对答案

一、填空题 1. 26 2. 24 3. $\frac{27}{8}\pi$ 4. 5 0.5 5. 6

6. 2.5 7. 9059 8. $\frac{109}{126}$ 9. 29 10. 810

计算题、解答题请看“详解详析”P63

详解详析

一、1. 26 2. 24 3. $\frac{27}{8}\pi$

4. 5 0.5 【解析】 $250:2500:500:200 = 5:50:10:4$, 6.9 千克 = 6900 克, $6900 \div (5 + 50 + 10 + 4) = 100$ (克), 红辣椒有 $100 \times 50 = 5000$ (克), 5000 克 = 5 千克; 胡豆瓣有 $100 \times 5 = 500$ (克), 500 克 = 0.5 千克。

5. 6 【解析】每场比赛两队的得分之和固定为 3 分, 四支球队共举行 $4 \times 3 \div 2 = 6$ (场) 比赛, 总分为 $6 \times 3 = 18$ (分), 18 表示成四个连续自然数之和为 $6 + 5 + 4 + 3$, 所以第一名的得分是 6 分。

6. 2.5 【解析】将总路程看作单位“1”, 两车速度和为 $1 \div 6 = \frac{1}{6}$, 甲的速度是 $\frac{1}{6} \times \frac{2}{2+3} = \frac{1}{15}$, 乙的速度是 $\frac{1}{6} \times \frac{3}{2+3} = \frac{1}{10}$, 在两点相遇, 甲需要行驶 $\frac{1}{\frac{1}{15}} = 15$ (小时), 乙需要行驶 $\frac{1}{\frac{1}{10}} = 10$ (小时), 甲车要比乙车提前 $7.5 - 5 = 2.5$ (小时) 出发。

7. 9059 【解析】该数列的规律是: 每 10 个数为一个周期, 周期内各数的平方数的个位数字依次为 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0。 $2013 \div 10 = 201$ (组) $\cdots \cdots 3$ (个), $1 + 4 + 9 + 6 + 5 + 6 + 9 + 4 + 1 + 0 = 45$, $45 \times 201 + 1 + 4 + 9 = 9059$ 。

8. $\frac{109}{126}$ 【解析】观察数列可知, 分母是 2 的分数有 1 个, 分母是 4 的分数有 2 个, 分母是 6 的分数有 3 个, $\cdots$ 即分母是 $2n$ 的分数有 n 个, 根据 $1 + 2 + 3 + \cdots + 62 = 1953$, $1 + 2 + 3 + \cdots + 63 = 2016$, $1953 < 2008 < 2016$, 数列中第 2008 项的分母是 $2 \times 63 = 126$ 。因为 $2008 - 1953 = 55$, 所以该项的分子为 $55 \times 2 - 1 = 109$ 。所以数列中第 2008 项是 $\frac{109}{126}$ 。

9. 29 【解析】 $518 - 7 = 511$, $666 - 10 = 656$, $888 - 511 = 377$, $888 - 656 = 232$, 这个数为 377 与 232 的公因数, 且大于 10。因为 $377 = 13 \times 29$, $232 = 8 \times 29$, 所以这个自然数为 29。

解題技巧 同余定理: 见“高分必备公式、模型及技巧汇总——二、技巧 5”P3。

10. 810 【解析】设第一小队共种植向日葵 x 棵, 根据题意得 $10 + \frac{1}{10}(x - 10) = 20 + \frac{1}{10}[x - 20 - 10 - \frac{1}{10}(x - 10)]$, 解得 $x = 810$ 。

二、1. $\frac{x-2}{0.2} \cdot \frac{x+1}{0.5} = 3$

解: $5(x-2) - 2(x+1) = 3$
 $5x - 10 - 2x - 2 = 3$
 $3x = 15$
 $x = 5$

2. $(\frac{3x}{4} - 12) \div \frac{3}{4} = x - (\frac{2}{3}x + 5) + 10$

解: $(\frac{3x}{4} - 12) \times \frac{4}{3} = x - \frac{2}{3}x - 5 + 10$
 $x - 16 = \frac{1}{3}x + 5$
 $x = 31.5$

3. 原式 = 1

4. 解: 原式 = $2016 \times (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6})$
 $= 2016 \times (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6})$
(裂项相消)
 $= 2016 \times (1 - \frac{1}{6})$
 $= 2016 \times \frac{5}{6}$
 $= 1680$

5. 解: 原式 = $\frac{2^2}{1 \times 3} \times \frac{3^2}{2 \times 4} \times \frac{4^2}{3 \times 5} \times \cdots \times \frac{2008^2}{2007 \times 2009}$
 $= \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{2008}{2007} \times \frac{2008}{2009}$ (变形约分)
 $= \frac{2}{1} \times \frac{2008}{2009}$
 $= \frac{4016}{2009}$

6. 解: 原式 = $(\frac{17}{7} - \frac{19}{8} + \frac{21}{9} - \frac{23}{10}) \div (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$
 $= [(2 + \frac{3}{7}) - (2 + \frac{3}{8}) + (2 + \frac{3}{9}) - (2 + \frac{3}{10})] \div (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$
(拆分与分组)
 $= (\frac{3}{7} - \frac{3}{8} + \frac{3}{9} - \frac{3}{10}) \div (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$
 $= 3 \times (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}) \div (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$
 $= 3$

三、1. 解: (1) $(3 \times 9^2 \times 6) : (3 \times 6^2 \times 9) = 3:2$, $[3 \times (9 \div 3 \div 2)^2 \times 6] : [3 \times (6 \div 3 \div 2)^2 \times 9] = 3:2$, 所以这句话是正确的。
答: 这句话是正确的, 它们的比值都是 3:2。
(2) 原来长方形的长与宽的比是 $9:6 = 3:2$ 。
答: 这两个比与原来长方形纸的长与宽的比值相等。
2. 解: (1) 1120 【解法提示】 $800 + 320 = 1120$ (毫升)。

(2) $1120 \div (37.5\% + 50\%) = 1280$ (毫升), 铁块的体积是 $1280 - 1120 = 160$ (毫升), 160 毫升 = 160 立方厘米。

答: 铁块的体积是 160 立方厘米。

(3) 放入铁块之后, A 杯水会溢出, 800 毫升 = 800 立方厘米, $20 - 4 = 16$ (厘米), A 杯的底面积为 $800 \div 16 = 50$ (平方厘米), 下降部分水高为 $160 \div 50 = 3.2$ (厘米)。

答: A 杯中的水面会下降, 下降 3.2 厘米。

3. 解: $3.14 \times 80^2 - 3.14 \times 40^2 + 3.14 \times 20^2 - 3.14 \times 10^2 = 16014$ 。

答: 阴影部分的面积是 16014。

4. 解: 艾迪每跑 100 米, 休息 10 秒, $100 \div 8 = 12.5$ (秒), 一共需要 $12.5 + 10 = 22.5$ (秒); 薇儿每跑 100 米, 休息 10 秒, $100 \div 5 = 20$ (秒), 一共需要 $20 + 10 = 30$ (秒)。 $90 \div 22.5 = 4$ (次), $90 \div 30 = 3$ (次), 所以每过 90 秒, 艾迪跑了 4 个 100 米, 薇儿跑了 3 个 100 米, 两人之间的距离缩短 100 米, 经过 270 秒, 两人之间相距 $360 - 100 \times (270 \div 90) = 60$ (米), 薇儿跑 100 米需要 $100 \div 5 = 20$ (秒), 加上休息时间一共需要 $20 + 10 = 30$ (秒), 此时艾迪还需要跑 $60 + 100 = 160$ (米) 才能追上薇儿, 艾迪跑 160 米需要 $160 \div 8 = 20$ (秒), 加上休息时间一共需要 $20 + 10 = 30$ (秒), 此时艾迪刚好追上薇儿, $270 + 30 = 300$ (秒)。
答: 艾迪追上薇儿需要 300 秒。

易错警示 当两人之间相距 60 米时, 薇儿跑完 100 米停 10 秒, 艾迪跑完 100 米停 10 秒后再跑 60 米, 和薇儿用的时间一样, 注意不要忽略停的时间, 误用追及时间 = 路程差 $\div$ 速度差直接计算。

5. 解: 假设甲、丙说真话, 则甲是第二个下电梯的, 丙是最后一个下电梯的, 因为说真话的人在奇数层下, 1~8 中奇数有 1, 3, 5, 7, 所以甲在第 3 层或者第 5 层下, 丙在第 5 层或者第 7 层下。假设乙、丁说假话, 则乙不是最先下电梯的, 丁不是第三个下电梯的, 所以乙是第三个下电梯的, 丁是第一个下电梯的。因为说假话的人在偶数层下, 1~8 中偶数有 2, 4, 6, 8, 所以丁是第 2 层下, 并且没有人和丁在相邻楼层下电梯, 即甲只能在第 5 层, 丙就在第 7 层, 那么乙就在第 6 层, 有人和乙在相邻楼层下电梯, 符合题意的只有甲、丙说真话, 乙、丁说假话, 其他情况均不符合题意。
答: 甲乙丙丁依次往去的楼层所组成的四位数是 5672。

112. 2026 JDFZCXX 入学数学真卷(四)

快速对答案

一、选择题 1~5. BCCBC

二、填空题 1. $\frac{5}{7}$ 2. 396 3. 75 4. 6 5. 上 前 右

6. 24 7. 63.14 8. 正 $\frac{45}{2}$

计算题、解答题和简答题请看“详解详析”P64

详解详析

一、1. B 2. C 3. C

4. B 【解析】设原来一车间有 x 人，二车间有 y 人，则 $(1 - \frac{1}{10})x = y + \frac{1}{10}x$ ，整理得 $\frac{4}{5}x = y$ ，所以 $x:y = 5:4$ 。

5. C 【解析】数列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... 除以 4 的余数数列：1, 1, 2, 3, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 0, 1, ...，余数数列以 1, 1, 2, 3, 1, 0 六个数为周期循环。2019 ÷ 6 = 336 ... 3，所以第 2019 项除以 4 的余数是 2。

二、1. $\frac{5}{7}$ 【解析】 $\frac{5}{7} = \frac{30}{42}, \frac{2}{13} = \frac{30}{195}, \frac{3}{4} = \frac{30}{40}, \frac{10}{17} = \frac{30}{51}$ ，故 $\frac{3}{4} > \frac{5}{7} > \frac{10}{17} > \frac{2}{13}$ ，排在第二位的是 $\frac{5}{7}$ 。

2. 396 【解析】根据观察，第 1 个图最外圈有 $4 = 1 \times 4$ 个阴影小正方形，第 2 个图最外圈有 $12 = 3 \times 4$ 个阴影小正方形，第 3 个图最外圈有 $20 = 5 \times 4$ 个阴影小正方形 ... 第 n 个图最外圈有 $[(2n-1) \times 4]$ 个阴影小正方形，则第 50 个图最外圈有 $(2 \times 50 - 1) \times 4 = 396$ (个) 阴影小正方形。

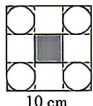
3. 75 【解析】 a 比 b 多 $\frac{1}{4}$ ，设 a 有 $4+1=5$ (份)，则 b 有 4 份。要使 b 比 a 多 $\frac{2}{5}$ ，则 b 是 $5 \times \frac{7}{5} = 7$ ，需增加 $\frac{7-4}{4} \times 100\% = 75\%$ 。

4. 6 【解析】由题意得 $S_{\triangle ABE} - S_{\triangle DCE} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{梯形} BCDE} = 5$ ， $S_{\text{梯形} BCDE} = S_{\triangle ABC} - 5 = 10 \times 10 \div 2 - 5 = 45$ ，则梯形 $BCDE$ 的高为 $45 \times 2 \div (5+10) = 6$ 。

5. 上 前 右

6. 24 【解析】小麦堆的底面半径为 $31.4 \div 2\pi = 5$ (米)，则体积为 $\frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 1.8 = 15\pi$ (立方米)，所以该小麦堆重 $15\pi \times 750 = 35325$ (千克) = 35.325 (吨)，则可磨出面粉 $35.325 \times (1-20\%) \times 85\% \approx 24$ (吨)。

7. 63.14 【解析】如解图所示，该圆滚动一周后所扫过的面积是图中的空白部分，所以扫过图形的面积 = $10^2 - (10-2 \times 2)^2 - (2 \times 2 - \pi \times 1^2) = 63.14$ (平方厘米)。



第 7 题解图

正 $\frac{45}{2}$ 【解析】因为 $a \times \frac{2}{3} = b \times \frac{3}{4}$ ，所以 $\frac{a}{b} = \frac{9}{8}$ ， a 与 b 的比值是定值，故 a 和 b 成正比例。当 $b = 20$ 时， $a = 20 \times \frac{9}{8} = \frac{45}{2}$ 。

$$\text{三、(1)} \quad 5 - \frac{7-5x}{2} = x + \frac{5-3x}{2}$$

$$\text{解：} \quad 10 - 7 + 5x = 2x + 5 - 3x$$

$$5x - 2x + 3x = 5 + 7 - 10$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$(2) \quad \frac{1}{8} : \frac{1}{10} = x : \frac{1}{4}$$

$$\text{解：} \quad \frac{1}{10}x = \frac{1}{32}$$

$$x = \frac{5}{16}$$

$$(3) \text{解：原式} = \frac{(56 \times 101) \times (13 \times 101) + (21 \times 101) \times (26 \times 101)}{(39 \times 101) \times (28 \times 101)}$$

$$= \frac{101^2 \times 56 \times 13 + 101^2 \times 21 \times 26}{101^2 \times 39 \times 28}$$

$$= \frac{7 \times 8 \times 13 + 7 \times 3 \times 13 \times 2}{13 \times 3 \times 7 \times 4}$$

$$= \frac{7}{6}$$

$$(4) \text{解：原式} = 5 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} \right)$$

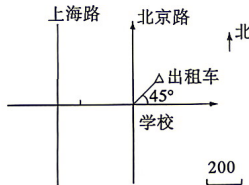
$$= 5 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} \right)$$

$$= 5 \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{5}{2} \times \left(1 - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{25}{11}$$

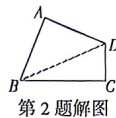
四、1. 解：(1)(2) 画图如解图所示。



第 1 题解图

2. 解：如解图所示，连接 BD ， $S_{\text{四边形} ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD}$ ，因为 $BC + CD = 10$ ，所以 $(BC + CD)^2 = BC^2 + CD^2 + 2BC \cdot CD = 100$ ，根据勾股定理 $BC^2 + CD^2 = BD^2$ ，又 $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2AB^2 = 2AB \cdot AD$ ， $2AB \cdot AD + 2BC \cdot CD = 100$ ， $\frac{1}{2}AB \cdot AD + \frac{1}{2}BC \cdot CD = 25$ ，所以 $S_{\text{四边形} ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2}AB \cdot AD + \frac{1}{2}BC \cdot CD = 25$ 。

$CD = 25$ 。



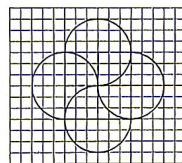
第 2 题解图

3. 解：(1) 将左侧的扇形平移补到右侧后， $S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形}} = (6 + 10) \times 6 \div 2 = 48$ 。

$$(2) \quad \frac{120}{360} = \frac{1}{3}, S_{\text{阴影}} = \frac{1}{3} \times 3.14 \times [(3+3)^2 - 3^2] = 28.26。$$

五、1. 解：如解图所示， $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} + 4 \times S_{\text{半圆}} = 6^2 + 4 \times \frac{1}{2} \pi \times 3^2 = 92.52$ 。

答：整个曲边形的面积是 92.52。



第 1 题解图

2. 解：总成本：2700 ÷ 25% = 10800 (元)，水果的成本：10800 - 500 - 300 = 10000 (元)，水果总重量：10000 ÷ 5 = 2000 (千克)。

总销售额：10800 + 2700 = 13500 (元)，卖出水果质量：13500 ÷ 7.5 = 1800 (千克)，损坏了 $\frac{2000-1800}{2000} \times 100\% = 10\%$ 。

答：在运输过程中损坏了 10% 的水果。

【解】(技巧) 三价两率问题：见“高分必备公式、模型及技巧汇总——四、公式 5”P4。

3. 解：(1) 甲、乙两车分别从 A、B 两地同时出发，以原速行驶则在 C 地相遇；甲在中途加速，而乙速不变，则速度和增加，两车会提前相遇，此时相遇点为 A、B 两地的中点，因此 C 地在 midpoint 左侧， $v_Z > v_{\text{甲}}$ 。因为 C、D 两地距离占 A、B 两地距离的 $\frac{1}{11}$ ，则 $11(v_Z - v_{\text{甲}})t_{\text{相遇时间}} = (v_{\text{甲}} + v_Z)t_{\text{相遇时间}}$ ，化简得

$$v_Z = \frac{6}{5}v_{\text{甲}}。 \text{设甲车提速走了 } t \text{ 分钟后两车在 A、B 两地的中点相遇，则：} 60v_{\text{甲}} + 1.6v_{\text{甲}} \cdot t = (60 + t) \cdot \frac{6}{5}v_{\text{甲}}， \text{解得 } t =$$

30，甲走半程的路程： $60v_{\text{甲}} + 1.6v_{\text{甲}} \cdot 30 = 108v_{\text{甲}}$ ，所以全程为 $216v_{\text{甲}}$ 。甲以原速从 A 地到 B 地需要 $216v_{\text{甲}} \div v_{\text{甲}} = 216$ (分钟)。

答：甲车以原速从 A 地到 B 地需要 216 分钟。

(2) 第 n 次迎面相遇，路程和为 $(2n-1)S$ ，则第六次路程和为 $11S$ 。速度和为 $v_{\text{甲}} + \frac{6}{5}v_{\text{甲}} = \frac{11}{5}v_{\text{甲}}$ 。由 (1) 得 $S = 216v_{\text{甲}}$ ，

$$\text{相遇时间：} \quad \frac{11S}{\frac{11}{5}v_{\text{甲}}} = \frac{5S}{v_{\text{甲}}} = 5 \times 216 = 1080 \text{ (分钟)}。$$

答：两车第 6 次迎面相遇共需要 1080 分钟。

4. 解：(1) 混凝土的体积： $\frac{1}{3} \times 50.24 \times 3 = 50.24 \text{ (m}^3\text{)}$ ，则水泥

$$\text{的体积：} 50.24 \times \frac{2}{2+3+5} = 10.048 \text{ (m}^3\text{)}。$$

答：水泥的体积是 10.048 立方米。

(2) $10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ ，则能铺路长： $50.24 \div (8 \times 0.1) = 62.8 \text{ (m)}$ 。

答：这堆混凝土能铺 62.8 米长的路。

(3) 路的面积： $62.8 \times 8 = 502.4 \text{ (m}^2\text{)}$ ，压路机的前轮近似为一个圆柱，它压过的面积是圆柱的侧面积，即 $3.14 \times 1.6 \times 2 = 10.048 \text{ (m}^2\text{)}$ ，则需要的时间： $502.4 \div (3.14 \times 5) = 10 \text{ (分钟)}$ 。

答：压完这段路至少需要 10 分钟。

5. 解：甲商店能买： $120 \div 4 + (120 \div 4) \div 10 = 33$ (本)；乙商店能买： $120 \div (4 \times 90\%) \approx 33$ (本)；丙商店能买： $10 + (120 - 4 \times 10) \div (4 \times 80\%) = 35$ (本)。因为 $35 > 33$ ，故选择丙商店。

答：王老师到丙商店购买更划算，因为同样的钱在丙商店能购买更多的笔记本。

6. 解：(1) 第二次相遇时，李明走到了 P 城，共走了 3 条边，在三条边上的速度之比为 $v_{PC} : v_{CJ} : v_{JP} = 1 : 2 : 4$ ，则时间比为 $t_{PC} : t_{CJ} : t_{JP} = 4 : 2 : 1$ ；第二次相遇时，张鹏走到了 P 城，共走了 2 条边，在两条边上的速度之比为 $v_{JC} : v_{CP} = 1 : 2$ ，则时间比为 $t_{JC} : t_{CP} = 2 : 1$ 。两人分别走第一条边的时间比为 $\frac{4}{4+2+1} : \frac{2}{2+1} = 6 : 7$ ，则速度比为 $7 : 6$ ，当李明从 P 城走到 C

城，张鹏距离 C 城还有 $1 \div 7 \times (7-6) = \frac{1}{7}$ 。然后李明提速

100% 后，两人的速度比变为 $(7 \times 2) : 6 = 7 : 3$ ，第一次相遇点 A 地与 C 城间的距离占 C 城和 J 城的 $\frac{1}{7} \times \frac{7}{7+3} = \frac{1}{10}$ ，所以一

条边的长度为 $124 \div \frac{1}{10} = 1240$ (米)，等边三角形的周长是 $1240 \times 3 = 3720$ (米)。

答：这个等边三角形的周长是 3720 米。

(2) P 点相遇后，李明到 C 城时，张鹏走 PJ 的 $\frac{6 \times 4}{7 \times 8} = \frac{3}{7}$ ，李

明到 J 城时，张鹏走了 PJ 的 $\frac{3}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$ ，两人相距 PJ 的 $1 -$

$\frac{3}{7} - \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$ 。到第三次相遇时，李明又走了 $\frac{5}{14} \times$

$\frac{7 \times 8 \times 2 \times 2}{7 \times 8 \times 2 \times 2 + 6 \times 4} = \frac{10}{31}$ ，即李明和张鹏的第三次相遇距离 J 城

$1240 \times \frac{10}{31} = 400$ (米)。

答：李明和张鹏的第三次相遇地点距 J 城 400 米。

117. 2026 SDFZ 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 150 2. $11^2+60^2=61^2$ 3. 18 4. 4
5. 25 6. 17226 7. 8 8. 270 9. 25.12 10. 20

计算题、解答题请看“详解详析”P65

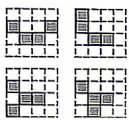
详解详析

一、1. 150 【解析】水果中原有固体物质的重量保持不变, 初始时, 含水量为 90%, 故固体物质的重量为 $300 \times (1-90\%) = 30$ (千克); 一周后, 含水量降为 80%, 则现在这批水果的总重量是 $30 \div (1-80\%) = 150$ (千克)。

2. $11^2+60^2=61^2$ 【解析】观察底数, 第一个数: $3=2 \times 1+1$, $5=2 \times 2+1$, $7=2 \times 3+1$, $9=2 \times 4+1$, 规律: 第 n 个数 $2n+1$, 所以下一个数为 $2 \times 5+1=11$; 第二个数: $4=2 \times 1^2+2 \times 1$, $12=2 \times 2^2+2 \times 2$, $24=2 \times 3^2+2 \times 3$, $40=2 \times 4^2+2 \times 4$, 规律: 第 n 个数为 $2 \times n^2+2 \times n$, 所以下一个数为 $2 \times 5^2+2 \times 5=60$; 第三个数为第二个数+1, 所以第 5 组式子为 $11^2+60^2=61^2$ 。

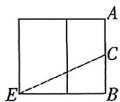
3. 18 【解析】因为 $DE \parallel AB$, $AC \parallel DF$, 所以 $\angle B = \angle E$, $\angle ACB = \angle DFE$ 。又因为 $AC = DF$, 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (AAS), 所以 $BC = EF$, 所以 $BC - CF = EF - CF$, 所以 $BF = CE = 5$, 所以 $BE = BF + FC + CE = 5 + 8 + 5 = 18$, 即 $m = 18$ 。

4. 4 【解析】如解图所示, 一共有 4 种不同的补法。



第 4 题解图

5. 25 【解析】如解图, 将长方体的正面和右面展开后, 正面和右面变成了一个大大长方形, 连接 EC , 则线段 EC 的长就是最短路线的长, 此时 $EB = 12 + 8 = 20$, $BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 30 = 15$, 根据勾股定理可得, $EB^2 + BC^2 = 20^2 + 15^2 = 625 = EC^2$, $25^2 = 625$, 即 $EC = 25$ 。



第 5 题解图

6. 17226 【解析】个位上的数字 6 是十位上的数字的 3 倍, 所以十位上的数字为 $6 \div 3 = 2$, 又前三位数字的和与后三位数字的和都是 10, 所以百位上的数字是 $10 - 2 - 6 = 2$, 所以千位上的数字是 $10 - 1 - 2 = 7$, 所以这个五位数为 17226。

7. 8 【解析】要使答题正确率达到 85%, 那么答错的题目占 $1 - 85\% = 15\%$, 即一共答了 $6 \div 15\% = 40$ (道) 题, 至少还要连续答对 $40 - 26 - 6 = 8$ (道) 题。

8. 270 【解析】甲队的任务比乙队多 $\frac{1}{4}$, 则甲、乙修的路程比为 $(1 + \frac{1}{4}) : 1 = 5 : 4$, 乙队每天修 20 千米, 甲队每天修 30 千米, 甲、乙的速度比为 $3 : 2$, 甲、乙的时间比为 $\frac{5}{3} : \frac{4}{2} = 5 : 6$,

差距为乙队所修总路程的 $\frac{1}{6}$, 乙队还有 20 千米没有修, 乙队修的总路程是 $20 \times 6 = 120$ (千米), 甲队修的总路程是 $120 \times \frac{5}{4} = 150$ (千米), 这条路共长 $120 + 150 = 270$ (千米)。

9. 25.12 【解析】圆锥的体积是 $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 12 = 200.96$ (立方分米), 长方体的高为 $200.96 \div 4 \div 2 = 25.12$ (分米)。

10. 20 【解析】当每排总人数为 3 时, 可能的组合为 (3, 0) 或 (1, 2), 此时该排统计的坐 3 人或 1 人的数量为 1 (即要么 1 个三人座坐 3 人, 要么 1 个三人座坐 1 人)。当每排总人数为 5 时, 组合为 (3, 2), 此时该排统计的坐 3 人的数量为 1。因此, 三人座坐着 3 个人和坐着 1 个人的数量和为 $20 \times 1 = 20$ 。

二、11. 原式 = $\frac{7607}{650}$

12. $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6} = \frac{4-x}{2} + 2$

解: $2(x+1) - (x-2) = 3(4-x) + 12$

$2x + 2 - x + 2 = 12 - 3x + 12$

$4x = 20$

$x = 5$

13. 解: 原式 = $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}$ (裂项相消)

$= 1 - \frac{1}{2026}$

$= \frac{2025}{2026}$

14. 解: 设 $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2024}$, 则 $A = (1-S)(S + \frac{1}{2025}) = S + \frac{1}{2025} - S^2 - \frac{S}{2025}$, $B = (1-S - \frac{1}{2025})S = S - S^2 - \frac{S}{2025}$, 所以 $A - B = \frac{1}{2025}$, 所以 $\frac{1}{A-B} = 2025$ 。

三、15. 解: 设原正方形的边长是 x cm, 则 $4x = 5(x-4)$, 解得 $x = 20$, $20 \times 20 = 400$ (cm²)。

答: 原正方形的面积是 400 cm²。

16. 解: 由图可得, $S_1 = AD \cdot AB - a^2 - b(AD-a)$, $S_2 = AD \cdot AB - a^2 - b(AB-a)$, $S_2 - S_1 = b(AD-AB)$ 。因为 $AD-AB = 4$, 所以 $b(AD-AB) = 4b$, 即 $S_2 - S_1 = 4b$ 。答: $S_2 - S_1$ 的值为 $4b$ 。

17. 解: 由于 463 是奇数, 唯一可能的质数组合是 2 和 461 (因为除 2 外, 其他偶数非质数), 验证: $2 + 461 = 463$, 且 461 是质数, 因此小明想出的数是: $2 \times 461 = 922$ 。

答: 小明想出的数是 922。

18. 解: 超过其他队员 25 千米时用时 $25 \div (120 - 80) = \frac{5}{8}$ (小时), 与其他队员会合用时 $25 \div (80 + 80) = \frac{5}{32}$ (小

时), 总共经过了 $\frac{5}{8} + \frac{5}{32} = \frac{25}{32}$ (小时)。

答: 此队员从离开到与其他队员会合, 经过了 $\frac{25}{32}$ 小时。

19. 解: 最多有 8 名考生参加。举例: 设考生得分分别为 0、1、2、3、4、5、6、7。根据题意转换后, 得分依次为 7、6、5、4、3、2、1、0, 恰好使原排名颠倒。证明: 设考生得分集合为 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 满足 $a_1 < a_2 < \dots < a_n$, 转换后得分集合为 $\{a'_1, a'_2, \dots, a'_n\}$, 且 $a'_1 > a'_2 > \dots > a'_n$ 。由于每个得分唯一且转换后仍唯一, n 的最大值受限于得分的唯一性。考虑得分的最小非负整数序列, 从 0 开始, 最多可构造 8 个不同得分 (0、1、2、3、4、5、6、7), 转换后对应 7、6、5、4、3、2、1、0, 满足排名颠倒。若考生数超过 8, 则至少有两个得分相同, 与“所有考生最终得分各不相同”矛盾。因此, 最多有 8 名考生。

答: 最多有 8 名考生参加了这次竞赛。

118. 2026 SDFZ 入学数学真卷(二)

快速对答案

二、填空题 5. 555 6. 104 7. 13 8. 650 9. 1105

10. 543 11. $\frac{121}{13}$ 12. 3.85 13. 148 14. 25

计算题、解答题请看“详解详析”P66

详解详析

一、1. 原式 = 3

2. 解: 设 $a = \frac{6}{5} + \frac{7}{6}$, $b = \frac{6}{5} + \frac{7}{6} + \frac{8}{7}$

原式 = $(2+a)b - (2+b)a$

$= 2b + ab - 2a - ab$

$= 2(b-a)$

$= 2 \times \frac{8}{7}$

$= \frac{16}{7}$

3. $5(x+1) - 4(x+2) = 2(x+6) - 3(x+3)$

解: $5x + 5 - 4x - 8 = 2x + 12 - 3x - 9$

$5x - 4x - 2x + 3x = 12 - 9 - 5 + 8$

$2x = 6$

$x = 3$

4. $\frac{0.1x - 0.2}{0.02} = \frac{x+1}{0.5}$

解: $\frac{10x - 20}{2} = \frac{10x + 10}{5}$

$5(10x - 20) - 2(10x + 10) = 60$

$50x - 100 - 20x - 20 = 60$

$50x - 20x = 60 + 100 + 20$

$30x = 180$

$x = 6$

二、5. 555 【解析】一共调查了 $10 + 15 + 12 + 10 + 3 = 50$ (人), 合格的有 $10 + 15 + 12 = 37$ (人), 合格率是 $37 \div 50 \times 100\% = 74\%$, 则该校六年级学生中, 体育成绩合格的约有 $750 \times 74\% = 555$ (人)。

6. 104 【解析】 $3 \times 5 = 3 \times 5 - 1 = 14$; $6 \times 14 = 6 + 14 + 1 = 21$; $5 \times 21 = 5 \times 21 - 1 = 104$ 。

7. 13 【解析】除数与商的乘积为 $727 - 12 = 715$, $715 = 5 \times 11 \times 13$ 。除数要大于 12, 则这个质数是 13。

8. 650 【解析】 $V_{\text{水箱}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, 当水深为 $\frac{1}{3}h$ 时, 水面半径 $r = \frac{1}{3}R$, 水的体积: $V_{\text{水}} = \frac{1}{3} \pi r^2 (\frac{1}{3}h) = \frac{1}{81} \pi R^2 h = 25$ (毫升), 可得 $\pi R^2 h = 25 \times 81$, $V_{\text{水箱}} = \frac{1}{3} \times 25 \times 81 = 675$ (毫升), 再加 $675 - 25 = 650$ (毫升) 水, 可装满此容器。

9. 1105 【解析】切面与前、后面平行, 增加两个前(后)面的面积, $\text{长} \times \text{高} = 130 \div 2 = 65$ (cm²); 切面与左、右面平行, 增加两个左(右)面的面积, $\text{宽} \times \text{高} = 442 \div 2 = 221$ (cm²); 切面与上、下面平行, 增加两个上(下)面的面积, $\text{长} \times \text{宽} = 170 \div 2 = 85$ (cm²)。 $65 = 5 \times 13$, $85 = 5 \times 17$, $221 = 13 \times 17$, 长方体的长、宽、高分别是 5、17、13, 所以原来这个长方体的体积是 $13 \times 17 \times 5 = 1105$ (cm³)。

10. 543 【解析】当六边形地砖块数为 1 时, 正方形地砖块数为 $6 = 1 \times 5 + 1$, 三角形地砖块数为 $6 = 1 \times 4 + 2$; 当六边形地砖块数为 2 时, 正方形地砖块数为 $11 = 2 \times 5 + 1$, 三角形地砖块数为 $10 = 2 \times 4 + 2$; 当六边形地砖块数为 3 时, 正方形地砖块数为 $16 = 3 \times 5 + 1$, 三角形地砖块数为 $14 = 3 \times 4 + 2$; ...; 当六边形地砖块数为 n 时, 正方形地砖块数为 $(5n+1)$ 块, 三角形地砖块数为 $(4n+2)$ 块。所以当 $n = 60$ 时, 正方形地砖块数为 $5n+1 = 301$ (块), 三角形地砖块数为 $4n+2 = 242$ (块), 所以用去的正方形地砖和三角形地砖的总数量为 $301 + 242 = 543$ (块)。

11. $\frac{121}{13}$ 【解析】如解图, 连接 AE , $S_{\triangle ADE}$

$= \frac{1}{2} \times 11 \times 11 = \frac{121}{2}$ (平方厘米), 长方

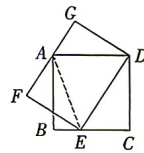
形 $DEFG$ 的面积为 $DE \times EF$, 且三角形

ADE 面积等于长方形面积的一半, 即

$\frac{1}{2} \times 13 \times EF = \frac{121}{2}$, 解得 $EF = \frac{121}{13}$ 厘米。

12. 3.85 【解析】大半圆的半径为 $4 \div 2 = 2$, 小半圆的半径为 $2 \div 2 = 1$, $\frac{1}{2} \times 3.14 \times 2^2 + \frac{1}{2} \times 3.14 \times 1^2 = 7.85$, 直角三角形 ABC 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$, 阴影部分的面积之和 = 两个半圆的面积 - 三角形 ABC 的面积 = $7.85 - 4 = 3.85$ 。

13. 148 【解析】65 分钟时, 两人共走 $4 + 6 \times \frac{55}{60} = 9.5$ (千米);



第 11 题解图

130 分钟时,两人共走 $9.5 \times 2 = 19$ (千米)。此时两人相距 $22 - 19 = 3$ (千米),至相遇两人不再休息,还需 $3 \div (4 + 6) \times 60 = 18$ (分钟),两人从出发到第一次相遇用了 $130 + 18 = 148$ (分钟)。

【易错警示】小亮以 6 千米/时的速度每走 50 分钟后休息 10 分钟,当每 65 分钟,小亮只走了 55 分钟,走的距离是 $6 \times \frac{55}{60}$ 千米。

14. 25 **【解析】**由题中右侧两个图形可得,与 2 相邻的面为 3,4,5,6,故 2 的对面是 1,即第二个图的下底面点数为 1,又由第一个和第二个图可得,与 6 相邻的面为 2,4,5,故第二个图的左面是 4,后面为 3,故 5 的对面是 4,6 的对面是 3,则这枚骰子的三种放置方法下的下底面的点数之积为 $5 \times 1 \times 5 = 25$ 。

三、15. 解:打八折的价格是 $600 \times 80\% = 480$ (元),每套的进价是 $480 \div (1 + 20\%) = 400$ (元),100 套的利润是 $100 \times (480 - 400) = 8000$ (元),剩下 20 套的利润是 $20 \times (480 \times 85\% - 400) = 160$ (元), $8000 + 160 = 8160$ (元)。

答:该商店销售完这种服装共获利 8160 元。

16. 解:如解图,连接 DF ,因为四边形 $ABCD$ 是长方形, $AD = BC = 12$, $AE = 6$,所以 $DE = AD - AE = 12 - 6 = 6$,所以 $\frac{DE}{BC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$,因为 $AD \parallel BC$,所以在三角形 DEG 和三角形 BCG 中,由沙漏模型,得 $\frac{DG}{GB} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$,即 $GB = \frac{2}{3}BD$ 。在长方形 $ABCD$ 中, $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}S_{\text{长方形}ABCD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$ 。因为 $BF = 6$, $BC = 12$,所以 $BF = \frac{1}{2}BC$,则 $S_{\triangle BFD} = \frac{1}{2}S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$,且 $GB = \frac{2}{3}BD$,根据底高模型,得 $S_{\triangle BFG} = \frac{2}{3}S_{\triangle BFD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$ 。

答:三角形 BFG 的面积为 12。

【模型展示】底高模型、沙漏模型:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1 和模型 5”P3。

17. 解:把这项工程的工作量看作单位“1”,甲、乙合做的工作效率为 $1 \div 90 = \frac{1}{90}$,甲、乙合做 18 天完成的工作量为 $\frac{1}{90} \times 18 = \frac{1}{5}$,乙单独完成的工作量为 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$,乙的工作效率为 $\frac{4}{5} \div 120 = \frac{1}{150}$,乙单独完成这项工程需要 $1 \div \frac{1}{150} = 150$ (天)。
- 答:这项工程由乙单独完成需要 150 天。
18. 解:按 A 方案购买所需费用为 $60 \times 70 + (100 - 60) \times 10 = 4600$ (元);按 B 方案购买所需费用为 $(60 \times 70 + 100 \times 10) \times$

$90\% = 4680$ (元), $4600 < 4680$,所以最少需付款 4600 元。

答:学校最少需付款 4600 元。

19. 解:(1)当腰长为 5 厘米时, $5 + 5 = 10$,不满足三角形三边关系,所以这种情况不能构成三角形;当腰长为 10 厘米时, $10 + 5 = 15$, $15 > 10$, $10 + 10 = 20$, $20 > 5$, $10 - 10 = 0$, $0 < 5$, $10 - 5 = 5$, $5 < 10$,满足三角形三边关系,可以构成三角形。此时三角形的周长为 $10 + 10 + 5 = 25$ (厘米)。

答:这个三角形的周长是 25 厘米。

(2)分两种情况讨论:①当甲中的水未流入乙中时,因为乙中的水位为 8 cm,而甲的水位比乙高 1 cm,所以甲的水位为 9 cm,因为注水 1 分钟,甲的水位上升 3 cm,所以开始注水 $9 \div 3 = 3$ (分钟)后,甲的水位比乙高 1 cm。②当甲中的水流入乙中时,因为甲的水位比乙高 1 cm,所以此时甲、丙中的水位为 20 cm,乙中的水位为 19 cm,甲到 20 cm 需 $\frac{20}{3}$ 分钟,设总注水时间为 t 分钟($\frac{20}{3} < t < \frac{44}{3}$),甲、

丙在 $\frac{20}{3}$ 分钟时水已注满至 20 cm,剩余时间即 $(t - \frac{20}{3})$ 分钟注入的水全部流入乙,剩余时间注入水的总体积为 $2 \times S_{\text{甲}} \times 3 \times (t - \frac{20}{3}) = 6S_{\text{甲}}(t - \frac{20}{3})$;因为甲、乙的底面半径之比为 1:2,所以乙的底面积为 $4S_{\text{甲}}$,初始水位为 8 cm,乙最终水位为 19 cm,则向乙注入了 $19 - 8 = 11$ (cm)高的水,乙增加的体积为 $4S_{\text{甲}} \times 11 = 44S_{\text{甲}}$,根据题意得 $6S_{\text{甲}}(t - \frac{20}{3}) = 44S_{\text{甲}}$,解得 $t = 14$ 。

答:开始注水 3 分钟或 14 分钟后,甲的水位比乙高 1 cm。

119. 2026 SDFZ 入学数学真卷(三)

快速对答案

一、选择题 1~5 DCCCB

二、填空题 6. 0.834 7. 12 8. 4 9. 36 10. 4

11. 5 12. 226.08 13. 8:15 14. $\frac{9}{4}$ 15. 244

解答题请看“详解详析”P66

详解详析

一、1. D 2. D 3. C

4. C **【解析】**(2000+200)÷20=110(秒)。

5. B **【解析】**由表可知, $32 \div 5 = 6 \cdots 2$, $45 \div 3 = 15$,此时余数为 0; $46 \div 8 = 5 \cdots 6$, $56 \div 5 = 11 \cdots 1$;所以 A 为被除数, B 为除数, C 为余数, $1999 \div 9 = 222 \cdots 1$,所以运算器输出的 C 值是 1。

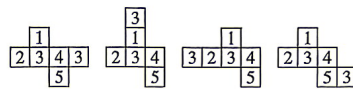
二、6. 0.834

7. 12 **【解析】**由题意得,欢欢原来的苹果数-6个苹果=乐乐原来的苹果数+6个苹果,所以欢欢原来的苹果数=乐乐原来的苹果数+12个苹果,故原来欢欢比乐乐多 12 个苹果。

8. 4 **【解析】**应在袋子中放入 $10 \times \frac{2}{5} = 4$ (个)红球。

9. 36 **【解析】**根据底高模型, $S_{\triangle DEC} : S_{\triangle DEA} = CE : AE = 1 : 2$,则 $S_{\triangle ADE} = 6 \times 2 = 12$ (平方厘米), $S_{\triangle ADC} = 12 + 6 = 18$ (平方厘米),根据一半模型,长方形 $ABCD$ 的面积 $= 2S_{\triangle ADC} = 18 \times 2 = 36$ (平方厘米)。

10. 4 **【解析】**折成正方体后,1 与 5 相对,2 与 4 相对,要添加的正方形与数字 3 相对,共有 4 种添加方法,如解图。



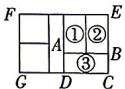
第 10 题解图

11. 5 **【解析】**设 3 人间 x 间,2 人间 y 间,可得 $3x + 2y = 29$, $x = \frac{29-2y}{3}$,因为 x 和 y 都是自然数,采用列举法可得 $x = 1$,
 $y = 13$; $x = 3$, $y = 10$; $x = 5$, $y = 7$; $x = 7$, $y = 4$; $x = 9$, $y = 1$,有 5 种不同的安排。

12. 226.08 **【解析】**根据题意可知,面积最大的等腰直角三角形的两条直角边长均为 6 厘米,以等腰直角三角形的一条直角边所在直线为轴旋转一周形成的立体图形是一个圆锥,它的底面半径是 6 厘米,高是 6 厘米,体积是 $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times 6 = 226.08$ (立方厘米)。

13. 8:15 **【解析】**圆的面积 $\times \frac{1}{6} =$ 正方形的面积 $\times \frac{1}{9}$,所以圆的面积:正方形的面积 $= \frac{1}{9} : \frac{1}{6} = 2:3$,三角形的面积 $\times \frac{1}{5} =$ 正方形的面积 $\times \frac{1}{4}$,所以三角形的面积:正方形的面积 $= \frac{1}{4} : \frac{1}{5} = 5:4$,圆的面积:正方形的面积:三角形的面积 $= 8:12:15$,圆的面积:三角形的面积 $= 8:15$ 。

14. $\frac{9}{4}$ **【解析】**如解图所示,大长方形中的 6 个小长方形面积相等,则 $S_{\text{①}} + S_{\text{②}} + S_{\text{③}} = \frac{1}{2}S_{\text{长方形CEFG}}$, $CD = \frac{1}{2}CG$,因为大长方形的长、宽之比为 3:2,可设 $CG = 3x$,则 $CE = 2x$, $CD = \frac{1}{2} \times 3x = \frac{3}{2}x$,
 $S_{\text{长方形CEFG}} = 3x \times 2x = 6x^2$,则 $S_{\text{①}} = \frac{1}{6} \times 6x^2 = x^2$,则 $BC = x^2 \div \frac{3}{2}x = \frac{2}{3}x$,而 $AB = CD$,所以 $AB:BC = \frac{3}{2}x : \frac{2}{3}x = 9:4$,比值为 $\frac{9}{4}$ 。



第 14 题解图

15. 244 **【解析】**第一层涂红色不考虑;第二层:去掉第一层后正方体的每条棱上排列 $9 - 2 = 7$ (个)小正方体,这一层涂黄色;第三层:去掉第二层后,剩下的正方体的每条棱上排列 $7 - 2 = 5$ (个)小正方体,这一层涂红色;第四层:去掉第三层后,剩下的正方体的每条棱上排列 $5 - 2 = 3$ (个)小正方体,这一层涂黄色;第五层:去掉第四层后,剩下

$3 - 2 = 1$ (个)正方体,涂红色。涂有黄色的小正方体共有 $7 \times 7 \times 7 - 5 \times 5 \times 5 + 3 \times 3 \times 3 - 1 = 244$ (个)。

【解题技巧】染色问题:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、技巧 3”P4。

三、16. (1)原式=87

(2)原式=252

$$(3) \frac{8}{9} \times [x \div (\frac{5}{16} - 0.25)] - 5 = \frac{17}{3}$$

$$\text{解: } \frac{8}{9} \times (x \div \frac{1}{16}) - 5 = \frac{17}{3}$$

$$\frac{8}{9} \times 16x = \frac{32}{3}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

17. 解:D 是 BC 的中点,所以 $BD = DC$ 。E 是 AB 上靠近点 B 的三等分点,所以 $AB = 3BE$,如解图所示,

$$\text{连接 } AD, S_{\text{阴影}} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} =$$

$$\frac{1}{6}S_{\triangle ABC}, S_{\text{空白}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BED} = \frac{5}{6}S_{\triangle ABC}, \frac{1}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} \div (\frac{5}{6}S_{\triangle ABC}) = \frac{1}{6} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{5}。$$

答:阴影部分面积是空白部分面积的 $\frac{1}{5}$ 。

18. 解:设甲、乙、丙三人的工作效率分别为 a, b, c ,因为丙休息 2 天,乙就要多做 4 天,或者由甲、乙两人合作多做 1 天,所以 $2c = 4b = (a+b) \times 1$,即 $c:b = 4:2 = 2:1, b:a = 1:$

3,所以 $a:b:c = 3:1:2$,则甲的工作效率 $= \frac{1}{13} \times \frac{3}{3+2+1} =$

$$\frac{1}{26}, \text{甲单独做需要 } 1 \div \frac{1}{26} = 26 \text{ (天)}。$$

答:这项工程由甲独做需要 26 天。

19. 解:甲容器中的盐有 $300 \times 10\% = 30$ (千克),乙容器中的盐有 $120 \times 20\% = 24$ (千克)。设要倒入 x 千克水。根据题意

$$\text{可列方程: } \frac{30}{300+x} = \frac{24}{120+x}, \text{解得 } x = 600。$$

答:要倒入 600 千克水。

20. 解:设上底长为 $2a$ 厘米,下底长为 $3a$ 厘米,三角形 AOD 的 AD 边上的高为 h 厘米,三角形 BCO 的 BC 边上的高为 x 厘米。由题意可列方程 $\frac{1}{2} \times (2a \times h) : \frac{1}{2} \times (3a \times x) = 10:$

$$12, \text{解得 } x = \frac{4}{5}h, \text{所以梯形的高为 } h + \frac{4}{5}h = \frac{9}{5}h。 \text{又因为}$$

$$\text{三角形 AOD 面积为 } 10, \text{可得 } \frac{1}{2} \times 2a \times h = 10, \text{所以 } ah = 10,$$

$$\text{梯形面积为 } (2a+3a) \times \frac{9}{5}h \div 2 = \frac{9}{2}ah = \frac{9}{2} \times 10 = 45 \text{ (平方厘米)}, \text{阴影部分的面积为 } 45 - 10 - 12 = 23 \text{ (平方厘米)}。$$

答:阴影部分的面积是 23 平方厘米。

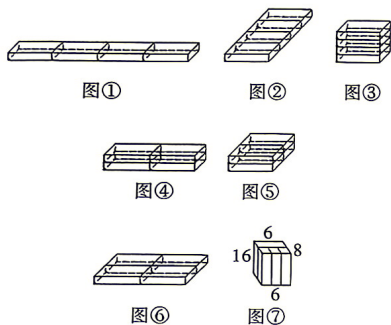
21. 解:第二班工人完成了全天计划的 $(1-\frac{3}{10})\times\frac{1}{2}=\frac{7}{20}$,第三班工人完成了全天计划的 $(1+\frac{1}{5})\times\frac{3}{10}=\frac{11}{20}$,全天计划生产消毒药水 $2475\div\frac{11}{20}=4500$ (瓶)。

答:全天计划生产消毒药水 4500 瓶。

22. 解:(1)图①大长方体的表面积是 $(16\times6+16\times2+6\times2)\times2=368$ (平方厘米),图②大长方体的表面积是 $(16\times2+16\times2+6\times2)\times2=536$ (平方厘米),图③大长方体的表面积是 $(16\times6+16\times2+6\times2)\times2=496$ (平方厘米), $368<496<536$,图①中的大长方体的表面积最小。

答:图①中的大长方体的表面积最小。

- (2)7 544 【解法提示】如解图,共有 7 种不同的方式。

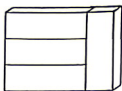


第 22 题解图

解图①表面积: $(16\times4+16\times4+6\times2)\times2=1048$ (平方厘米),解图②表面积: $(16\times6+16\times2+6\times4)\times2=928$ (平方厘米),解图③表面积: $(16\times6+16\times2+6\times2)\times2=544$ (平方厘米),解图④表面积: $(16\times2+16\times6+6\times2)\times2=688$ (平方厘米),解图⑤表面积: $(16\times6+16\times2+6\times2)\times2=608$ (平方厘米),解图⑥表面积: $(16\times2+16\times2+6\times2)\times2=944$ (平方厘米),解图⑦表面积: $[2\times3\times(6+2)+2\times3\times16+(6+2)\times16]\times2=544$ (平方厘米),搭成的大长方体的表面积最小为 544 平方厘米。

(3)共有 6($a\neq3b$ 且 $b\neq3c$)或 7($a=3b$ 且 $b\neq3c$ 或 $b=3c$ 且 $a\neq3b$)或 8($a=3b$ 且 $b=3c$)种不同的方式。①若 $a=3b$ 且 $b\neq3c$,如解图①~解图⑥共 7 种,若 $b=3c$ 且 $a\neq3b$,如解图①~解图⑦共 7 种;②若 $a=3b$ 且 $b=3c$,如解图①~解图⑧共 8 种。解图①: $2\times(4ab+bc+4ac)=8ab+2bc+8ac$;解图②: $2\times(ac+4ab+4bc)=8ab+8bc+2ac$;解图③: $2\times(4ac+ab+4bc)=2ab+8bc+8ac$;解图④: $2\times(2ab+4ac+2bc)=4ab+4bc+8ac$;解图⑤: $2\times(2ab+4bc+2ac)=4ab+8bc+4ac$;解图⑥: $2\times(4ab+2bc+2ac)=8ab+4bc+4ac$;

解图⑦: $2\times(3ac+4bc+ac+ab)=2ab+8bc+8ac$;解图⑧: $2\times(4ab+ac+ac+bc)=8ab+2bc+4ac$,又 $\because a>2b$ 且 $b>2c$,故表面积最小为 $(2ab+8bc+8ac)$ 平方厘米。



图⑧

答:共有 6($a\neq3b$ 且 $b\neq3c$)或 7($a=3b$ 且 $b\neq3c$ 或 $b=3c$ 且 $a\neq3b$)或 8($a=3b$ 且 $b=3c$)种不同的方式,搭成的大长方体的表面积最小为 $(2ab+8bc+8ac)$ 平方厘米。

120. 2026 SDFZ 入学数学真卷(四)

快速对答案

二、5. 3:10 6. $\frac{1}{3}$ 7. 61 8. 5 9. 40 10. 300

11. 4 15 12. $560-9\pi$ 13. 72π 14. 36

计算题、解答题请看“详解详析”P67

详解详析

一、1. 原式 $=\frac{8}{3}$

2. 解:原式 $=2\times(1-\frac{1}{3})+2\times(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+2\times(\frac{1}{5}-\frac{1}{7})+2\times(\frac{1}{7}-\frac{1}{9})+2\times(\frac{1}{9}-\frac{1}{11})+2\times(\frac{1}{11}-\frac{1}{13})$

$=2\times(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13})$

$=2\times(1-\frac{1}{13})$

$=2\times\frac{12}{13}$

$=\frac{24}{13}$

$=\frac{24}{13}$

3. $0.6x-0.7=\frac{x}{4}$ 4. $\frac{x-2}{3}=\frac{x}{6}+1$

解: $0.6x-0.7=0.25x$ 解: $2(x-2)=x+6$

$0.35x=0.7$ $2x-4=x+6$

$x=2$ $x=10$

二、5. 3:10 【解析】 $\frac{2}{3}a=\frac{1}{5}b, a:b=\frac{1}{5}:\frac{2}{3}=3:10$ 。

6. $\frac{1}{3}$ 【解析】将骰子投掷两次,每次结果为 1~6,总共有 6×6=36(种)可能出现的组合,和为 3 的倍数的可能值有 3、6、9、12。和为 3:(1,2)、(2,1);和为 6:(1,5)、(2,4)、(3,3)、(4,2)、(5,1);和为 9:(3,6)、(4,5)、(5,4)、(6,3);和为 12:(6,6)。共 2+5+4+1=12(种)可能,因此,朝上一面的两个数字之和为 3 的倍数的可能性是 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$ 。

7. 61 【解析】通过观察发现,分割 n 次,分成正方形的个数为 $3n+1$ 。分割 20 次,分成了 $3\times20+1=61$ (个)正方形。

8. 5 【解析】如解图,连接 BF ,根据一半模型, $S_{\triangle BEF}=S_{\triangle CEF}=1, S_{\triangle ABF}=2S_{\triangle CEF}=2\times(1+1)=4$,阴影部分的面积 $=S_{\triangle ABF}+S_{\triangle BEF}=4+1=5$ 。



第 8 题解图

(模型展示)一半模型:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 2”P3。

9. 40 【解析】设一根熏香从一端开始完全燃烧完需要 t 分钟,将第一根熏香的两端同时点燃,因为两端同时燃烧,所以第一根熏香烧完所用时间为 $\frac{1}{2}t$ 分钟。当第一根熏香烧完时,第二根熏香已经燃烧了 $\frac{1}{2}t$ 分钟,此时第二根熏香剩下的部分还需燃烧 $\frac{1}{2}t$ 分钟。接着点燃第二根熏香的另一端,此时两端同时燃烧,速度变为原来的 2 倍,所以剩下部分燃烧完所需时间为 $\frac{1}{2}t\div2=\frac{1}{4}t$ (分钟)。从开始计时至

第二根燃尽时共用时 10 分钟,即 $\frac{1}{4}t=10$,解得 $t=40$ 。

10. 300 【解析】 $15+10=25$ (厘米),500 毫升=500 立方厘米,正放水时水壶的底面积是 $500\div25=20$ (平方厘米),壶中水的体积是 $20\times15=300$ (立方厘米),300 立方厘米=300 毫升。

11. 4 15 【解析】抽屉中共有 3 种颜色的袜子(黑、白、蓝),为保证拿到一双同色袜子,最坏情况是每种颜色各拿 1 只,再拿 1 只,即至少随机拿出 $3+1=4$ (只),才必能拿到一双同色的袜子;已拿 1 只黑袜子,为保证凑成一双黑袜子,最坏情况是先拿完所有白袜子和蓝袜子,再拿 1 只,即至少要再随机拿出 $6+8+1=15$ (只)袜子,才能保证凑成一双黑袜子。

(解法技巧)抽屉问题两大定理:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——五、技巧 1”P4。

12. $560-9\pi$ 【解析】长方形总面积为 $30\times20=600$ (平方米),小路最小面积为 $2\times20=40$ (平方米),喷泉水池面积为 $\pi\times(6\div2)^2=9\pi$ (平方米),草地部分的最大面积为 $600-40-9\pi=(560-9\pi)$ (平方米)。

13. 72π 【解析】一个小圆柱的侧面积是 $\pi\times2\times2=4\pi$,一个小圆柱的底面积是 $\pi\times(2\div2)^2=\pi$ 。第一组图形的表面积为 $S_1=4\pi+2\pi=6\pi$;第二组图形的表面积为 $S_2=4\times4\pi+4\times\pi=20\pi$;第三组图形的表面积为 $S_3=9\times4\pi+6\times\pi=42\pi$;

第四组图形的表面积为 $S_4=16\times4\pi+8\times\pi=72\pi$ 。

14. 36 【解析】如解图,连接 OA, OB, OC ,则

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AB\times3, S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}BC\times3, S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}AC\times3$;

$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}=54$,

即 $\frac{1}{2}\times(AB+BC+AC)\times3=54, AB+BC+AC=36$,所以三角形 ABC 的周长为 36。

三、15. 解: $S_{\triangle CDD}:S_{\triangle ACD}=1:2$,所以 $CD:AD=1:2$,又因为 $AC=48$,所以 $CD=48\div(1+2)=16$;

$S_{\triangle BEH}:S_{\triangle CEH}=1:1$,所以 $BE:CE=1:1$,又因为 $BC=40$,所以 $BE=CE=40\div2=20$;

$S_{\triangle ACC}:S_{\triangle ABC}=1:2$,所以 $AG:AB=1:2$,又因为 $AB=60$,所以 $AG=60\div2=30$;

$S_{\triangle ADF}:S_{\triangle ADC}=1:2$,所以 $AF:AC=1:2$,又因为 $AC=30$,所以 $AF=30\div2=15$ 。所以 $AF+BE+CD=15+20+16=51$ 。

答: $AF+BE+CD$ 的长度之和为 51。

16. 解:最小的质数是 2,当小明爷爷的年龄是小明爸爸的 2 倍时,小明年龄为 2 岁。当爷爷年龄是小明的 3 倍且年龄和为 100 岁时,小明年龄为 $100\div(1+3)=25$ (岁),爷爷年龄为 $25\times3=75$ (岁)。

$25-2=23$ (年),则小明 2 岁时,爷爷 $75-23=52$ (岁),此时爸爸年龄为 $52\div2=26$ (岁),所以爸爸比小明大 $26-2=24$ (岁)。

答:爸爸比小明大 24 岁。

17. 解:如解图,连接 AF ,因为 $CE=2AE$,所以 $AE:EC=1:2$,根据底高模型, $S_{\triangle AFE}:S_{\triangle EFC}=1:2$,所以 $S_{\triangle AFE}=4\div2=2$,因为 D 为线段 AB 的中点,所以 $BD=DA$ 。根据底高模型, $S_{\triangle BFD}=S_{\triangle DFC}$;

$S_{\triangle BCD}=S_{\triangle DCA}$,则 $S_{\triangle BFC}=S_{\triangle AFC}=4+2=6$, $S_{\triangle BEC}=6+4=10$ 。又因为 $AE:EC=1:2$,根据底高模型, $S_{\triangle ABE}:S_{\triangle BEC}=1:2$, $S_{\triangle ABE}=10\div2=5$, $S_{\triangle BFD}=(5-2)\div2=1.5$ 。答:三角形 BDF 的面积为 1.5。

(模型展示)底高模型:见“高分必备公式、模型及技巧汇总——三、模型 1”P3。

18. 解:设小明的速度为 v_1 米/秒,小红的速度为 v_2 米/秒,两人同时从同一起点出发,同向奔跑,1 分 40 秒后小明第一次追上小红,1 分 40 秒=100 秒,小明 100 秒追上小红,此时小明比小红多跑一圈,即 $200\div(v_1-v_2)=100, v_1-v_2=2$ ①;

小明让小红先跑 10 秒,小明 15 秒追上小红,两人跑的路程相等,即 $15v_1=(10+15)v_2$ ②,根据①②得, $v_1=5, v_2=3$;

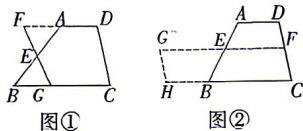
两人的速度和为 $5+3=8$ (米/秒), $60\times2\times8\div200=4.8$,即 2 分钟内共相遇 4 次。

答:出发后 2 分钟内两人共相遇 4 次。

19. 解:(1)如解图①, E 为 AB 的中点, $EC\parallel CD$,沿 EC 剪开并将 $\triangle BEC$ 绕点 E 顺时针旋转 180° 可得到平行四边形 $DCCF$;

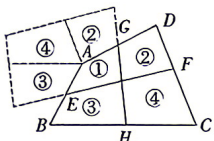
如解图②,沿梯形的中位线 EF 剪开,再以点 E 为

旋转中心,将梯形 $ADFE$ 逆时针旋转 180° 可得到平行四边形 $CFGH$ 。(答案不唯一)



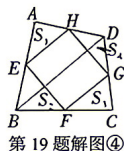
图① 图②

(2) 如解图③所示, E, H, F, G 分别为 AB, BC, CD, AD 的中点, 沿 EF, GH 剪开, ②部分绕点 C 逆时针旋转 180° , ③部分绕点 E 顺时针旋转 180° , ④部分平移至 A, C 两点重合, 即可得到平行四边形。(答案不唯一)



第19题解图③

(3) 68 【解法提示】如解图④所示, 连接 BD , 则有 $EH \parallel BD \parallel FG$, 又因为 $\frac{AH}{AD} = \frac{1}{2}, \frac{CF}{CB} = \frac{1}{2}$, 根据金字塔模型, $S_{\triangle ABD} = 4S_1 = 32, S_{\triangle CBD} = 4S_3 = 36$, 所以 $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = 32 + 36 = 68$.



第19题解图④

【解法技巧】 连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。三角形的中位线平行于三角形的第三边, 并且等于第三边的一半。

121. 2026 SDFZ 青云班入学数学真卷(一)

快速对答案

一、填空题 1. 3 2. 6 3. 16 4. 8.5 5. 16 6. 20

7. 2668 8. 0.146 9. 40 10. 108

计算题、解答题请看“详解详析”P68

详解详析

一、1. 3 【解析】3 只母鸡 1 天能下 $3 \div 3 = 1$ (个) 蛋, 把这 3 只母鸡当作一窝鸡, 则一窝鸡 1 天下 1 个蛋, 100 天下 100 个蛋, 即 3 只母鸡 100 天下 100 个蛋。

2. 6 【解析】 $2 \times x = 2^x + x^2 = 100$, 当 $x = 4$ 时, $2^4 + 4^2 = 32 \neq 100$; 当 $x = 5$ 时, $2^5 + 5^2 = 57 \neq 100$; 当 $x = 6$ 时, $2^6 + 6^2 = 100$, 所以 x 的值为 6。

3. 16 【解析】 B, D 两个数的和为 $12 \times 4 - 8 \times 2 = 32$, B, D 两个数的平均数为 $32 \div 2 = 16$ 。

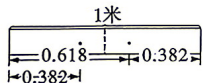
4. 8.5 【解析】设从 1 层到 2 层用时为 x 秒, 则从 2 层到 3 层用时 $(x+2)$ 秒, 从 3 层到 4 层用时 $(x+2+2)$ 秒, 从 4 层到 5 层用时 $(x+2+2+2)$ 秒, 从 5 层到 6 层用时 $(x+2+2+2+2)$ 秒, 由题意得 $x+x+2+x+2+x+2+x+2+x+2+x+2+x+2=90$, 解得 $x=14$, 从 17 层到 18 层用时 $14+(18-1) \times 2=46$ (秒), 到 18 层共需要 $(14+46) \times (18-1) \div 2=510$ (秒), 510 秒 = 8.5 分钟。

5. 16 【解析】如解图, 连接 AC , 四边形 $AFCE$ 的面积 = 三角形 AFC 的面积 + 三角形 AEC 的面积 = $2 \times 6 \div 2 + 5 \times 4 \div 2 = 16$ 。

6. 20 【解析】圆柱的底面直径扩大为原来的 2 倍, 底面积就扩大为原来的 4 倍; 高改为原来的一半, 即高缩小为原来的 $\frac{1}{2}$, 因此新体积是原体积的 $4 \times \frac{1}{2} = 2$ 倍, 原来的水桶可装水 $40 \div 2 = 20$ (千克)。

7. 2668 【解析】两位自然数 $\overline{mn} = 10m+n, \overline{nm} = 10n+m$ (m, n 为 1~9 的整数, 且 $m > n$), $10m+n = 7a+1$ (a 为整数), $10n+m = 7b+1$ (b 为整数); 两式相减得: $9(m-n) = 7(a-b)$, 因 9 和 7 互质, 故 $m-n$ 必为 7 的倍数, 结合 $m > n$ 且 m, n 为 1~9 的整数, 得 $m-n=7$, 即 $m=n+7$, 代入验证得 $n=2, m=9$ 时, $\overline{mn}=92, \overline{nm}=29$ 满足要求, 所以 $\overline{mn} \times \overline{nm} = 92 \times 29 = 2668$ 。

8. 0.146 【题图分析】如解图, 设红点距离纸条左端 0.618 米, 离右端 $1-0.618=0.382$ (米), 所以黄点离左端也是 0.382 米。红点与黄点之间的距离是 $1-0.382 \times 2 = 0.236$ (米), 剪去一段长 0.382 米长的纸条后, 剩下的纸条长 0.618 米, 对折起来, 对准黄点剪一刀, 得到两段长 0.236 米的纸条, 还有一段纸条的长度是 $0.618-0.236 \times 2 = 0.146$ (米), $0.146 < 0.236 < 0.382$, 所以四段纸条中最短的一段是 0.146 米。



第8题解图

9. 40 【解析】甲队做 10 天完成这项工程的 $\frac{1}{120} \times 10 = \frac{1}{12}$, 乙队做 5 天完成这项工程的 $\frac{5}{24} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8}$, 乙队的工作效率是

$\frac{1}{8} \div 5 = \frac{1}{40}$, 乙队单独做这项工程需要 $1 \div \frac{1}{40} = 40$ (天)。

10. 108 【解析】把 n 个数分成 13 个序列, 每个序列的长度为 $\lceil \frac{n}{13} \rceil$ 或 $\lfloor \frac{n}{13} \rfloor + 1$, 两个长度差为 1 的序列, 要使取出的数中没有两个数的差为 13, 能够被取得的数的个数之差也不会超过 1, 所以要使 57 个数中任意两个数的差都不等于 13, 则这 57 个数被分配在 13 个序列中, 在每个序列被分配的数的个数差不会超过 1, 那么 13 个序列有 8 个

序列分配了 4 个数, 5 个序列分配了 5 个数, 则这 13 个序列中 8 个长度为 8, 5 个长度为 9, 那么当 n 最小为 $8 \times 8 + 9 \times 5 = 109$ 时, 可以取出 57 个数, 其中任两个数的差不为 13, 所以要使任取 57 个数必有两个数的差为 13, 那么 n 的最大值为 108。

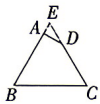
二、11. 解: 由原方程可解得 $a = \frac{9}{10}x - 142$, 因为 a 为正整数, 所以 $\frac{9}{10}x$ 应是大于 142 的整数, $\frac{9}{10}x > 142$, 即 $x > 157 \frac{7}{9}$, 又因为 x 为正整数, 要使 $\frac{9}{10}x$ 为整数, x 必须是 10 的倍数, 而且为使 a 最小, 应取 $x = 160, a = \frac{9}{10} \times 160 - 142 = 2$, 满足题意, 所以正整数 a 的最小值为 2。

$$\begin{aligned} 12. \text{ 解: 因为 } & \frac{n^2}{n^2-100n+5000} + \frac{(100-n)^2}{(100-n)^2-100(100-n)+5000} \\ &= \frac{n^2}{n^2-100n+5000} + \frac{10000-200n+n^2}{n^2-100n+5000} \\ &= \frac{2(n^2-100n+5000)}{n^2-100n+5000} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{所以原式} &= \left(\frac{1^2}{1^2-100+5000} + \frac{99^2}{99^2-9900+5000} \right) + \dots + \\ &= \left(\frac{49^2}{49^2-4900+5000} + \frac{51^2}{51^2-5100+5000} \right) + \\ &= \frac{50^2}{50^2-5000+5000} \\ &= 2 + \dots + 2 + 1 \\ &= 2 \times 49 + 1 \\ &= 99 \end{aligned}$$

三、13. 解: x 为两位的正整数, y 为一位的正整数, x 的十位数字、个位数字、 y 互不相同, x 与 y 的乘积最大时, x, y 中数字只能取 7、8、9。当 $y=9, x=87$ 时, $87 \times 9 = 783$; 当 $y=8, x=97$ 时, $97 \times 8 = 776$; 当 $y=7, x=98$ 时, $98 \times 7 = 686$ 。其中最大的是 783。答: x 和 y 乘积的最大值为 783。

14. 解: 如解图, 延长 BA, CD 交于点 $E, \angle EBC = \angle ECB = 60^\circ$, 所以三角形 EBC 为等边三角形, 所以 $EB = EC = BC, \angle DAB = \angle EAD = 90^\circ, \angle AED = 60^\circ, \angle EDA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, 第 14 题解图 三角形 ADE 为直角三角形, 所以 $DE = 2AE$, 设 $AE = x$, 则 $DE = 2x$, 由 $EB = EC$ 得 $5+x = 4+2x$, 解得 $x=1$, 所以 $BC = EB = 5+1 = 6$ 。



答: BC 的长度为 6。

【解法技巧】 在直角三角形中, 如果一个锐角等于 30° , 那么它所对的直角边等于斜边的一半。

15. 解: 对每一位男士, 假设净取下帽子的次数 = 取下次数 - 得到次数, 因为每一次操作都是“一个人取下, 另一个人

得到”, 所以对所有人来说, 所有人的总取下次数 = 所有人的总得到次数, 即“净取下帽子的次数”之和 = 0, 有 10 位男士, 他们的“净取下帽子的次数” ≥ 1 (取下比得到多), 那么剩下 10 位男士, 他们的“净取下帽子的次数” ≤ 0 (取下比得到少), 为了让总和为 0, 唯一的可能是, 取下礼帽的次数都多于得到礼帽的次数的 10 位男士的“净取下帽子的次数”恰好等于 1 (每人多取 1 次, 总和 = $10 \times 1 = 10$), 剩下 10 位男士的“净取下帽子的次数”恰好等于 -1 [每人多得到 1 次, 总和 = $10 \times (-1) = -10$]; 一个人“净取下帽子的次数” = 1, 那么他一开始必须戴着帽子 (否则没帽子可取), 并且最终没帽子 (因为取的比得的多 1), 一个人“净取下帽子的次数” = -1, 那么他一开始没戴帽子, 最终戴上了, 那 10 位“净取下帽子的次数” = 1 的人, 就是所有一开始戴帽子的人。所以, 他们中有 10 人戴着礼帽。答: 他们中有 10 人戴着礼帽。

16. 解: 这一串数为 1、3、8、22、60、164、448、1224、3344、9136、24960、68192, ..., 从第一个数开始除以 9, 得到余数分别是 1、3、8、4、6、2、7、0、5、1、3、8, ..., 余数以 9 个数为一组进行循环, $2026 \div 9 = 225$ (组) ... 1 (个), 则第 2026 个数除以 9 的余数是 1。答: 第 2026 个数除以 9 的余数是 1。

17. 解: 设两位数 $A = 10a+b$ (a 为十位上的数字, b 为个位上的数字), 条件为 $(a+b)^2 = \text{数字和}$ (A^2), $a+b$ 的范围为: 两位数中, $a+b$ 最小为 $1+0=1$, 最大为 $9+9=18$, A^2 数字和的范围: A 是两位数, A^2 是三位数或四位数, A^2 数字和最大为 $9 \times 4 = 36$ (如 9999), 结合条件, $(a+b)^2$ 必须等于 A^2 的数字和, 因此 $(a+b)^2 \leq 36, a+b \leq 6$, 故所有满足 $a+b=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 的两位数共 21 个。

筛选符合条件的数有: $A=10, s=1+0=1, s^2=1, 10^2=100$, 数字和为 1, 符合; $A=11, s=1+1=2, s^2=4, 11^2=121$, 数字和为 4, 符合; $A=12, s=1+2=3, s^2=9, 12^2=144$, 数字和为 9, 符合; $A=13, s=1+3=4, s^2=16, 13^2=169$, 数字和为 16, 符合; $A=20, s=2+0=2, s^2=4, 20^2=400$, 数字和为 4, 符合; $A=21, s=2+1=3, s^2=9, 21^2=441$, 数字和为 9, 符合; $A=22, s=2+2=4, s^2=16, 22^2=484$, 数字和为 16, 符合; $A=30, s=3+0=3, s^2=9, 30^2=900$, 数字和为 9, 符合; $A=31, s=3+1=4, s^2=16, 31^2=961$, 数字和为 16, 符合。

答: 所有满足条件的两位数为 10、11、12、13、20、21、22、30、31。

18. 解: 不能。理由: 8 行、8 列及两对角线共有 18 条“线”, 每条线上有 8 个数字, 要使每条线上的数字和不同, 也就是需要每条线上的数字和有 18 种及以上的可能, 但填入的数只有 6、7、8 三种, 因此在每条线上的 8 个数字中, 其和最小是 $6 \times 8 = 48$, 最大是 $8 \times 8 = 64$, 只有 $64 - 48 + 1 = 17$ (种) 可能, 故不可能使得每行、每列及两条对角线上的八个数的和各不相同。

一、填空题 1. 40 2. 30.144 3. 72 4. 2 5. 62

6. $\frac{12}{19}$ 7. 48 8. 500 9. 75 10. 1080

解答题请看“详解详析”P69

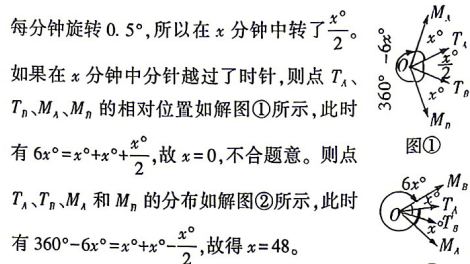
详解详析

- 一、1. 40 【解析】设跑狗 3 步的时间为单位时间,则狗的速度为每单位时间 3 步,小明的速度为每单位时间 $2 \times 2 = 4$ (步),小明追上狗需要 $10 \div (4-3) = 10$ (单位时间),追上狗时,狗跑了 $3 \times 10 + 10 = 40$ (步)。
2. 30.144 【解析】滚动 1 周压路面积为 $3.14 \times 0.8 \times 1.2 = 3.0144$ (平方米),滚动 10 周压路面积为 $3.0144 \times 10 = 30.144$ (平方米)。
3. 72 【解析】1 时 = 60 分钟,12 时 = 720 分钟,快钟每天快 20 分钟,快钟再次显示标准时间需快 720 分钟, $720 \div 20 = 36$ (天);慢钟每天慢 30 分钟,慢钟再次显示标准时间需慢 720 分钟, $720 \div 30 = 24$ (天);36 和 24 的最小公倍数是 72,所以至少要经过 72 天才能再次同时显示标准时间。
4. 2 【解析】三角形周长为 10 且三边都是整数,由两边之和大于第三边可知各边必定小于 5,则能取的值为 1,2,3,4,符合三角形三边关系的为 3,3,4 与 2,4,4,共有 2 个。
5. 62 【解析】设全厂有 100 人,则全年各季度没有全勤的共有 $100 \times (1-90\%) + 100 \times (1-86\%) + 100 \times (1-92\%) + 100 \times (1-94\%) = 38$ (人)。根据最不利原则,每个季度缺勤的,在其他季度都全勤,当四个季度没有全勤的人互不相同,全年没有全勤的人最多,为 38 人。所以至少有 $100-38 = 62$ (人)全勤,即全年全勤的人至少占 62%。

解題技巧 全勤率 = 全勤人数 ÷ 总人数 $\times 100\%$ 。

6. $\frac{12}{19}$ 【解析】假设该岛屿上恰有 n 对夫妻。根据题意, n 个已婚妇女占了岛上女人总数的 $\frac{3}{5}$,则岛上共有 $\frac{5n}{3}$ 个女人。同理,由于 n 个已婚男人占了岛上男人总数的 $\frac{2}{3}$,所以岛上共有 $\frac{3n}{2}$ 个男人。所以,岛上共有 $\frac{5n}{3} + \frac{3n}{2} = \frac{19n}{6}$ 个居民,其中有 $2n$ 个人已婚,故已婚者占人口总数的比例为 $\frac{2n}{\frac{19n}{6}} = \frac{12}{19}$ 。

7. 48 【解析】因为时针转 30° ,分针要转 360° ,列车由 A 站行驶到 B 站所需时间少于一小时,所以时针的转角小于 30° ,以 O 表示钟面的圆心,分别以 T_A 和 T_B 表示列车经过 A 站和 B 站时时针的位置,而 M_A 和 M_B 则是相应时刻的分针的位置。分针每分钟转 6° ,所以在 x 分钟中转了 $6x^\circ$;时针



- 每分钟旋转 0.5° ,所以在 x 分钟中转了 $\frac{x^\circ}{2}$ 。
- 如果在 x 分钟中分针越过了时针,则点 T_A 、 T_B 、 M_A 、 M_B 的相对位置如图①所示,此时有 $6x^\circ = x^\circ + \frac{x^\circ}{2}$,故 $x = 0$,不合题意。则点

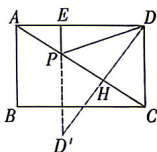
T_A 、 T_B 、 M_A 和 M_B 的分布如图②所示,此时有 $360^\circ - 6x^\circ = x^\circ + \frac{x^\circ}{2}$,故得 $x = 48$ 。

8. 500 【解析】根据题意可设原有居民 x 人,则 $300\%x = n$, $x = \frac{n}{3}$,第二年增加的人数为 $(x + n) \times n\% = 300$,即 $(\frac{n}{3} + n) \times n\% = 300$,解得 $n = 150$,则 $x = \frac{n}{3} = 50$,该村庄第二年末共有居民 $50 + 150 + 300 = 500$ (人)。
9. 75 【解析】每次加入牛奶,里面的水不变,将原来水的总量看作单位“1”,多次操作后,水还有 $1 \times (1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$,则最后牛奶有 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,占全部溶液的 $\frac{3}{4} \div 1 \times 100\% = 75\%$ 。

10. 1080 【解析】互质就是两个数的最大公因数是 1。 $2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$,所以 2025 的质因数是 3 和 5。和 2025 互质的数,就是不被 3 整除,也不被 5 整除的数。被 3 整除的数有 $2025 \div 3 = 675$ (个),被 5 整除的数有 $2025 \div 5 = 405$ (个),被 3 和 5 同时整除(即被 15 整除)的数有 $2025 \div 15 = 135$ (个),与 2025 不互质的数有 $675 + 405 - 135 = 945$ (个),1 到 2025 一共 2025 个整数,所以与 2025 互质的数的个数是 $2025 - 945 = 1080$ (个)。

- 二、11. 解:如图解,作点 D 关于直线 AC 的对称点 D',连接 DD' 交 AC 于点 H,过点 D' 作 D'E ⊥ AD 于点 E, DP = D'P,则 PE + PD 的最小值为 D'E 的长。因为四边形 ABCD 是长方形,所以 $\angle ADC = 90^\circ$,因为点 D、点 D' 关于 AC 对称,所以 $DD' \perp AC$, $DH = D'H$,因为 $AD = 4$, $\angle DAC = 30^\circ$,所以 $DH = 4 \div 2 = 2$, $\angle ADH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,所以 $DD' = 4$, $\angle D' = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $DE = 4 \div 2 = 2$, $D'E = \sqrt{D'D^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ 。

答: PE + PD 的最小值为 $2\sqrt{3}$ 。



第 11 题解图

12. 解:因为三位数的立方数有 $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $7^3 = 343$,

$8^3 = 512$, $9^3 = 729$,又 $\frac{1+2+5}{2} = 4 \neq 5$,故这个三位数不是 125; $\frac{1+2+6}{2} = 4.5 \neq 6$,故这个三位数不是 216; $\frac{3+4+3}{2} = 5 \neq 7$,故这个三位数不是 343; $\frac{5+1+2}{2} = 4 \neq 8$,故这个三位数不是 512; $\frac{7+2+9}{2} = 9$,所以这个三位数是 729。

答:这个三位数是 729。

- 三、13. 解:十二人进行象棋比赛,每两人都比一场,一共要比 $11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 66$ (场)。因为每场比赛无论结果如何,两人的得分之和都是 1 分(胜者 1 分,输者 0 分,共 1 分;平局各得 0.5 分,共 1 分),所以 66 场比赛的总得分是 $66 \times 1 = 66$ (分)。小明只输了一场,若剩下的 10 场比赛全部平局,那么小明的得分最低,是 $10 \times 0.5 = 5$ (分);其他 10 名选手的得分都要高于小明的 5 分,所以其他 10 名选手最低得 5.5 分,这 10 名选手最低总分为 $10 \times 5.5 = 55$ 分。则小强的得分为 $66 - 55 - 5 = 6$ (分), $6 > 5.5 > 5$,所以小明比小强低 $6 - 5 = 1$ (分)。

答:小明比小强低 1 分。

14. 解:由 $\frac{BE}{BD} = \frac{1}{3}$,可得 $\frac{DE}{BD} = \frac{2}{3}$ 。根据底高模型,在三角形 OBD 中, $\frac{S_{\triangle ODE}}{S_{\triangle OBD}} = \frac{DE}{BD} = \frac{2}{3}$, $\frac{S_{\triangle OBE}}{S_{\triangle OBD}} = \frac{BE}{BD} = \frac{1}{3}$ 。同理,连接 AE,在三角形 ABD 中, $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{DE}{BD} = \frac{2}{3}$, $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{BE}{BD} = \frac{1}{3}$ 。由 $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$,可得 $\frac{CF}{AC} = \frac{2}{3}$ 。在三角形 OAC 中, $\frac{S_{\triangle OCF}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{CF}{AC} = \frac{2}{3}$, $\frac{S_{\triangle OAF}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$ 。根据面积的比例关系,可知 $S_{\text{四边形}ABCD} : S_{\triangle OEF} = 9 : 2$,又因为 $S_{\triangle OEF} = 450$,所以 $S_{\text{四边形}ABCD} = 450 \times \frac{9}{2} = 2025$ 。

- 答:四边形 ABCD 的面积为 2025。
15. 解:设这个数为 N,首位为 a ($1 \leq a \leq 9$, 整数),则去首位后剩余部分为 M (M 为整数),则 $N = a \times 10^k + M$ (k 为 M 的位数)。根据题意, $M = \frac{N}{5}$,即 $N = 5M$,代入得 $M = \frac{a \times 10^k}{4}$ 。因为 M 为整数, 10^k 需被 4 整除,故 $k \geq 2$ 。又 M 是 k 位数,故 $10^{k-1} \leq M < 10^k$,代入 $M = \frac{a \times 10^k}{4}$ 得 $10^{k-1} \leq \frac{a \times 10^k}{4} < 10^k$,化简得 $a < 4$,a 最大为 3。当 $a = 3$ 时, $M = \frac{3 \times 10^4}{4}$, $k = 3$ (M 为三位数), $M = \frac{3 \times 1000}{4} = 750$, $N = 5 \times 750 = 3750$,数字 3、7、5、0 互不相同,符合条件。 $k = 4$ (M 为四位数), $M = \frac{3 \times 10000}{4} = 7500$, $N = 5 \times 7500 = 37500$,数字含重复 0,不符合条件。故符合条件的最大正整数为 3750。

答:这个最大正整数是 3750。

16. 解:为了最大化视察员所数出的矮于所登建筑的数量之和,应使建筑的高度尽可能集中在 1 层和 2 层,并且使 1 层和 2 层的建筑数量乘积最大。设 1 层建筑有 x 座,2 层建筑有 y 座,则总层数为 $x + 2y = 30$,且总和 $S = xy$ 。由均值不等式,当 $x = 2y$ 时乘积最大,但需整数解,解得 $y = 7$ 或 8,对应 $x = 16$ 或 14, $S = 112$ 。因此,有两种最优方案:建造 22 座建筑,其中 14 座高 1 层,8 座高 2 层;建造 23 座建筑,其中 16 座高 1 层,7 座高 2 层。两种方案均可获得最大和 112,得到最好的推荐。
- 答:P 城应该建造 23 座建筑,其中 16 座高 1 层,7 座高 2 层或建造 22 座建筑,其中 14 座高 1 层 8 座高 2 层。
17. 解:每个新数由原相邻两数相乘得到。乘积为正的条件是两数同号,异号则为负数。设初始有 k 个正数,则需满足替换后相邻同号的数目等于 k 。将正数和负数视为连续的块。设正数分成 s 个块,负数分成 r 个块。由于圆周排列, $s = r$ 。总相邻同号对数为 $m + n = (k - s) + [(100 - k) - s] = 100 - 2s$,其中 m 为正数块内部相邻对数, n 为负数块内部相邻对数。根据题意, $100 - 2s = k$,解得 $s = \frac{100 - k}{2}$ 。由于 s 需为整数, $100 - k$ 必为偶数,即 k 为偶数。 $m = k - s = \frac{3k - 100}{2} \geq 0$,解得 $k \geq 34$ 。当 $k = 34$ 时, $s = 33$,正数分为 33 块(32 个单正数块和 1 个双正数块),负数分为 33 块(每块 2 个负数)。此时相邻同号对数为: $m = 1$, $n = 33$,总和为 $1 + 33 = 34 = k$,满足条件。
- 答:最少有 34 个正数。
18. 解:各位数字之和为 9 的倍数。由于每位数字均为偶数,数字和必为偶数,故可能的和为 18, 36, 54, ... (9 的偶数倍);奇数位数字之和与偶数位数字之和的差为 11 的倍数(含 0)。设奇数位和为 S_1 ,偶数位和为 S_2 ,则 $S_1 - S_2 = 11m$,且 $S_1 + S_2 = S$ (S 为数字和)。联立得: $S_1 = \frac{S + 11m}{2}$, $S_2 = \frac{S - 11m}{2}$ 。因为 S_1, S_2 必为整数,故 $S + 11m$ 和 $S - 11m$ 需为偶数。由于 S 为偶数, m 必为偶数。 $n = 1 \sim 5$:通过分析数字和与奇偶位差,均无法满足条件(如两位数最大和为 $16 < 18$,三位数奇偶位和无法匹配等)。 $n = 6$:偶数位,奇偶位各 3 位。设数字和 $S = 36$ (6 个偶数最大和为 48, 36 为 9 的偶数倍且可行),则 $S_1 = S_2 = 18$ ($m = 0$, 差为 0)。首位 a 最小为 2 (偶数且非 0),则奇数位和 $2 + c + e = 18 \Rightarrow c + e = 16$,唯一解为 $c = e = 8$ 。偶数位和 $b + d + f = 18$,需最小化数值,故 b 尽可能小: $b = 0$ 时, $d + f = 18$ (无解,两偶数最大和为 16); $b = 2$ 时, $d + f = 16$,唯一解为 $d = f = 8$ 。综上,满足条件的最小数为 228888,验证其为 99 的倍数 ($228888 \div 99 = 2312$) 且全为偶数数字。
- 答:最小的正整数为 228888。

123. 2026 HT1Z 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、选择题 1~4. CBBA

二、填空题 5 50 6. 408 7. 125 8. 2 9. 121

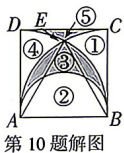
10. 15975 485

计算题、解答题请看“详解解析”P70

详解解析

- 一、1. C 【解析】第 n 个图形的三角形数是 $1+2+3+\cdots+n=n(n+1)\div 2$. 令 $(n+1)n\div 2=45$, 解得 $n=9$, 所以 45 符合题意; 令 $(n+1)n\div 2=456$, n 无整数解, 所以 456 不符合题意; 令 $(n+1)n\div 2=1830$, 解得 $n=60$, 所以 1830 符合题意.
2. B 【解析】甜筒的底面半径是: $6\pi\div\pi\div 2=3$ (厘米), 甜筒的高是: $27\pi\div\frac{1}{3}\div\pi\div 3^2=9$ (厘米), 所以甜筒的底面半径与高的比为 $3:9=1:3$.
3. B 【解析】 $14\div(2+1)=4$ (组) $\cdots\cdots 2$ (天), 甲单独做不休息时需要 $4\times 2+2=10$ (天); $15\div(3+1)=3$ (组) $\cdots\cdots 3$ (天), 乙单独做不休息时需要 $3\times 3+3=12$ (天); 甲、乙、丙三队合作不休息需要 $1\div(\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15})=4$ (天), $1+1=2$ (天) 为一个周期, 做 1 天休 1 天共需要 $4\times 2=8$ (天), 又因为是先工作后休息, 则工程完工需要 $8-1=7$ (天).
4. A 【解析】十位数可以是 3, 7, 9, 个位数可以是 1, 3, 7, 9. 十位数为 3, 31 和 37 是质数. 十位数为 7, 71, 73, 79 都是质数. 十位数为 9, 97 是质数. 有 6 个绝对质数.
- 二、5. 50 【解析】设原来的进价是 1, 售价是 $1\times(1+20\%)=1.2$, 现在的进价是 $1\times(1-20\%)=0.8$, 现在的利润率是 $(1.2-0.8)\div 0.8=0.4\div 0.8=50\%$.
6. 408 【解析】已知其中一堆有 9 颗棋子, 9 是 3 的倍数, 所以其他每堆棋子的数量除以 3 的余数都相同. 同理, 9 除以 4 余 1, 所以其他每堆棋子的数量除以 4 的余数也相同. 因为每堆棋子数量互不相同, 且数量都不超过 100 颗, 所以满足条件的棋子数量为 9, 21, 33, 45, 57, 69, 81, 93. 棋子总数为: $9+21+33+45+57+69+81+93=408$ (颗).
7. 125 【解析】由于甲、乙的速度比是 $3:2$, 所以在相同的时间内, 两人所走的路程之比也是 $3:2$, 第一次相遇时, 两人共走了一个 AB 的长, 所以可以把 AB 的长看作 5 份, 甲、乙分别走了 3 份和 2 份; 第二次相遇时, 甲、乙共走了三个 AB 的长, 乙走了 $2\times 3=6$ (份); 第三次相遇时, 甲、乙共走了五个 AB 的长, 乙走了 $2\times 5=10$ (份). 乙第二次和第三次相距 $10-6=4$ (份), 所以一份距离为 $100\div 4=25$ (千米), 那么 A、B 两地相距 $25\times 5=125$ (千米).
8. 2 【解析】因为 $3333\div 7=476\cdots\cdots 1$, 那么 3333^{5555} 除以 7 的

- 余数是 1^{5555} , $1^{5555}=1$, 那么 3333^{5555} 除以 7 的余数是 1. 因为 $5555\div 7=793\cdots\cdots 4$, 那么 5555^{3333} 除以 7 的余数是 4^{3333} , 为了便于计算 4^{3333} 被 7 除的余数, 我们先找出 4 的幂次除以 7 的余数规律: $4^1\div 7=0\cdots\cdots 4$, $4^2=16$, $16\div 7=2\cdots\cdots 2$, $4^3=4^2\times 4=16\times 4=64$, $64\div 7=9\cdots\cdots 1$, $4^4=4^3\times 4=64\times 4=256$, $256\div 7=36\cdots\cdots 4$, $4^5=4^4\times 4=256\times 4=1024$, $1024\div 7=146\cdots\cdots 2$, $\cdots\cdots$ 可以发现 4 的幂次除以 7 的余数是以 4, 2, 1 为周期循环出现的. 因为 $3333\div 3=1111$, 没有余数, 说明 4^{3333} 除以 7 的余数刚好完成了 1111 个完整的周期, 所以 4^{3333} 除以 7 的余数是 1, 所以 5555^{3333} 除以 7 的余数是 1. 根据同余定理, $3333^{5555}+5555^{3333}$ 被 7 除的余数为 2.
9. 121 【解析】P 的可能有如下: 10 元的有 9 张时, 组成 9 元有 8 种方法; 10 元的有 8 张时, 组成 19 元有 26 种方法; 10 元的有 7 张时, 组成 29 元有 54 种方法; 10 元的有 6 张时, 组成 39 元有 92 种方法; 10 元的有 5 张时, 组成 49 元有 140 种方法; 10 元的有 4 张时, 组成 59 元有 198 种方法; 10 元的有 3 张时, 组成 69 元有 266 种方法; 10 元的有 2 张时, 组成 79 元有 344 种方法; 10 元的有 1 张时, 组成 89 元有 432 种方法; 10 元的有 0 张时, 组成 99 元有 530 种方法; 共有 $8+26+54+92+140+198+266+344+432+530=2090$ (种) 方法, 即 $P=2090$. Q 的可能有如下: 10 元的有 10 张时, 组成 1 元有 1 种方法; 10 元的有 9 张时, 组成 11 元有 11 种方法; 10 元的有 8 张时, 组成 21 元有 31 种方法; 10 元的有 7 张时, 组成 31 元有 61 种方法; 10 元的有 6 张时, 组成 41 元有 101 种方法; 10 元的有 5 张时, 组成 51 元有 151 种方法; 10 元的有 4 张时, 组成 61 元有 211 种方法; 10 元的有 3 张时, 组成 71 元有 281 种方法; 10 元的有 2 张时, 组成 81 元有 361 种方法; 10 元的有 1 张时, 组成 91 元有 451 种方法; 10 元的有 0 张时, 组成 101 元有 551 种方法; 共有 $1+11+31+61+101+151+211+281+361+451+551=2211$ (种) 方法, 即 $Q=2211$. 所以 $Q-P=2211-2090=121$.
10. 15975 485 【解析】如解图, 将各部分进行命名. $S_{\text{扇形}ABC}=\text{①}+\text{②}+\text{③}$; $S_{\text{扇形}ABD}=\text{②}+\text{③}+\text{④}$, $S_{\text{正方形}ABCD}=\text{①}+\text{②}+\text{③}+\text{④}+\text{⑤}$, $S_{\text{扇形}ABC}+S_{\text{扇形}ABD}-S_{\text{正方形}ABCD}=\text{②}+\text{③}-\text{⑤}$, 所以 $\text{③}-\text{⑤}=S_{\text{扇形}ABC}+S_{\text{扇形}ABD}-S_{\text{正方形}ABCD}-\text{②}=3.14\times 300^2\div 4+3.14\times 300^2\div 4-300\times 300-3.14\times (300\div 2)^2\div 2=15975$ (平方厘米). 连接 BE、AE, 阴影部分③的周长是 $3.14\times 300\times 2\times \frac{1}{6}\times 2+3.14\times 300\div 2=1099$ (厘米), 阴影部分⑤的周长是 $\frac{1}{12}\times 2\times 3.14\times 300\times 2+300=614$ (厘米), $1099-614=485$ (厘米).
- 三、11. 解: 原式 $= (7654322-1)\times 1234567-7654322\times 1234566$



- $= 7654322 \times 1234567 - 1234567 - 7654322 \times 1234566$
- $= 7654322 \times (1234567 - 1234566) - 1234567$
- $= 7654322 - 1234567$
- $= 6419755$
12. 解: 原式 $= \frac{8}{1} \times \frac{9}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{11}{4} \times \frac{12}{5} \times \frac{13}{6} \times \frac{14}{7} \times \frac{15}{8} \times \frac{16}{9}$
- $= \frac{10}{1} \times \frac{11}{2} \times \frac{12}{3} \times \frac{13}{4} \times \frac{14}{5} \times \frac{15}{6} \times \frac{16}{7}$
- $= \frac{8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}$
- $= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}$
- $= 1$
13. 解: 原式 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{99}$
- $= \frac{3}{2} + \frac{3}{3} + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \cdots + \frac{3}{99}$
- $= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \cdots + \frac{2}{99 \times 100}$
- $= 2 \times (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100})$
- $= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100})$
- $= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{100})$
- $= \frac{49}{50}$
14. 解: $4 \times 2 - \frac{1}{3}x = 5$
- $8 - 5 = \frac{1}{3}x$
- $x = 9$
- 四、15. 解: 正方形边长为 8 厘米, 则 $\triangle ADG$ 的面积 $=$ 正方形面积 $\div 2 = 8 \times 8 \div 2 = 32$ (平方厘米). 同时, $\triangle ADG$ 也是长方形 EDGF 内的三角形, 且以 GD 为底, ED 为高, 则 $ED = 32 \times 2 \div 10 = 6.4$ (厘米).
- 答: ED 的长为 6.4 厘米.
16. 解: 设每个泄洪闸每小时泄洪 1 份, $(30 \times 1 - 10 \times 2) \div (30 - 10) = 0.5$ (份), $30 \times 1 - 0.5 \times 30 = 15$ (份), $(15 \div 0.5 \times 5.5) \div 5.5 \approx 3.23$ (个), $3+1=4$ (个).
- 答: 至少要同时打开 4 个闸门.
17. 解: 小王: 小明: 小军 $= \frac{1}{4} : \frac{2}{3} : 1 = 3 : 8 : 12$, $3+8+12=23$, 小王应摊车费: $46 \times \frac{3}{23} = 6$ (元); 小明应摊车费: $46 \times \frac{8}{23} = 16$ (元); 小军应摊车费: $46 \times \frac{12}{23} = 24$ (元).
- 答: 小王应摊 6 元, 小明应摊 16 元, 小军应摊 24 元.

18. (思路分析) 货车与列车通过铁桥的时间分别得到“货车长+铁桥长”和“列车长+铁桥长”的总路程, 接着利用列车从到达铁桥到完全超过货车的的时间差, 算出这段时间内两车的路程差, 从而求出列车长度, 最后再依次算出铁桥和货车的长度.
- 解: 54 千米/时 $= 15$ 米/秒, 72 千米/时 $= 20$ 米/秒, 1 分 24 秒 $= 84$ 秒, 10 时 48 分 56 秒 $- 10$ 时 12 分 $= 2216$ 秒; $15 \times 84 = 1260$ (米), $20 \times 53 = 1060$ (米), 10 时 12 分 $- 10$ 时 $= 12$ (分) $= 720$ (秒), 列车的长度是 $20 \times 2216 - 15 \times (720 + 2216) = 280$ (米), 铁桥的长度是 $1060 - 280 = 780$ (米), 货车的长度是: $1260 - 780 = 480$ (米). 答: 货车的长度是 480 米, 列车的长度是 280 米, 铁桥的长度是 780 米.
19. 解: 甲缸酒精溶液的量是 $\frac{1}{2} \times 100 = 50$ (千克), 设丙缸中酒精溶液的量是 x 千克, 则乙缸中酒精溶液的量是 $(50-x)$ 千克, $50 \times 48\% + 62.5\% (50-x) + \frac{2}{3}x = 100 \times 56\%$, 解得 $x = 18$, 所以丙缸中纯酒精的量是 $18 \times \frac{2}{3} = 12$ (千克).
- 答: 丙缸中纯酒精的量是 12 千克.
20. 解: (1) 28 15 【解法提示】计算 $C(8, 2)$: 从 8 个里先挑 1 个 (8 种选法), 再从剩下 7 个里挑 1 个 (7 种选法), 但这样会把“先 A 后 B”和“先 B 后 A”算成两种, 所以要除以 2 (重复的次数), 即 $(8 \times 7) \div 2 = 28$; 计算 $C(6, 4)$: 发现“选 4 个”和“剩下 2 个”是一回事 (选 4 人去参加和选 2 人不参加, 结果一样), 所以直接用 $C(6, 2) = (6 \times 5) \div 2 = 15$, 避免算大数更简单.
- (2) 从 10 人里挑第 1 人 (10 种), 挑第 2 人 (9 种), 挑第 3 人 (8 种), 挑第 4 人 (7 种), 共 $10 \times 9 \times 8 \times 7$ 种; 去掉重复 4 个人的选择有重复顺序 (比如 ABCD 和 BCDA 是同种), 4 个人的排序有 $4 \times 3 \times 2 \times 1$ 种, 所以要除以这个数, 即 $(10 \times 9 \times 8 \times 7) \div (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 210$ (种).
- 答: 有 210 种不同的安排方法.
- (3) 规律发现: 用具体例子找联系: $C(2, 2) = 1$ (只有 2 个, 选 2 个只有 1 种); $1+C(3, 2) = 1+3=4$, 而 $C(4, 3) = 4$; $4+C(4, 2) = 4+6=10$, 而 $C(5, 3) = 10$; 得出规律: 从 $C(2, 2)$ 加到 $C(n, 2)$, 结果等于 $C(n+1, 3)$ (就像“搭积木”, 每次加一块, 最后拼成一个大的组合数), 所以 $C(2, 2)+C(3, 2)+C(4, 2)+\cdots+C(100, 2) = C(101, 3) = (101 \times 100 \times 99) \div (3 \times 2 \times 1) = 166650$.
- 答: 求值为 166650.
21. 解: (1) 不是 是 【解法提示】 $5+4=9$, $7-5=2$, 即 5745 是“跳跃数”; $P(M) = 5+5 \times 2 = 15$, $Q(M) = 7+4 = 11$, $F(M) = \frac{P(M)}{Q(M)} = \frac{15}{11}$, 不是整数, 则 5745 不是“跳跃整数”. $5+4=9$, $3-1=2$, 即 5341 是“跳跃数”; $P(M) = 5+1 \times 2 = 7$,

$Q(M)=3+4=7, F(M)=\frac{P(M)}{Q(M)}=\frac{7}{7}=1$, 1 是整数, 则 5341 是“跳跃整数”。

(2) 证明: 设四位“跳跃数”为 $\frac{1}{abcd}$, 则: $a+c=9, b-d=2$, 即 $c=9-a, d=b-2, \frac{1}{abcd}-2b=1000a+100b+10c+d-2b=990a+$

$99b+88=11 \times (90a+9b+8)$, 一定是 11 的倍数。

(3) 因为 $M=2000a+1000+100b+10c+d=1000(2a+1)+100b+10c+d$ 且 M 是“跳跃整数”, 所以 M 的千位数字为 $(2a+1)$, 百位数字为 b , 十位数字为 c , 个位数字为 d , 则: $2a+1+c=9, b-d=2$, 即 $c=8-2a, d=b-2$ 。所以 $P(M)=2a+1+$

$2d=2a+2d+1, Q(M)=b+c$, 即 $F(M)=\frac{P(M)}{Q(M)}=\frac{2a+2d+1}{b+c}=\frac{2a+2(b-2)+1}{b+8-2a}=\frac{2a+2b-3}{b-2a+8}$;

当 $a=1$ 时, $F(M)=\frac{2a+2b-3}{b-2a+8}=\frac{2 \times 1+2b-3}{b-2 \times 1+8}=\frac{2b-1}{b+6}$;

当 $b=7$ 时, $F(M)=\frac{2b-1}{b+6}=\frac{2 \times 7-1}{7+6}=1$,

此时: $d=b-2=7-2=5, c=8-2a=8-2 \times 1=8-2=6$, 所以 $M=2000 \times 1+1000+100 \times 7+10 \times 6+5=3765$, 同理, 当 $a=2$

时, $F(M)=\frac{2a+2b-3}{b-2a+8}=\frac{2 \times 2+2b-3}{b-2 \times 2+8}=\frac{2b+1}{b+4}$, 当 $b=3$ 时,

$F(M)=\frac{2 \times 3+1}{3+4}=1$, 此时: $d=b-2=3-2=1, c=8-2a=8-2 \times$

$2=4$, 所以 $M=2000 \times 2+1000+100 \times 3+10 \times 4+1=5341$; 当

$a=3$ 时, $F(M)=\frac{2 \times 3+2b-3}{b-2 \times 3+8}=\frac{2b+3}{b+2}$, 不管 b 为何值, $F(M)$

都不是整数, 不合题意; 当 $a=4$ 时, $F(M)=\frac{2 \times 4+2b-3}{b-2 \times 4+8}=\frac{2b+5}{b}$;

当 $b=5$ 时, $F(M)=2+\frac{5}{5}=2+1=3$, 此时: $d=b-2=5-2=3, c=8-2a=8-2 \times 4=0$, 所以 $M=2000 \times 4+$

$1000+100 \times 5+10 \times 0+3=9503$ 。

答: 满足条件的所有 M 的值为: 3765, 5341, 9503。

129. 2026 ZDZX 入学数学真卷

快速对答案

一、选择题 1~6CDDCCB

二、填空题 7. 1: 15000 0 150 m 1800

500: 10=1300: x (最后一空答案不唯一) 8. 180 9. B

10. 100. 48 11. 100 12. 5

计算题、解答题请看“详解详析”P71

详解详析

一、1. C 【解析】由题意得, $\frac{n}{2}$ 是四位正整数, 所以 n 是偶数, n 最小是 2000, 又因为 $2n$ 也是四位正整数, 所以 n 最大是 4998, 所以 n 的取值范围是 $2000 \leq n \leq 4998$, 且 n 是偶数, 这样的 n 有 $(4998-2000) \div 2 + 1 = 1500$ (个)。

2. D 3. D

4. C 【解析】因为面积 P = 面积 Q , 所以图中长方形的面积等于两个 $\frac{1}{4}$ 圆的面积之和, 长方形的面积为 $\frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 \times 2 =$

$\frac{\pi}{2}$, XY 的长度为 $\frac{\pi}{2} \div 1 = \frac{\pi}{2}$ 。

5. B 【解析】第一次放入 2 个大球 1 个小球, 第二次放入 2 个大球 11 个小球, 第二次比第一次多放了 $11-1=10$ (个) 小球, 第二次水面上升的高度大约是 10 厘米, 每个小球的体积可能是 $10 \times 10 \times 10 \div 10 = 100$ (立方厘米)。

6. B

二、7. 1: 15000 0 150 m 1800 500: 10=1300: x

8. 180 【解析】如解图, $\angle 1 = \angle C + \angle E$, $\angle 2 = \angle A + \angle D$, 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle B = 180^\circ$, 所以

$\angle C + \angle E + \angle A + \angle D + \angle B = 180^\circ$, 即 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ 。



第 8 题解图

9. B 【解析】结合题图可知, 在点 A 和点 C 处的活动面积相同, 活动面积是半径为 4 米的 $\frac{1}{2}$ 圆的面积加上半径为 4-

$3=1$ (米) 的 $\frac{1}{4}$ 圆的面积, $\frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 = \frac{33}{4} \pi$ (平方

米); 在点 B 处的活动面积是半径为 4 米的 $\frac{3}{4}$ 圆的面积,

$\frac{3}{4} \times \pi \times 4^2 = 12\pi$ (平方米); 在点 D 处的活动面积是半径为

4 米的 $\frac{1}{2}$ 圆的面积, $\frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi$ (平方米)。 $12\pi > \frac{33}{4} \pi >$

8π , 所以应将绳子拴在 B 处的木桩上。

10. 100. 48 【解析】三角形切面的高为 $24 \times 2 \div 8 = 6$ (厘米), 所以圆锥的高是 6 厘米, 原来这个圆锥的体积是 $\frac{1}{3} \times$

$3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 6 = 100.48$ (立方厘米)。

11. 100 【解析】如解图, 连接 CE、DE、AF、

AC, 则 $S_{\triangle AEG} = S_{\triangle DEG}$, $S_{\triangle BEG} =$

$S_{\triangle CEG}$, 于是 $S_{\triangle BEG} + S_{\triangle CEG} =$

$S_{\triangle BEC}$ 。因为 $S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$,

$S_{\triangle AED} = S_{\triangle AFD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$, 所以 $S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}$

$S_{\triangle ABC} + \frac{1}{2} S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$, 所以 $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, 即

$S_{\triangle ABC} + S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ABC} + \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2} S_{\triangle ABC}$, 所以三角形 ADG 的

面积占梯形 ABCD 面积的 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{7}{20} = \frac{3}{20}$, 梯形 ABCD 的面

积是 $15 \div \frac{3}{20} = 100$ (cm²)。

12. 5 【解析】由题图可知, 当运动时间为 3 秒时, 点 P 在 AB 上

运动, 所以 $AD = 18 \times 2 \div (3 \times 1) = 12$ (厘米), 当面积为 30 平方厘

米不变时, 点 P 在 BC 上运动, 所以 $AB = 30 \times 2 \div 12 = 5$ (厘米)。

三、13. (1) 原式 = $\frac{5}{8}$

(2) 原式 = 5550

(3) 解: 原式 = $\frac{1}{21} + \frac{2 \times 101}{21 \times 101} + \frac{5 \times 10101}{21 \times 10101} + \frac{13 \times 1010101}{21 \times 1010101}$

$= \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{5}{21} + \frac{13}{21}$

$= 1$

(4) 解: 原式 = $(1+2+3+4+5+6+7+8) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} +$

$\frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256})$

$= \frac{(1+8) \times 8}{2} + (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} +$

$\frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} + \frac{1}{64} - \frac{1}{128} + \frac{1}{128} - \frac{1}{256})$

$= 36 + (1 - \frac{1}{256})$

$= 36 \frac{255}{256}$

14.

$2 \frac{2}{3} \times (1 \frac{7}{8} \frac{5}{6}) = 2 \frac{17}{54}$

$3 \frac{1}{4} \div (\Delta + 1 \frac{5}{6}) = 2 \frac{17}{54}$

解: $[2 \frac{2}{3} \times (1 \frac{7}{8} \frac{5}{6})] \div [3 \frac{1}{4} \div (\Delta + 1 \frac{5}{6})] = 2 \frac{17}{54}$

$\frac{8}{3} \times \frac{25}{24} \times \frac{4}{13} \times (\Delta + \frac{11}{6}) = \frac{125}{54}$

$\frac{100}{117} \times (\Delta + \frac{11}{6}) = \frac{125}{54}$

$\Delta = \frac{7}{8}$

四、15. 解: 第三周和第四周一共卖出 $180 \div \frac{5-2}{5+2} = 420$ (台), 这

批电脑原有 $420 \div (1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{32}) = 640$ (台)。答: 第三周和第四周一共卖出了 420 台, 这批电脑共 640 台。

16. 解: 如解图, 连接 BD, 则 AE // BD, 则三角形 BAE 与三角形 DAE 同底等高, 所以 $S_{\triangle BAE} = S_{\triangle DAE}$, 所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BAE} - S_{\triangle BDE} = S_{\triangle DAE} - S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ADE}$ 。第 16 题解图

$S_{\triangle CDE} = 8$ cm²。答: 三角形 ABC 的面积为 8 cm²。

17. 解: (1) $1 \div 2 = 0.5$ (分钟) 时, A 容器中的水位刚好是容器高的一半, A 容器的底面积是 $3.14 \times 1^2 = 3.14$ (平方厘米), B 容器的底面积是 $3.14 \times 2^2 = 12.56$ (平方厘米), $12.56 \div 3.14 = 4$, 即 B 容器的容积是 A 容器容积的 4 倍, 所以要注

满 B 容器需要 $1 \times 4 = 4$ (分钟), 因此注满 A、B 两个容器需要 $1+4=5$ (分钟), 所以 $5 \div 2 = 2.5$ (分钟) 时, A、B 容器中的水位都是容器高的一半。 $0.5 < 2.5$, 所以 2 分钟时 A 中的水位是容器高的一半, 即 $12 \div 2 = 6$ (厘米)。

答: 2 分钟时 A 容器中水的高度是 6 厘米。

(2) 由 (1) 可知 2.5 分钟后两容器中的水位是同时上升的, $3-2.5=0.5$ (分钟), $0.5 \div 5 = \frac{1}{10}$, 0.5 分钟 A、B 中的水

同时上升 $12 \times \frac{1}{10} = 1.2$ (厘米), 3 分钟时 A 容器中水的高度是 $6+1.2=7.2$ (厘米)。

答: 3 分钟时 A 容器中水的高度是 7.2 厘米。

18. 解: 第二次降价的利润为 $(30.2\% - 40\% \times 38\%) \div (1 - 40\%) = 25\%$, 价格是原定价的 $(1+25\%) \div (1+100\%) \times 100\% = 62.5\%$ 。

答: 第二次降价后的价格是原定价的 62.5%。

19. 解: (1) 设足球的单价是 x 元, 则篮球的单价是 $(2x-10)$ 元。根据题意可列方程 $2 \times (2x-10) + 3x = 540$, 解得 $x = 80$, $80 \times 2 - 10 = 150$ (元)。

答: 篮球的单价是 150 元, 足球的单价是 80 元。

(2) 设采购篮球 m 个, 则采购足球为 $(50-m)$ 个, 根据题意可列不等式组: $\begin{cases} m \geq 30 \\ 150m + 80(50-m) \leq 6300 \end{cases}$, 解得 $30 \leq m \leq$

$\frac{230}{7}$, 因为 m 为整数, 所以 m 的值可为 30、31、32。共有 3

种购买方案: 方案一: 采购篮球 30 个, 采购足球 20 个; 方案二: 采购篮球 31 个, 采购足球 19 个; 方案三: 采购篮球 32 个, 采购足球 18 个。

答: 有 3 种购买方案。可以买 30 个篮球, 买 20 个足球; 买 31 个篮球, 买 19 个足球; 买 32 个篮球, 买 18 个足球。

20. 解: 设甲的速度是 $6a$ 千米/时, 则乙的速度就是 $5a$ 千米/时。由题意得, CD 的距离是 $26+4=30$ (千米), 甲行 CD 的速度是 $6a \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{9}{2}a$ (千米/时), 甲行 DB 的速度是

$\frac{9}{2}a \times (1 + \frac{1}{4}) = \frac{45}{8}a$ (千米/时), 乙行 CD 的速度是 $5a \times (1 +$

$\frac{1}{4}) = \frac{25}{4}a$ (千米/时), 乙行 CA 的速度是 $\frac{25}{4}a \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{75}{16}$

a (千米/时)。设 AB 的距离是 x 千米, 则 AC 长为 $(\frac{1}{2}x -$

$26)$ 千米, BD 长为 $(\frac{1}{2}x - 4)$ 千米, 根据题意可列方程:

$(\frac{1}{2}x - 26) \div (6a) + 30 \div (\frac{9}{2}a) + (\frac{1}{2}x - 4) \div (\frac{45}{8}a) = (\frac{1}{2}x -$

$4) \div (5a) + 30 \div (\frac{25}{4}a) + (\frac{1}{2}x - 26) \div (\frac{75}{16}a)$, 解得 $x = 92$ 。

答: A 与 B 之间的距离是 92 千米。

21. 解: $S_{\text{长方形FCDE}} = 2 \times 4 = 8$ (cm²), $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{4} \times \pi \times 4^2 = 4\pi$

(cm^2) , $S_{\text{阴影}BNM} = \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 = \pi (\text{cm}^2)$, 而 $S_1 - S_2 = S_{\text{阴影}BCD} - S_{\text{阴影}BNM} - S_{\text{阴影}PCN} = 4\pi - \pi - 8 = 3\pi - 8 (\text{cm}^2)$, 所以 $m=3, n=8, m+n=3+8=11$.
答: $m+n$ 的值是 11.

130. 2026 XA26Z 入学数学真卷

快速对答案

一、填空题 1. $\frac{10}{17}$ 2. $\frac{1}{5}$ 3. 465 4. 3 5. 6240
6. 18 7. 1.42 8. 72 9. 36 10. 30 11. 12 12. 4
13. 40 14. 84 15. 129

计算题、应用题请看“详解详析”P72

详解详析

一、1. $\frac{10}{17}$ 2. $\frac{1}{5}$

3. 465 【解析】设原来两个仓库共有货物 x 吨。根据题意可列方程 $(180 + \frac{18}{18+13}x) : (180 + \frac{13}{18+13}x) = 6 : 5$, 解得 $x = 465$. 原来两个仓库共有货物 465 吨。

4. 3 【解析】假设乐乐 10 道题全做对了, 则他应得 $10 \times 10 = 100$ (分), 做错一题要少得 $10 - 2 = 12$ (分), 所以他做错了 $(100 - 64) \div 12 = 3$ (道) 题。

5. 6240 【解析】游泳池需要铺瓷砖的面积为 $20 \times 8 + 20 \times 1.6 \times 2 + 8 \times 1.6 \times 2 = 249.6$ (平方米), 共需瓷砖 $249.6 \div (0.2 \times 0.2) = 6240$ (块)。

易错警示 20、8、1、6 除以 0.2 均为整数, 可以用总面积除以瓷砖面积, 若不为整数, 不能直接相除。

6. 18 【解析】假设每只羊每天吃青草 1 份, 草地每天生长青草 $(21 \times 8 - 24 \times 6) \div (8 - 6) = 12$ (份), 草地原有的草的份数为 $21 \times 8 - 12 \times 8 = 72$ (份), 每天生长的 12 份草可供 12 只羊去吃, 那么剩下的 $16 - 12 = 4$ (只) 羊吃 72 份草, 所以这片草地可供 16 只羊吃 $72 \div 4 = 18$ (天)。

7. 1.42 【解析】由题图可知, 甲的面积 - 乙的面积 = 大扇形的面积 - 小扇形的面积 - 长方形的面积, 因此两个阴影部分的面积差是 $3.14 \times (2+2)^2 \times \frac{1}{4} - 3.14 \times 2^2 \times \frac{1}{4} - 4 \times 2 = 1.42 (\text{cm}^2)$ 。

8. 72 【解析】A 有 4 种不同的染色方法, C 与 A 紧邻, 所以 C 有 3 种不同的染色方法。①如果 B、E 同色, 与 A、C 相邻, 则有 2 种不同的染色方法; 最后考虑 D, 与 B、C、E 相邻, 与 A 同色, D 也有 2 种染色方法, 总共有 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ 不同的染色方法。②如果 B、E 异色, B 有 2 种染色方法, 只剩下 1 种染色方法, 最后考虑 D, 也只有 1 种染色方法去, 总共有 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (种) 不同的染色方法。综上所述, 共有 $48 + 24 = 72$ (种) 不同的染色方法。

9. 36 【解析】 $180^\circ \div (2^\circ + 3^\circ) = 36$ (秒) 后线段 OA 与线段 OB 第一次重合。

10. 30 【解析】由剩下的数的平均数可以知道, 剩下的数的个数是 13 的倍数, 因为 26 接近平均数 $\frac{309}{13}$, 所以剩下的数的个数是 26, 那么原来就有 27 个数。这 26 个数的和是 $26 \times \frac{309}{13} = 618$, 原来 27 个数的和是 $(11 + 37) \times 27 \div 2 = 648$, 所以擦掉的数是 $648 - 618 = 30$ 。

11. 12 【解析】将总工程量看作“1”, 甲队的工作效率是 $1 \div 36 = \frac{1}{36}$, 乙队的工作效率是 $1 \div 45 = \frac{1}{45}$, 乙队单独做完成了

这项工程的 $\frac{1}{45} \times 18 = \frac{2}{5}$, 则两队合作完成了这项工程的 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$, 甲队做了 $\frac{3}{5} \div (\frac{1}{36} + \frac{1}{45}) = 12$ (天)。

12. 4 【解析】设快车静止, 那么两车的相对速度 = 慢车长度 $\div$ 时间 = $450 \div 5 = 90$ (米/秒), 坐在慢车的乘客看到快车驶过窗口的时间是 $360 \div 90 = 4$ (秒)。

13. 40 【解析】瓶子的底面积是 $32 \div 16 = 2 (\text{cm}^2)$, 瓶子的容积是 $2 \times [16 + (24 - 20)] = 40 (\text{cm}^3)$ 。

14. 84 9801 【解析】第 n 幅图白瓷砖的块数为 n^2 , 黑瓷砖的块数为 $(n+2)^2 - n^2 = 4n + 4$, 如果所拼的图形中用了 400 块白瓷砖, 因为 $400 = 20 \times 20$, 所以黑瓷砖用了 $4 \times 20 + 4 = 84$ (块), 如果所拼的图形中用了 400 块黑瓷砖, 因为 $(400 - 4) \div 4 = 99$, 那么白瓷砖用了 $99 \times 99 = 9801$ (块)。

15. 129 【解析】设 $AB = x \text{ cm}$, 根据轴对称图形的性质, 得 $BF = DE = (43 \div 2 - x) = (21.5 - x) \text{ cm}$, 根据题意可列方程 $2 \times (21.5 - x) + x = 40$, 解得 $x = 3$, 所以原纸片的面积是 $43 \times 3 = 129 (\text{cm}^2)$ 。

二、16. $\frac{15}{2}$ 17. $\frac{2001}{2002}$ 18. 原式 = 6.44

19. 解: 原式 = $1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{8} + \dots + 1 - \frac{1}{256}$
 $= (1 \times 8) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256})$
 $= 8 - (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{128} - \frac{1}{256})$ (裂项相消)
 $= 8 - (1 - \frac{1}{256})$
 $= 7 \frac{1}{256}$

20. $3x - \frac{4}{5}x = 1.2$
 解: $2x = 1.2$
 $x = 1.2 \div 2 = 0.6$
 $x = \frac{6}{11}$

三、21. 解: 设浓度为 35% 的盐水质量为 x 克, 由题意得 $35\% x + 300 \times 20\% = (x + 300) \times 30\%$, 解得 $x = 600$; 设原来浓度为 45% 的盐水有 y 克, 由题意得 $45\% y + (600 - y) \times 15\% = 600 \times 35\%$, 解得 $y = 400$ 。

答: 原来浓度为 45% 的盐水有 400 克。

22. 解: 如解图所示, 将阴影部分分割为四个直角三角形和中间的小长方形 ①, 由解图可知, 四个直角三角形的面积和为所在四个小长方形面积和的一半, 根据一半模型, 即 $(10 \times 10 - 3 \times 2) \div 2 = 47$ (平方米), 花圃的面积为 $47 + 3 \times 2 = 53$ (平方米)。

答: 花圃的面积是 53 平方米。

23. 解: 把这项工程看作单位“1”, 甲队的工作效率为 $1 \div 24 = \frac{1}{24}$, 乙队的工作效率为 $1 \div 30 = \frac{1}{30}$ 。甲、乙两队合作 4 天后

剩余的工程量为 $1 - 4 \times (\frac{1}{24} + \frac{1}{30}) = \frac{7}{10}$, 所以甲、乙、丙三队的工作效率之和为 $\frac{7}{10} \div 7 = \frac{1}{10}$, 一开始三队就一起工作, $1 \div \frac{1}{10} = 10$ (天) 可以完成这项工程。

答: 一开始三队就一起工作, 10 天可以完成这项工程。

24. 解: 甲车两次行驶的路程之比为 $270 : (270 - 30) = 9 : 8$, 在两次行驶的过程中, 甲车的速度不变, 所以甲车行驶的时间比 = 路程比 = $9 : 8$ 。在两次行驶过程中, 两次都是两车从出发到相遇, 行驶的总路程都等于 A、B 两地的距离, 因此总路程和不变。速度和之比与时间和之比成反比, 所以乙车加速前与加速后和甲车的速度和之比为 $8 : 9$, 增加的速度为 $9 - 8 = 1$ (份), 这一份为乙车提高 20% 的速度, 所以加速前乙车的速度占 $1 \div 20\% = 5$ (份), 甲车的速度占 $8 - 5 = 3$ (份), 所以在 C 地相遇时甲乙两车行驶的路程之比为 $3 : 5$, A、B 两地的距离为 $270 \div (\frac{3}{5+3}) = 720$ (千米)。

答: A、B 两地的距离是 720 千米。

25. 解: 设原来苹果有 x 吨, 则原来桃子有 $2x$ 吨。根据题意可列方程 $(1 - 20\%)x - 18 = \frac{4}{15} \times (2x \times \frac{3}{1+3} - 12)$, 解得 $x = 37$, 原有桃子 $37 \times 2 = 74$ (吨)。

答: 原有苹果 37 吨, 桃子 74 吨。

26. 解: (1) 设圆柱形容器的底面积为 S 。则流出水的体积为 $\frac{1}{10} \times S \times 40 = 4S$, AB 长 $4S \times 2 \div S = 8$ (厘米)。
 答: 这时 AB 长 8 厘米。
 (2) 容器放平后水深 28 厘米, 此时流出的水的体积为 $S \times 40 - S \times 28 = 12S$, 所以 AB 长 $12S \times 2 \div S = 24$ (厘米)。
 答: 图丙中的 AB 长 24 厘米。

140. 2026 XA8Z 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、选择题 1~5. CBBCA

二、填空题 6. $\frac{5}{4}$ 25 7. 420 8. 6 9. 630 10. 64

11. 13 12. $\frac{11}{12}$ 13. 23

计算题、解答题请看“详解详析”P73

详解详析

一、1. C 2. B

3. B 【解析】第一题做对的 23 人中, 有 10 人是全部做对, 则有 $23 - 10 = 13$ 人是只做对第一题而做错第二题的, 已知第二题总共有 18 人做错, 那么多余的 $18 - 13 = 5$ (人) 就是两题都做错的。

4. C 【解析】因为圆柱底面半径: 圆锥底面半径 = $5 : 6$, 所以圆柱底面积: 圆锥底面积 = $5^2 \pi : 6^2 \pi = 25 : 36$, 所以圆柱体积: 圆锥体积 = $25h : (\frac{1}{3} \times 36h) = 25 : 12$ 。

5. A 【解析】如解图, 作 $DF \perp BC$ 于点 F, 设 $S_{\triangle ADE} = m$, 因为 $\triangle ADE$ 的面积是 $\triangle ABE$ 面积的 2 倍, 所以 $S_{\triangle ADE} = 2S_{\triangle ABE} = 2m$, 因为 BE 的长是 2, EC 的长是 5, $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABE}} =$

$$\frac{\frac{1}{2} \times 5DF}{\frac{1}{2} \times 2DF} = \frac{5}{2}, S_{\triangle DEC} = \frac{5}{2} S_{\triangle ABE} = \frac{5}{2} m, \text{ 因}$$

为 $S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DEC} = S_{\text{四边形}ABCD} = 20$, 所以 $m + 2m + \frac{5}{2}m =$

20, 解得 $m = \frac{40}{11}, S_{\triangle DEC} = \frac{5}{2} \times \frac{40}{11} = 9 \frac{1}{11}$ 。

二、6. $\frac{5}{4}$ 25 7. 420 【解析】 $2800 \times (1 - 85\%) = 420$ (元)。

8. 6 【解析】第一位与第二位的总成绩是 $18 \times 2 = 36$ (分) ①, 第二位与第三位的总成绩是 $21 \times 2 = 42$ (分) ②, ② - ①, 可得第三位与第一位的成绩相差 $42 - 36 = 6$ (分)。

9. 630 【解析】 $n = 1$ 时, 需要的火柴棍根数为 3×1 ; $n = 2$ 时, 需要的火柴棍根数为 $3 \times (1 + 2)$; $n = 3$ 时, 需要的火柴棍根数为 $3 \times (1 + 2 + 3)$; $\dots$; $n = 20$ 时, 需要的火柴棍根数为 $3 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20) = 630$ (根)。

10. 64 【解析】将一个正方形的一边减少 20%, 要使面积不变, 另一边需增加 $1 \div (1 - 20\%) - 1 = 25\%$, 所以另一边长为 $2 \div 25\% = 8$ (米), 所以正方形的面积是 $8 \times 8 = 64$ (平方米)。

11. 13 【解析】 $(5 + 8) \div (31 - 30) = 13$ (排)。

12. $\frac{11}{12}$ 【解析】 $1 \div 4 = 2 \div 3$, 即 $\frac{m+4}{2 \times 1 \times 4} = \frac{2m+3}{2 \times 2 \times 3}$, 解得 $m = 6$ 。

$$3 \times 4 = \frac{6 \times 3 + 4}{2 \times 3 \times 4} = \frac{11}{12}.$$

13. 23 【解析】设中途下车 x 人, 根据题意得 $2x + (50 - x) \times 3 = 127$, 解得 $x = 23$.

三、14. (1) 原式 = 0 (2) 原式 = 2014

(3) 解: 原式 = $(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6})$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$(4) \text{ 解: 原式} = \frac{2^2-1}{2^2} \times \frac{3^2-1}{3^2} \times \dots \times \frac{9^2-1}{9^2} \times \frac{10^2-1}{10^2}$$

$$= \frac{3 \times 1}{2 \times 2} \times \frac{4 \times 2}{3 \times 3} \times \dots \times \frac{10 \times 8}{9 \times 9} \times \frac{11 \times 9}{10 \times 10}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{11}{20}$$

$$15. \frac{5}{8} : 12 = x : \frac{4}{15}$$

$$\text{解: } 12x = \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$12x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{72}$$

$$15. \frac{5}{8} : 12 = x : \frac{4}{15}$$

$$\text{解: } 12x = \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$12x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{72}$$

$$15. \frac{5}{8} : 12 = x : \frac{4}{15}$$

$$\text{解: } 12x = \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$12x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{72}$$

$$15. \frac{5}{8} : 12 = x : \frac{4}{15}$$

$$\text{解: } 12x = \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$12x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{72}$$

$$15. \frac{5}{8} : 12 = x : \frac{4}{15}$$

$$\text{解: } 12x = \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$12x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{72}$$

$$15. \frac{5}{8} : 12 = x : \frac{4}{15}$$

$$\text{解: } 12x = \frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$$

$$12x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{72}$$

四、16. 解: $10 \times 10 \times 10 - 3 \times 3 \times 10 \times 3 + 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 784$ (立方厘米)
答: 这个几何体的体积是 784 立方厘米。

17. 解: $698 \div [1 - \frac{2}{9} - (1 - \frac{2}{9}) \times \frac{1}{7} + (1 - \frac{2}{9}) \times (1 - \frac{1}{7}) \times \frac{1}{2}] = 698$ (千克) 答: 原来有苹果 698 千克。

18. 解: 假设全部买的“冰墩墩”玩偶, 那么“雪容融”玩偶买了 $(192 \times 35 - 5280) \div (192 - 96) = 15$ (个), “冰墩墩”玩偶买了 $35 - 15 = 20$ (个)。

答: 该单位购买“雪容融”玩偶 15 个, “冰墩墩”玩偶 20 个。

19. 解: $300 \div (\frac{1}{2} - \frac{2}{2+5}) = 1400$ (个)。

答: 这批零件共有 1400 个。

20. 解: $(75 \times 2 - 3 \times 2) \div 2 = 72$ (千米)。

答: 慢车平均每小时行 72 千米。

21. 解: 甲: $10 \div 11 \approx 0.909$, 乙: $11 \div 12 \approx 0.917$, 丙: $12 \div 13 \approx 0.923$, 所以丙制作花相对于制作花瓶的效率最高, 甲制作花相对于制作花瓶的效率最低; 让甲制作花瓶, 可制作

$11 \times 23 = 253$ (个), 让丙制作花, 可制作 $12 \times 23 = 276$ (枝)。
 $276 - 253 = 23$ (个), 花瓶比花少 23, 设乙用 x 小时制作花, $(23 - x)$ 小时制作花瓶, 要求花比花瓶少 23, $11x = 12(23 - x) - 23$, 解得 $x = 11$, $23 - 11 = 12$ (小时), 乙制作花 $11 \times 11 = 121$ (枝), 制作花瓶 $12 \times 12 = 144$ (个), $253 + 144 = 397$ (个), $276 + 121 = 397$ (枝), 正好配套。

答: 最多可制作 397 套, 甲全部制作花瓶, 乙 11 小时制作花, 12 小时制作花瓶, 丙全部制作花。

150. 2026 AZZX 入学数学真卷

快速对答案

一、填空题 1. 8 2. 1.25 3. 3 4. 12 5. 20 6. 4

7. 6720 8. 59 9. 20 10. 29 11. 3 : 1 12. 75

13. 20 14. 73 15. 3375

计算题、解答题请看“详解详析”P73

详解详析

一、1. 8 2. 1.25

3. 3 【解析】2024 年有 366 天, $1000 \div 366 = 2 \dots 268$ (人), 最坏的情况是每天都有一人过生日的话, 还余 268 人, 根据抽屉原理, 至少有 $2 + 1 = 3$ (人) 在同一天过生日。

4. 12 【解析】 $28 \oplus 3 = (28 + 3) - (28 - 3) = 31 - 25 = 6$, $2010 \oplus 6 = (2010 + 6) - (2010 - 6) = 2016 - 2004 = 12$, 所以 $2010 \oplus (28 \oplus 3) = 12$ 。

5. 20 【解析】1 个小正方形的有 12 个, 由 4 个小正方形组成的正方形有 6 个, 由 9 个小正方形组成的正方形有 2 个。一共有 $12 + 6 + 2 = 20$ (个) 正方形。

6. 4 【解析】设支架左侧第 3 个孔处应该挂 x 个这样的珠子才平衡, 根据题意可列方程 $3x = 4 \times 3$, 解得 $x = 4$, 所以支架左侧应该挂 4 个这样的珠子才平衡。

7. 6720 【解析】 $8000 \times 80\% = 6400$ (元), $6400 \times (1 + 5\%) = 6720$ (元)。

8. 59 【解析】4, 5, 6 的最小公倍数为 60, 100 以内 60 的倍数只有 60, 因为分组讨论时 6 人一组, 5 人一组, 4 人一组的最后一组都缺 1 人, 所以这次会议一共有 $60 - 1 = 59$ (人) 参加。

9. 20 【解析】纸箱长是 $10 \times 3 = 30$ (cm), 宽是 $10 \times 2 = 20$ (cm), 高是 14cm。装圆柱形的 B 模具, ①若 B 模具竖放 (底面圆在上下面): $30 \div 6 = 5$ (个), $20 \div 6 = 3$ (个) $\dots 2$ (cm), $14 \div 10 = 1$ (个) $\dots 4$ (cm), $5 \times 3 \times 1 = 15$ (个); ②若 B 模具横放, 放法一 (底面圆在左右面): $30 \div 10 = 3$ (个), $20 \div 6 = 3$ (个) $\dots 2$ (cm), $14 \div 6 = 2$ (个) $\dots 2$ (cm), $3 \times 3 \times 2 = 18$ (个); 放法二 (底面圆在前后后面): $30 \div 6 = 5$ (个), $20 \div 10 = 2$ (个), $14 \div 6 = 2$ (个) $\dots 2$ (cm), $5 \times 2 \times 2 = 20$ (个)。 $15 < 18 < 20$, 所以最多可以装下 20 个。

10. 29 【解析】B 银行最终人数为 $(34 + 38) \div (7 + 1) = 9$ (人), 从 B 银行有 $38 - 9 = 29$ (人) 去了 A 银行。

11. 3 : 1 【解析】如解图, 连接 CM , 点 M 是 Q 关于 AC 的对称点, 所以 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AMC}$ 。在四边形 $APCM$ 中, 由风筝模型可知: $PD : DM = S_{\triangle APC} : S_{\triangle AMC} = S_{\triangle APC} : S_{\triangle AOC} = PC : QC = (8 - 2) : 2 = 3 : 1$ 。



12. 75 【解析】假设甲地到乙地的路程为 300 千米, 那么按时的往返一次需时间 $300 \div 60 \times 2 = 10$ (小时), 现在从甲到乙花费了 $300 \div 50 = 6$ (小时), 即从乙地返回到甲地只能用 $10 - 6 = 4$ (小时)。如果他想按时返回甲地, 应以 $300 \div 4 = 75$ (千米/时) 的速度往回开。

13. 20 【解析】由于 3 个洞在中心重合, 所以挖洞后正方体木块的体积是正方体的体积减去 3 个底面积是 1 cm^2 , 高是 3 cm 的长方体的体积再加上 2 个棱长是 1 cm 的正方体的体积, $3 \times 3 \times 3 - 1 \times 3 \times 3 + 1 \times 1 \times 2 = 20$ (cm³)。

14. 73 【解析】由题意知“超级码”可以存在于 b, c, d 中, ①若“超级码”存在于 b , 则 $b = 2, c = 1, d, e$ 共有 $4 \times 5 = 20$ (种); ②若“超级码”存在于 c , 如果 $c = 2$, 则 $b = 1, d = 1, e$ 共有 5 种; 如果 $c = 3$, 则 b, d, e 共有 $2 \times 2 \times 5 = 20$ (种); ③若“超级码”存在于 d , 如果 $d = 2$, 共有 2 种; 如果 $d = 3$, 共有 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (种); 如果 $d = 4$, 共有 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (种), 所以所有“鸿志数”的“超级码数量”之和为 $20 + 25 + 28 = 73$ (种)。

15. 3375 【解析】由题意得, 一年前购买需缴纳纳税 $135 \times 5000 \times 1.5\% = 10125$ (元), 2025 年 6 月购买需缴纳纳税 $135 \times 5000 \times 1\% = 6750$ (元), 比一年前购买少缴 $10125 - 6750 = 3375$ (元)。

二、16. 原式 = 29 17. 原式 = 10

$$18. \text{ 解: 原式} = (2\frac{3}{7} - 2\frac{3}{8} + 2\frac{3}{9} - 2\frac{3}{10}) \div (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$$

$$= 3 \times (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}) \div (\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10})$$

$$= 3$$

$$19. \frac{x-1}{0.2} = 1 - \frac{x-2}{3}$$

$$\text{解: } \frac{x-1}{0.2} = \frac{5-x}{3}$$

$$3(x-1) = 0.2(5-x)$$

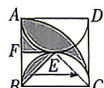
$$3x - 3 = 1 - 0.2x$$

$$3.2x = 4$$

$$x = 1.25$$

三、20. 解: 如解图, 连接 EC , 则阴影部分的面积是半径 4 cm 的 $\frac{1}{4}$ 圆的面积 - 梯形 $BCEF$

的面积, $4 \div 2 = 2$ (cm), $3.14 \times 4^2 \times \frac{1}{4} - (2 +$



的面积, $4 \div 2 = 2$ (cm), $3.14 \times 4^2 \times \frac{1}{4} - (2 +$

$$4) \times 2 \div 2 = 6.56 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

答: 阴影部分的面积是 6.56 平方厘米。

21. 解: $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 6 = 157$ (立方厘米), $157 \div 10 \approx 16$ (分钟)。答: 按照服务员的承诺最迟 16 分钟后欢欢一家点的菜会上桌。

22. 解: 根据题意, 走 4 千米泥泞的道路速度是原来的 $\frac{3}{4}$, 则

所用的时间为原来的 $1 \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$, 多用的时间为原来的 $\frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$, 所以原来走 4 千米泥泞的道路用了 $12 \div \frac{1}{3} = 36$ (分

钟), 36 分钟 $= 0.6$ 小时, 原来的速度为 $4 \div 0.6 = \frac{20}{3}$ (千米/

时), 从甲地到乙地的路程是 $\frac{20}{3} \times 6 = 40$ (千米)。

答: 从甲地到乙地的路程是 40 千米。

23. 解: 在甲店购买需花费 $100 \times 5 + (x - 5) \times 25 = (25x + 375)$ 元, 在乙店购买需花费 $(100 \times 5 + 25x) \times 90\% = (450 + 22.5x)$ 元。当 $x = 20$ 时, 甲店需 $25 \times 20 + 375 = 875$ (元), 乙店需 $450 + 22.5 \times 20 = 900$ (元), $875 < 900$, 所以去甲店买更划算。

答: 在甲店购买应付 875 元, 在乙店购买应付 900 元, 去甲店购买更划算。

24. 解: 方案一: 先存三年的利息为 $100000 \times 2.95\% \times 3 = 8850$ (元), 三年后本息和为 $100000 + 8850 = 108850$ (元), 再存两年的利息为 $108850 \times 2.7\% \times 2 = 5877.9$ (元), 总利息为 $8850 + 5877.9 = 14727.9$ (元); 方案二: 存五年的利息为 $100000 \times 3.4\% \times 5 = 17000$ (元), $17000 > 14727.9$, 所以张阿姨选择方案二获得的利息多。

答: 张阿姨选择方案二获得的利息多。

25. 解: 设 1 月份共用了 x 立方米的煤气, 则 8 月份的煤气用量是 $\frac{7}{15}x$ 立方米。根据题意可列方程 $(82.26 - 6.9) : (x -$

$8) = (40.02 - 6.9) : (\frac{7}{15}x - 8)$, 解得 $x = 165$, 超过 8 立方米

后, 每立方米煤气应收 $(82.26 - 6.9) \div (165 - 8) = 0.48$ (元)。

答: 超过 8 立方米后, 每立方米煤气应收 0.48 元。

26. 解: (1) 5 厘米 : 50 米 = 5 厘米 : 5000 厘米 = 1 : 1000

答: 这张泳池示意图的比例尺是 1 : 1000。

(2) (选择其中一种方法即可)

①把两个这样的几何体拼成长方体, 游泳池的体积就是长方体体积的一半。 $50 \times 25 \times (1.2 + 1.5) \div 2 = 1687.5$ (立方米)。②把游泳池补成一个长方体, 游泳池的体积就是长方体体积减去补的体积。 $50 \times 25 \times 1.5 - (1.5 - 1.2) \times 50 \times 25 \div 2 = 1687.5$ (立方米)。

答: 其中一个游泳池最多能装 1687.5 立方米的水。

155. 2026 ZZSY WGY 入学数学真卷

快速对答案

一、选择题 1~5 BCDAB

二、填空题 6 12 7 28 8. 21 9 10 10. 8

计算题、解答题请看“详解详析”P74

详解详析

- 一、1. B 2. C
3. D 【解析】依据题意,容器的形状从底部到顶部的变化为:开始宽、逐渐细小,再变宽,则水深 h 增大的速度随注水量,的增大先慢再快,最后又变慢,C对应的图象变化为先快再慢,最后又变快,不符合;A、B对应的图象中间没有变化、只有D符合条件。
4. B 【解析】根据图表数据可知,口袋中黑球数量最多,灰球和白球数量差不多。
5. A 【解析】 2^n 的个位数字每4个循环一次:2,4,8,6,且每组个位和为 $2+4+8+6=20$ (个位0),从 $n=1$ 到 $n=2024$ 共2024项, $2024 \div 4=506$,所以个位数字为0。
- 二、6. 12 7. 28
8. 21 【解析】1小时=60分钟,4和6在60以内的公倍数有12,24,36,48,60。甲、乙两楼从18点开始同时亮灯到22点,共经历了 $22-18=4$ (小时),1小时内甲、乙两楼同时亮灯5次,刚好回到整点,因为甲、乙两楼从18点开始同时亮灯,所以4个小时甲、乙两楼同时亮出“欢度春节”字样和红灯笼图案的次数有 $1+4 \times 5=21$ (次)。
9. 10 【解析】容器中水的体积是 $\pi \times (8 \div 2)^2 \times 6 = 96\pi(\text{cm}^3)$,圆柱的体积是 $\pi \times (8 \div 2)^2 \times 9 = 144\pi(\text{cm}^3)$,圆锥的体积是 $\frac{1}{3} \pi \times (8 \div 2)^2 \times 6 = 32\pi(\text{cm}^3)$,题图②中空白部分的体积为 $144\pi + 32\pi - 96\pi = 80\pi(\text{cm}^3)$,从水面到圆锥顶点的高度是 $6+9-80\pi \div [\pi \times (8 \div 2)^2] = 10(\text{cm})$ 。
10. 8 【解析】由题意知, $S_{\text{大正方形}} = S_A + S_B + 2S_C$,即 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$,要拼一个边长为 $a+b$ 的正方形,需要1张A类纸片,1张B类纸片和2张C类纸片;因为 $(3a+b)(2a+2b) = 6a^2 + 2b^2 + 8ab$,即 $S_{\text{矩形}} = 6S_A + 2S_B + 8S_C$,所以需要C类纸片的张数为8张。

三、11. (1)原式=74

$$(2) \text{解:原式} = \frac{1}{21} \times \frac{4 \times 101}{21 \times 101} + \frac{5 \times 10101}{21 \times 10101} + \frac{13 \times 1010101}{21 \times 1010101} \quad (\text{重码数})$$

$$= \frac{1}{21} \times \frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \frac{13}{21}$$

$$= \frac{23}{21}$$

(3) $x=5$

(4)解:原式

$$= 0.1 \times 0.3 \times 0.9 + 8 \times 0.1 \times 0.3 \times 0.9 + 27 \times 0.1 \times 0.3 \times 0.9$$

$$= 0.1 \times 0.2 \times 0.4 + 8 \times 0.1 \times 0.2 \times 0.4 + 27 \times 0.1 \times 0.2 \times 0.4$$

$$= 0.1 \times 0.3 \times 0.9 \times (1+8+27)$$

$$= 0.1 \times 0.2 \times 0.4 \times (1+8+27)$$

$$= \frac{27}{8}$$

四、12. 解:设 $AB=0.618y$, $BC=y$ 。那么 $2 \times 0.618y + y = 220$,解得 $y \approx 98.4$, $0.618 \times 98 \approx 61$ (米)。答:短边 AB 应设计成61米。

13. 解:(1) $11 < 12 < 16$,所以单程票票价4元, $4 \times 2 \times 21 \times 0.95 = 159.6$ (元)。
- 答:亮亮的妈妈刷卡乘车一个月的地铁交通费是159.6元。
- (2)亮亮的妈妈每月用于上下班的地铁交通费最少是127.6元,应选择购买2张A月票,剩余2次刷卡乘车的方案。理由:因为亮亮的妈妈一个月需要坐地铁 $21 \times 2 = 42$ (次),所以当选择A月票时, $42 \div 20 = 2 \cdots 2$ (次),费用为 $60 \times 2 + 4 \times 2 \times 0.95 = 127.6$ (元);当选择B月票时,费用为 $85 + (42 - 30) \times 4 \times 0.95 = 130.6$ (元),当选择C月票时的费用为130元;因为 $127.6 < 130 < 130.6$,所以亮亮的妈妈每月用于上下班的地铁交通费最少是127.6元。
14. 解:(1)48 32 【解法提示】每行驶1千米耗油 $8 \div 100 = 0.08$ (升), $56 - 0.08 \times 100 = 48$ (升), $56 - 0.08 \times 300 = 32$ (升)。
- (2)每行驶1千米耗油 $8 \div 100 = 0.08$ (升),这辆汽车行驶360千米时剩油 $56 - 0.08 \times 360 = 27.2$ (升)。
- 答:这辆汽车行驶360千米时剩油27.2升。
- (3) $56 \times (1 - \frac{1}{7}) \div 0.08 = 600$ (千米)。
- 答:该辆汽车最多行驶600千米必须加油。
15. 解:(1)由题图②知,点P运动3秒时到达点B,又因为点P的运动速度是2cm/秒,所以 $AB = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$,又因为 $AB:AD = 3:4$,所以 $AD = 6 \div 3 \times 4 = 8(\text{cm})$,又因为四边形ABCD是长方形,所以 $CD = AB = 6\text{cm}$,所以 $AB + BC + CD = 6 + 8 + 6 = 20(\text{cm})$, $20 \div 2 = 10$ (秒)。
- 答:点P从点A出发,经过10秒后到达点D。
- (2)由(1)知, $S_{\text{长方形ABCD}} = 6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$,当点P在BC上运动时,三角形APD的面积恒为 $48 \div 2 = 24(\text{cm}^2)$,又 $20 < 24$,故不符合题意;当点P在边AB上运动时, $20 \times 2 \div 8 = 5(\text{cm})$, $5 \div 2 = 2.5$ (秒);当点P在边CD上运动时, $20 \times 2 \div 8 = 5(\text{cm})$, $6 + 8 + 6 - 5 = 15(\text{cm})$, $15 \div 2 = 7.5$ (秒)。综上所述,经过2.5秒或7.5秒后三角形APD的面积恰好是 20cm^2 。答:经过2.5秒或7.5秒后三角形APD的面积恰好是 20cm^2 。

156. 2026 ZZSY 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、选择题 1~5. AADBA 6~10. BCDDC

二、填空题 11. $\frac{1}{10}$ 12. 19 13. 180 14. 175.84

解答题请看“详解详析”P74

详解详析

一、1. A 2. A

3. D 【解析】“+”字形框框出的5个数之和是中心数字的5倍, $40 \div 5 = 8$, $85 \div 5 = 17$, $115 \div 5 = 23$, $125 \div 5 = 25$,观察题图发现,25为中心数字时,下方没有数字,和不可能为125。
4. B 【解析】1到2018中因数5的个数: $[2018 \div 5] = 403$ (个), $[2018 \div 5 \div 5] = 80$ (个), $[2018 \div 5 \div 5 \div 5] = 16$ (个), $[2018 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5] = 3$ (个), $[2018 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5] = 0$ (个),而1到13中因数5的个数: $[13 \div 5] = 2$ (个),所以算式末尾连续0的个数为 $403 + 80 + 16 + 3 - 2 = 500$ (个)。

【解题技巧】因为末尾连续的0是由因数2和因数5相乘得到的,在14到2018这些数中,因数2的数量远多于因数5的数量,所以只需要计算出这些数中因数5的个数,就能确定末尾连续0的个数。

5. A 【解析】 $7 \times 6 = 3 \times 7 - 2 \times 6 = 9$, $9 \times 5 = 3 \times 9 - 2 \times 5 = 17$ 。
6. B 【解析】乙地开出的汽车每小时行驶 $336 \div 3.5 - 52 = 44$ (千米)。
7. C 【解析】 $10 \div 3 = 3$ (组) $\cdots 1$ (个),至少有 $3 + 1 = 4$ (个)苹果在同一个箱子里。
8. D 【解析】阴影部分乙的面积-阴影部分甲的面积=2个直角扇形的面积-正方形面积,即 $2 \times \frac{1}{4} \times 3.14 \times 4^2 - 4 \times 4 = 9.12$ (平方厘米)。
9. D 【解析】令 $a + 0.5 = b + \frac{1}{3} = c + 25\% = d + \frac{1}{5} = 1$,则 $a = 0.5$, $b = \frac{2}{3}$, $c = 75\%$, $d = \frac{4}{5}$, $\frac{4}{5} > 75\% > \frac{2}{3} > 0.5$,所以最大的是d。
10. C 【解析】 $96 \div 4 \times 6 = 144$ (平方厘米)。

二、11. $\frac{1}{10}$

12. 19 【解析】这筐苹果总数除以3余1,除以4余3,除以5余4。从除以5余4的数开始:4,9,14,19,24, $\cdots$ 其中除以4余3的数为19,且 $19 \div 3 = 6 \cdots 1$,符合条件。因此至少有19个苹果。
13. 180 【解析】依次染色,A部分的染色方法有5种,B部分与A相邻,有4种染色方法;C部分与A、B均相邻,有3种染色方法;D部分与B、C均相邻,有3种染色方法,共 $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$ (种)染色方法。
14. 175.84 【解析】通过平移可以将上面圆柱的底面平移到下面圆柱的顶面,所以立体图形的表面积=大圆柱的表面积+小圆柱的侧面积,即 $(2 \times 3.14 \times 4 \times 2 + 3.14 \times 4^2 \times 2) + 2 \times 3.14 \times 2 \times 2 = 175.84$ (平方米)。
- 三、15. (1) $x = -2$ (2) $x = 1$
16. **【思路分析】**根据题目中的式子可以得到“乘法”的运算法则是同号得正,异号得负,并把绝对值相加,一个数与0相“乘加”等于这个数的绝对值。

$$\text{解:}(1) -6 \quad 3 \quad \frac{1}{3}$$

$$(2) ① [(-11) \oplus 0] \oplus (-4) = 11 \oplus (-4) = -15$$

$$② [6 \oplus (-1)] \oplus [(-1) \oplus \frac{1}{2}] = (-7) \oplus (-\frac{1}{2}) = 8 \frac{1}{2}$$

17. 解:(1) $100 \times (4 \times 5) + 5^2 = 2025$ (2) $100 \times n \times (n+1) + 5^2$
- (3) $75^2 = 100 \times (7 \times 8) + 5^2 = 5625$
- $95^2 = 100 \times (9 \times 10) + 5^2 = 9025$

18. 解:乙车间有 $(1998 - 94 \times 15) \div (43 - 15) = 21$ (人),甲车间有 $94 - 21 = 73$ (人), $73 \times 15 - 21 \times 43 = 192$ (把)。
- 答:甲车间每天竹椅的产量比乙车间多192把。

【解题技巧】乙车间人数=(总产量-总人数 $\times$ 甲车间每日人均产量) $\div$ 两车间每日人均产量差。甲车间人数=(总人数 $\times$ 乙车间每日人均产量-总产量) $\div$ 两车间每日人均产量差。

19. 解:(1) $4 \times 2 \times 2 = 16$ (平方厘米)。
- 答:运行4秒后,重叠面积是16平方厘米。

(2)正方形的边长为6

$\times 2 = 12$ (厘米),重叠面积最大是 $12 \times 2 = 24$ (平方厘米)。答:正方形的边长是12厘米,重叠面积最大是24平方厘米。

(3)补全关系图如解图所示。

20. 解:两车速度差为 $33 - 21 = 12$ (米/秒),从车头对齐到完全超过,快车比慢车多行一个快车车长,则快车车长: $12 \times 20 = 240$ (米);从车尾对齐到完全超过,快车比慢车多行一个慢车车长,则慢车车长: $12 \times 25 = 300$ (米)。两车相对行驶,从车头重叠起到车尾相离需要经过的时间: $(240 + 300) \div (33 + 21) = 10$ (秒)。
- 答:快车车长为240米,慢车车长为300米,两车从车头重叠起到车尾相离需要经过10秒。
21. 解:(1)原式 $= 2mx - 3m + 2m^2 - 4x = (2m - 4)x - 3m + 2m^2$,因为代数式的值与 x 的取值无关,所以 $2m - 4 = 0$,解得 $m = 2$ 。答: m 的值为2。
- (2) $2B = -2x^2 - 2mx + 2$, $A - 2B = -2x^2 - 2(2x + 1) - x(1 - 3m) + x - (-2x^2 - 2mx + 2) = (5m - 4)x - 4$,因为 $A - 2B$ 的值与 x 的取值无关,所以 $5m - 4 = 0$,解得 $m = \frac{4}{5}$ 。答: m 的值为 $\frac{4}{5}$ 。
- (3) 设 AB 的长为 n ,则 $S_1 = a(n - 3b)$, $S_2 = 2b(n - 2a)$, $S_1 - S_2 = a(n - 3b) - 2b(n - 2a) = (a - 2b)n + ab$,因为 $S_1 - S_2$ 的值与 AB 的长无关,所以 $a - 2b = 0$,即 $a = 2b$ 。
- 答: a 与 b 的等量关系式为 $a = 2b$ 。

161. 2026 ZZSY 丘成桐班入学数学真卷

快速对答案

一、反复比较,慎重选择 1~5. BBACC

二、认真思考,细心填空 6. 70 7. 5.5 8. 9:8 9. 90

10. 598 11. 24 12. 4 13. 17 14. 194 15. 36

解答题请看“详解详析”P75

详解详析

一、1. B 2. B

3. A 【解析】1.2是小数,且比1大,①错误;0是整数,0没有倒数,③错误;正确的说法为②④⑤,共3个。

4. C 【解析】如解图,A、B分别为DE、EF边上的中点, $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形DEFC}}$, $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{8} S_{\text{平行四边形DEFC}}$,所以阴影部分的面积= $S_{\text{平行四边形DEFC}} - S_{\triangle ADC} - S_{\triangle BFC} - S_{\triangle ABE} = \frac{3}{8} S_{\text{平行四边形DEFC}}$ 。

第4题解图

5. C 【解析】5项比赛,甲、乙、丙三分为 $22 + 9 + 9 = 40$ (分)。每项比赛的得分和为 $k_1 + k_2 + k_3$,5项比赛的总分为 $5(k_1 + k_2 + k_3) = 40$,得 $k_1 + k_2 + k_3 = 8$ 。因为正整数 $k_1 > k_2 > k_3$,所以单项比赛三个名次的名次只有两种情况:①单项比赛第一名是5分,第二名2分,第三名1分。乙在天文知识比赛中获得第一名,余下4项比赛, $9 - 5 = 4$ (分),只能四项比赛全是第三名; $4 \times 5 + 2 = 22$ (分),甲得四个第一名和一个第二名;

余下一个第三名和四个第二名,得分 $2 \times 4 + 1 = 9$ (分),符合丙的得分,此种情况甲得的第二名只能是天文,其他的第二名全是丙,所以获得互联网比赛第二名的是丙。②单项比赛第一名4分,第二名3分,第三名1分,乙在天文知识比赛中获得第一名,余下四个第一名, $4 \times 4 + 3 = 19$ (分), $19 < 22$,甲得四个第一名也得不到22分。综上所述,获得互联网比赛第二名的是丙。

二、6. 70 【解析】6时20分时,分针指向刻度4,时针位于刻度6和刻度7之间,且与刻度6的夹角为 $20 \times 0.5^\circ = 10^\circ$,则分针与时针组成的锐角为 $2 \times 30^\circ + 10^\circ = 70^\circ$ 。

7. 5.5 【解析】 $4 \otimes 1 = 4 \times 4 - 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 16, x \otimes 16 = 4x - 2 \times 16 + \frac{1}{2} \times x \times 16 = 12x - 32 = 34$,解得 $x = 5.5$ 。

8. 9:8 【解析】设乙厂次品数为 a ,则甲厂正品数为 $3a$;甲厂次品数为 b ,则乙厂正品数为 $4b$ 。两厂产品数量相等,即 $3a + b = a + 4b$,得 $a:b = 3:2$ 。正品数量比 $3a:4b = (3 \times 3):(4 \times 2) = 9:8$ 。

9. 90 【解析】 $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$, $135 \times \text{丙} = 2 \times \text{乙}$,所以丙为偶数,且 $135 \times \text{丙} = \text{甲} \times \text{甲}$,所以丙最小为 $2 \times 2 \times 3 \times 5$,甲 $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ 。

10. 598 【解析】观察数阵可知,数阵由从1起依次加3的数排列而成,前19行有 $1+2+3+\dots+19 = 190$ 个数,第20行第1个数为 $1+3 \times (190+1-1) = 571$,第10个数为 $571+3 \times 9 = 598$ 。

11. 24 【解析】调完第一车间人数:第二车间人数 $= 1:2$,调完后第一车间有 $(64+56) \div (1+2) = 40$ (人),从第一车间调 $64-40=24$ (人)到第二车间。

12. 4 【解析】如果将葡萄、苹果和芒果每斤的单价扩大10倍,它们都是7的倍数,而雪梨每斤的单价扩大10倍后被7除余1, $34 \times 10 \div 7 = 48 \dots 4$,所以,小明的妈妈买了4斤雪梨。

13. 17 【解析】三位数 ABC 加上三位数 DDC ,得数是四位数 $DCCC$,则说明百位上相加是进位加法,满十进一,则千位上 $D=1$;个位上 $C+C=C$,则 $C=0$,那么得数就是1000。十位上 $B+D=10, D=1$,则 $B=9$;百位上 $A+D=9, D=1$,则 $A=8, A+B \times (C+D) = 8+9 \times (0+1) = 17$ 。

14. 194 【解析】前后面积之和: $(5 \times 5 + 3 \times 3 + 2 \times 2) \times 2 = 76$ (平方厘米);上下面积之和: $5 \times 5 \times 2 = 50$ (平方厘米);左右面积之和: $(5 \times 5 + 3 \times 3) \times 2 = 68$ (平方厘米)。 $76 + 50 + 68 = 194$ (平方厘米)。

15. 36 【解析】设满足条件的“本位数”为 $\overline{abc}$ 。个位: $c+(c+1)+(c+2) = 3c+3 < 10$,所以 c 可取:0、1、2共3种。十位: $b+b+b = 3b < 10$,所以 b 可取:0、1、2、3共4种。百位: $a+a+a = 3a < 10$,且 a 是百位数字,所以 a 可取:1、2、3共3种。因此所有三位数中,“本位数”有 $3 \times 4 \times 3 = 36$ (个)。

三、16. 解:(1) $6 \times (24 \div 3 - 5) + 12 = 30$

(2) $(9+4) \times (14+63) \div 7 = 143$

17. 解:(1) $6 \times 8 + 1 = 7^2$ (2) $n \times (n+2) + 1 = (n+1)^2$

(3) 原式 $= \frac{1 \times 3 + 1}{1 \times 3} \times \frac{2 \times 4 + 1}{2 \times 4} \times \frac{3 \times 5 + 1}{3 \times 5} \times \dots \times \frac{98 \times 100 + 1}{98 \times 100}$
 $= \frac{2^2}{1 \times 3} \times \frac{3^2}{2 \times 4} \times \frac{4^2}{3 \times 5} \times \dots \times \frac{99^2}{98 \times 100}$ (错位相消)

$$= \frac{2 \times 99}{1 \times 100} = \frac{99}{50}$$

18. 解: $\frac{1}{4} \times \pi \times 4^2 - \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 - 2 \times 4 = 1.42$ (平方厘米)。

答:两个阴影部分面积的差是1.42平方厘米。

19. 解:正放水时的体积: $20 \times 20 \times (1 - \frac{1}{8}) \times m = 350m$ (立方厘米),倒放水时的体积不变,所以 $20 \times 20 \times (20 - 8) - 20 \times 20 \times \frac{1}{8} \times m + 20 \times 20 \times \frac{1}{8} \times 8 = 350m$,解得 $m = 13$ 。所以实心圆柱体的体积是 $20 \times 20 \times \frac{1}{8} \times 13 = 650$ (立方厘米)。

答:实心圆柱体的体积是650立方厘米。

20. 解:15人每小时比原来多种的即是原来3人每小时要种的树,所以原来每人每小时要种树: $15 \div 3 = 5$ (棵)。
 答:原计划每人每小时种5棵树。

21. 解:(1) 168任意两个数位上的数字对调后得到的新数是618、186、861, $16-2 \times 1 + 81 = 12, 11-2 \times 8 + 61 = 9, 18-2 \times 6 + 11 = 3$,因为 $3 < 9 < 12$,所以168的“幸福快乐数”是861,则 $K(168) = 8^2 - 2 \times 6^2 + 1^2 = -7$;

243任意两个数位上的数字对调后得到的新数是423、234、342, $14-2 \times 2 + 31 = 3, 12-2 \times 3 + 41 = 0, 13-2 \times 4 + 21 = 3$,因为 $0 < 3$,所以243的“幸福快乐数”是234,则 $K(243) = 2^2 - 2 \times 3^2 + 4^2 = 2$ 。答: $K(168) = -7, K(243) = 2$ 。

(2) $m = 100x + 10y + 8$,交换十位和百位得到的 $n = 100y + 10x + 8$,则 $m+n = 110(x+y) + 16$ 。若 $m+n$ 为13的倍数,110以内13的倍数最大为104,所以 $m+n - [104(x+y) + 13] = 6(x+y) + 3$ 也是13的倍数。代入1~9的整数,只有 $x+y=6$ 时符合条件,且 $x \leq y$,因此 $x=1, y=5$ 或 $x=2, y=4$ 或 $x=y=3$ 。 n 有可能是518、428、338。

518:任意两个数位上的数字对调后得到的新数是581、158、815, $15-2 \times 8 + 11 = 10, 11-2 \times 5 + 81 = 1, 18-2 \times 1 + 51 = 11, 1 < 10 < 11$,所以 $K(518) = 1^2 - 2 \times 5^2 + 8^2 = 15$;

428:任意两个数位上的数字对调后得到的新数是482、824、248, $14-2 \times 8 + 21 = 10, 18-2 \times 2 + 41 = 8, 12-2 \times 4 + 81 = 2, 2 < 8 < 10$,所以 $K(428) = 2^2 - 2 \times 4^2 + 8^2 = 36$;

338:任意两个数位上的数字对调后得到的新数是383、833、338, $13-2 \times 8 + 31 = 10, 18-2 \times 3 + 31 = 5, 13-2 \times 3 + 81 = 5, 5 < 10$,所以 $K(338) = 8^2 - 2 \times 3^2 + 3^2 = 55$ 或 $K(338) = 3^2 - 2 \times 3^2 + 8^2 = 55$ 。 $15 < 36 < 55$,所以 $K(n)$ 的最大值为55。

答: $K(n)$ 的最大值为55。

22. 解:(1) $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC}$
 (2) $S_{\triangle CDE} = 2S_{\triangle ABC}$,理由如下:连接 AD (解图略), $BC=CD$,所以 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC}$; $AE=AC$,所以 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ADE}$,因此 $S_{\triangle CDE} = 2S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABC}$ 。

(3) $S_{\triangle DEF} = 7S_{\triangle ABC}$ 【解法提示】由(2)可知, $S_{\triangle CDE} = 2S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle AEF} = 2S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle BDF} = 2S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle CDE} + S_{\triangle AEF} + S_{\triangle BDF} + S_{\triangle ABC} = 7S_{\triangle ABC}$ 。

拓展应用:4.5 【解法提示】点 E 是线段 AD 的中点,所以 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BDE}$, $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle CDE}$;点 F 是线段 CE 的中点,所以 $S_{\triangle BEF} = S_{\triangle BCF} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \times 18 = 4.5$ (cm²)。

163. 2026 ZSD4ZX 入学数学真卷(一)

快速对答案

一、选择题 1~5 BABBD 6~10 ABBCA

二、填空题 11. 5.804 12. 89 13. 12 14. 50.24

15. 9时15分

解答题请看“详解详析”P75

详解详析

一、1. B 2. A 3. B

4. B 【解析】A中糖水的浓度为 $12 \div (12+160) \approx 7.0\%$; B中糖水的浓度为 $8.5 \div (8.5+80) \approx 9.6\%$; C中糖水的浓度为 $3 \div (3+50) \approx 5.7\%$; D中糖水的浓度为 $4.5 \div (4.5+150) \approx 2.9\%$; $9.6\% > 7.0\% > 5.7\% > 2.9\%$,所以B杯的糖水最甜。

5. D 6. A 7. B 8. B 9. C 10. A

二、11. 5.804

12. 89 【解析】观察题图①,第1行的数依次是 $1 \times 1, 1 \times 2, 1 \times 3, 1 \times 4, \dots$;第2行的数依次是 $2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, 2 \times 4, \dots$;第3行的数依次是 $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, 3 \times 4, \dots$;第 m 行的第 n 列的数是 $m \times n$ 。在题图②中, $28 = 4 \times 7, 32 = 4 \times 8, 35 = 5 \times 7$,所以 a 是 $5 \times 8 = 40$,在题图③中, $36 = 6 \times 6, 56 = 8 \times 7$,可知 b 在第7行第7列,所以 b 是 $7 \times 7 = 49, a+b = 40+49 = 89$ 。

13. 12 【解析】设足球上黑皮有 x 块,则白皮有 $(32-x)$ 块,由一块白皮(六边形)中,有三边与黑皮(五边形)相连,因此白皮边数是黑皮边数的2倍,则 $2 \times 5x = 6 \times (32-x)$,解得 $x = 12$ 。

14. 50.24 【解析】设阴影部分中圆的直径为 x 分米,则 $x+x+3.14x = 20.56$,解得 $x = 4$,圆柱的底面半径为 $4 \div 2 = 2$ (分米),高为4分米,圆柱形油桶的容积为 $3.14 \times 2^2 \times 4 = 50.24$ (立方分米)。

15. 9时15分 【解析】设每个人入场口每分钟进入人数为1份,10时开门,开3个人场口,10:09就不再有人排队,开5个人场口,10:05就没有人排队,来人的速度为 $(9 \times 3 - 5 \times 5) \div (9-5) = \frac{1}{2}$ (份),开门之前来人为 $3 \times 9 - \frac{1}{2} \times 9 = 22 \frac{1}{2}$ (份),第一个观众来的时间距开门时间 $22 \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 45$ (分),第一个观众到达的时刻是10时-45分=9时15分。

三、16. (1) 原式 $= \frac{9}{28}$ (2) 原式 $= \frac{1}{2}$ (3) 原式 $= \frac{11}{2}$

(4) 原式 $= \frac{111}{139}$

17. 解:(1) $9 \times \frac{1}{6} = 1.5$ (升), $1.5 \times 10 \times 30 = 450$ (升), $450 \times 2 = 900$ (升)。答:每个月安安家里可以节约用水900升。

(2) 设未使用节水龙头的居民有 x 户,则已使用节水龙头的居民有 $\frac{5}{3}x$ 户,根据题意得 $x + \frac{5}{3}x = 56$,解得 $x = 21, \frac{5}{3} \times 21 = 35$ (户)。答:已使用节水龙头的居民有35户。

18. 解:(1) 右 7

(2) 如解图所示。 16 4

(3) 如解图所示。



第18题解图

19. 解:(1) ①折线 ②小李 小李通过5天的训练成绩大体是呈上升趋势(说法合理即可)

(2) ①从题中扇形统计图中可以看出跳远成绩是171~180 cm的人数最多,跳远成绩是201 cm及以上的人数最少,占全年级人数的2%。(答案不唯一)

② $300 \times 2\% = 6$ (人), $10 > 6$,我认为六(1)班派去的同学有可能获奖,理由是:全年级人数的2%是6人,年级前十名的同学获奖,所以六(1)班派去的同学有可能获奖。(说法合理即可)

20. 解:(1) $1:50 = \frac{1}{50}$, $58.34 \times \frac{1}{50} = 1.1668$ (米),1.1668米=116.68厘米。答:这一模型的高度是116.68厘米。

(2) $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 10 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times (16-10) = 150.72$ (立方分米)。

答:该整流罩的容积是150.72立方分米。

21. 解:(1) A B

(2) 设烧杯的底面积为 S 平方厘米,当注水18秒时,烧杯刚好注满;当注水90秒时,水槽内的水面高度恰好是烧杯的高度为10厘米,根据题意得 $S \times 10 \div 18 = (100-S) \times 10 \div (90-18)$,解得 $S = 20$ 。

答:烧杯的底面积为20平方厘米。

22. 解:甲店: $20 \times 3 \times 60\% = 36$ (元), $36 > 35, 36-5 = 31$ (元);乙店: $20 \div (4+1) = 4$ (组), $4 \times 4 \times 3 = 48$ (元), $48 \times 70\% = 33.6$ (元); $31 < 33.6$,所以去甲店买更划算。答:去甲店买更划算。

168. 2026 ZZZX 入学数学真卷

快速对答案

一、填空题 1. 24.5 2. 3.165 3. 292 4. $\frac{40}{9}$ 5. 6

6. $\frac{10}{9}$ 7. 2 8. 12.5 9. $\frac{13}{27}$ 10. 4 11. $\frac{10}{17}$ 12. 3

13. 3 14. 48 15. 5 16. 12 17. 88 18. 40 19. 30

探究题、解答题请看“详解详析”P76

详解详析

一、1. 24.5 2. 3.165 3. 292 4. $\frac{40}{9}$

5. 6 【解析】 $\frac{4}{m} \div \frac{n}{2} - \frac{1}{m} \times \frac{2}{n} = \frac{6}{mn}$,因为 $mn=1$,所以 $\frac{6}{mn} = 6$ 。

6. $\frac{10}{9}$ 7. 2

8. 12.5 【解析】 $2.5 \div [1 - \frac{1}{5} - (1 - \frac{1}{5}) \times \frac{3}{4}] = 12.5$ (米)。
9. $\frac{13}{27}$ 【解析】 $40 + 5 + 5 = 50$, $50 \div (9 + 16) = 2$, 原来分数的分子: $2 \times 9 = 18$, 分母: $2 \times 16 = 32$ 。
10. 4 11. $\frac{10}{17}$
12. 3 【解析】方程化简为 $3x + 7y = 17$, 代入自然数运算可知 $x = 1, y = 2$, 所以 $x + y$ 的值是 $1 + 2 = 3$ 。
13. 3 【解析】 $\frac{2}{9} < \frac{2}{8} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{2}{4} < \frac{2}{3}$, 又 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, 即 $\frac{2}{9} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, 所以在口中可填的自然数有 2, 3, 4 共 3 个。
14. 48 【解析】这根铁丝长 $9 \div (\frac{7}{4+5+7} + \frac{4}{4+5+7}) = 48$ (cm)。
15. 5 【解析】至少答对一题的人数为 $30 + 20 - 15 = 35$ (人), 因此两题都没答对的人数为 $40 - 35 = 5$ (人)。
16. 12 【解析】 $5 \star 1 = 3 \times 5 + 2 \times 1 = 17, x \star 17 = 3x + 2 \times 17 = 3x + 34 = 70$, 解得 $x = 12$ 。
17. 88 【解析】 $[82 \times (1 + 3) - 80 \times 3] \div 1 = 88$ (分)。
18. 40 【解析】根据底高模型 $S_{\triangle ADC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} + S_{\text{阴影部分}} = \frac{3}{4} \times S_{\triangle ADC} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} S_{\triangle ABC}$, 即 $S_{\text{阴影部分}} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, 又因为 $S_{\text{阴影部分}} = 20$ 平方厘米, 所以 $S_{\triangle ABC} = 20 \div \frac{1}{2} = 40$ (平方厘米)。
19. 30 【解析】 $30 L = 30 \text{ dm}^3 = 30000 \text{ cm}^3$, 内部底面积为 $(42 - 1 \times 2) \times (27 - 1 \times 2) = 1000$ (cm²), 水的深度为 $30000 \div 1000 = 30$ (cm)。
- 二、20. 解: (1) 126 495 【解法提示】 $P(297) = 2 \times 9 \times 7 = 126, F(538) = 853 - 358 = 495$ 。
- (2) 405 或 450 【解法提示】根据原数的积数的定义得, $P(4mn) = 4mn$, 因为 $P(t) = 0$, 所以 $4mn = 0$, 所以 $m = 0$ 或 $n = 0$ (m, n 同时为 0 时不符合题意)。第一种情况: 当 $m = 0$ 时, 具体如下: ①当 $n \geq 4$ 时, 因为 $F(t) = 100n + 40 - 400 - n = 99n - 360, F(t) = 135$, 所以 $99n - 360 = 135, n = 5$, 满足题意, 即三位数为 405; ②当 $n < 4$ 时, $F(t) = 400 + 10n - 100n - 4 = 396 - 90n = 135$, 所以 $n = \frac{261}{90}$, 此时, n 不是整数, 不满足题意; 第二种情况: 当 $n = 0$ 时, 具体如下: ①当 $m \geq 4$ 时, $F(t) = 100m + 40 - 400 - m = 99m - 360 = 135$, 所以 $m = 5$, 即三位数为 450; ②当 $m < 4$ 时, $F(t) = 400 + 10m - 100m - 4 = 396 - 90m = 135$, 所以 $m = \frac{261}{90}$, 此时, m 不是整数, 不满足题意。故满足条件的三位数为 405 或 450。
21. 解: (1) 5 8 8 13 【解法提示】因为 $1^2 + 1^2 = 1 \times 2, 1^2 + 1^2 + 2^2 = 2 \times 3, 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 3 \times 5$, 所以 $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 = 5 \times 8, 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 8 \times 13$ 。
- (2) 斐波那契数列继续写下去为 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55..., 而 $1870 = 34 \times 55$, 即按此规律继续拼长方形, 序号⑧对应的长方形的面积数是 1870。
- 答: 序号⑧对应的长方形的面积数是 1870。
- 三、22. 解: 假设全部购进的是西红柿, 总花费为 $2.4 \times 50 = 120$

- (元), 比实际花费少 $152 - 120 = 32$ (元), 每千克西红柿批发价比豆角批发价便宜 $3.2 - 2.4 = 0.8$ (元), 购进豆角 $32 \div 0.8 = 40$ (千克), 购进西红柿 $50 - 40 = 10$ (千克), 西红柿的利润为 $(3.6 - 2.4) \times 10 = 12$ (元), 豆角的利润为 $(5 - 3.2) \times 40 = 72$ (元), $12 + 72 = 84$ (元)。
- 答: 该蔬菜经营户当天卖完这些蔬菜一共赚了 84 元。
23. 解: 将加工这批零件的工作量看作单位“1”, 张师傅的工效为 $1 \div 30 = \frac{1}{30}$, 完工时张师傅加工总数的 $(1 + \frac{1}{5}) \div 2 = \frac{3}{5}$, 两人合作完成的时间为 $\frac{3}{5} \div \frac{1}{30} = 18$ (小时), 这批零件共有 $20 \times 18 \div (1 - \frac{3}{5}) = 900$ (个)。答: 这批零件一共有 900 个。
24. 解: $100 \times \frac{1}{20} = 5$ (元), 多订购的件数为 $5 \times 4 = 20$ (件), 设每一件商品的利润为 x 元, 则 $80x = (x - 5) \times (80 + 20) - 100$, 解得 $x = 30$, 这种商品的成本是 $100 - 30 = 70$ (元)。
- 答: 这种商品的成本是 70 元。
25. 解: 设甲和乙相遇前的速度分别为 $4v$ 和 $3v$, A、B 两地之间的距离是 s 千米, 则相遇后甲的速度是 $4v \times (1 + \frac{1}{4}) = 5v$, 相遇后乙的速度是 $3v \times (1 + \frac{1}{3}) = 4v$, 相遇前甲行驶的路程为 $\frac{4}{4+3}s = \frac{4}{7}s$, 相遇后甲到达 B 地行驶的路程为 $\frac{3}{4+3}s = \frac{3}{7}s$, 相遇后甲到达 B 地的时间为 $\frac{3}{7}s \div 5v = \frac{3s}{35v}$, 相遇后乙行驶的路程为 $4v \times \frac{3s}{35v} = \frac{12s}{35}$, 所以 $\frac{4}{7}s - \frac{12s}{35} = 24$, 解得 $s = 105$ 。答: A、B 两地之间的距离是 105 千米。
179. 2026 CQ8Z 入学数学真卷 (一)
- 快速对答案
- | | | | | | |
|--------|-------|-------|------|--------|-------|
| 二. 填空题 | 1. 52 | 2. 10 | 3. 9 | 4. 3:1 | 5. 73 |
|--------|-------|-------|------|--------|-------|
- 计算题、解答题请看“详解详析”P76
- 详解详析
- 一、1. 原式 = 1 2. 原式 = 91 3. 原式 = 0
4. 原式 = $(100 + 3) \times 107 - 91 \times (100 - 1)$
 $= 100 \times 107 + 3 \times 107 - 91 \times 100 + 91 \times 1$
 $= (107 - 91) \times 100 + (321 + 91)$
 $= 2012$
5. 解: 原式 = $[4 \frac{5}{9} - 3.04 \div 3 \frac{1}{25} + \frac{5}{6}] \times 4.5$
 $= [4 \frac{5}{9} - 1 + \frac{5}{6}] \times 4.5$
 $= 4 \frac{7}{18} \times 4.5$
 $= 19.75$
6. 原式 = 12 7. 原式 = $\frac{15}{8}$ 8. 原式 = $\frac{7}{4}$
9. 解: 原式 = $5 + 5 \times (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100})$

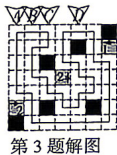
- $= 5 + 5 \times (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100})$
 $= 5 + 5 \times (1 - \frac{1}{100})$
 $= 5 + 5 \times \frac{99}{100}$
 $= 5 + \frac{99}{20}$
 $= \frac{199}{20}$
10. 解: 原式 = $3.14 \times 3.14 + 6.86 \times 13.14$
 $= 3.14 \times 3.14 + 6.86 \times 10 + 6.86 \times 3.14$
 $= 3.14 \times (3.14 + 6.86) + 6.86 \times 10$
 $= 10 \times 10$
 $= 100$
11. 解: 原式 = $1997 \times 1996 \times 10001 - 1996 \times 1997 \times 10001$
 $= (1997 \times 1996 - 1996 \times 1997) \times 10001$
 $= 0 \times 10001$
 $= 0$
12. 解: 原式 = $1 - (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32})$
 $= 1 - (1 - \frac{1}{256})$
 $= \frac{1}{256}$
13. 解: 原式 = $0.0125 \times 3.2 + \frac{1}{7} \times 87.5 \times \frac{4}{15} \times \frac{4}{15} + 4 - 4$
 $= 0.0125 \times (8 \times 0.4) + 12.5 \times \frac{4}{15} \times \frac{4}{15} + (4 - 4)$
 $= \frac{209}{225}$
14. 解: $\frac{1}{2}x - 4 \times 25\% = 1.25$ 15. 解: 原式 = $\frac{201}{28} \div 1.25$
 $= \frac{201}{28} \times \frac{4}{5} = \frac{201}{35}$
 $= \frac{67}{11.666...}$
 $= \frac{67}{10}$
16. 解: 原式 = $80\% \times 17 - 13.6 + [\frac{1}{10} \times 4.25] + 22$
 $= 13.6 - 13.6 + 0.425 + 22$
 $= 0 + 0.425 + 22$
 $= 22.425$
- 二、1. 52 【解析】C 拿之前, 老师手里的资料数量为 $(2 + 3) \times 2 = 10$ (本)。B 拿之前, 老师手里的资料数量为 $(10 + 2) \times 2 = 24$ (本)。A 拿之前, 老师手里的资料数量为 $(24 + 2) \times 2 = 52$ (本)。所以老师原来有 52 本资料。
2. 10 【解析】 $(\frac{1}{10} + \frac{1}{12}) \times 3 = \frac{11}{60} \times 3 = \frac{11}{20}$, $(\frac{11}{20} - \frac{1}{2}) \div \frac{1}{20} = \frac{1}{20} \div \frac{1}{20} = 1$ (小时), 上午 9 时 + 1 小时 = 上午 10 时, 排水管是上午 10 时关闭的。
3. 9 【解析】 $18 \div (3 - 1) = 9$ (岁), 小明今年 9 岁。
4. 3:1 【解析】因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则 $AB = AC, \angle B = \angle C = 60^\circ$, 因为 $BP = CQ$, 所以 $\triangle ABP \cong \triangle ACQ$, 则 $\angle BAP = \angle CAQ, AP = AQ$ 。因为点 Q 与点 M 关于 AC 对称, 所以 $\angle CAQ = \angle CAM, AQ = AM$, 则 $\angle PAM = \angle PAC + \angle CAM = \angle PAC + \angle BAP = 60^\circ$, 所以 $\triangle APM$ 是等边三角形, $\angle PDC = 60^\circ + \angle PAC, \angle BPA = \angle PAC + 60^\circ$, 所以 $\angle PDC = \angle BPA$, 因为 $\angle B = \angle C$, 所以 $\triangle ABP \sim \triangle PCD$, 则 $AP:PD = AB:PC = 8:(8 - 2) = 4:3$, 因为 $AP = PM, PM = PD + DM, PD:DM = 3:1$ 。
5. 73 【解析】先分类, ①“超级码”存在于 b, 有 $4 \times 5 = 20$ (个); ②“超级码”存在于 c, c 为 2 或 3, 有 $5 + 20 = 25$ (个); ③“超级码”存在于 d, d 为 2 或 3 或 4, 有 $2 + 8 + 18 = 28$ (个)。共有 $20 + 25 + 28 = 73$ (个), 所有“鸿志数”的“超级码”数量之和是 73。
- 三、1. 解: 每人分得汉堡: $(4 + 2) \div 3 = 2$ (个), 香肠: $(4 + 5) \div 3 = 3$ (根), 乙拿出一根香肠, 香肠单价: $3 \div 1 = 3$ (元), 2 个汉堡比 3 根香肠贵 6 元, 汉堡单价: $(6 + 3 \times 3) \div 2 = 7.5$ (元)。
- 答: 汉堡单价是 7.5 元/个, 香肠单价是 3 元/根。
2. 解: (1) B 和 C; (2) A 和 F; (3) A 和 E; (4) B 和 F; (5) B 和 D, 这 5 种说法中 B 出现次数最多, 假设 B 得满分。因为 (1)、(4)、(5) 各猜对一条, 所以 C、D、F 都没有得满分, 剩余 (2)、(3), 如果 A 得满分, 那么 (2)、(3) 均猜对一半, 此时结果为 5 人均猜对一半, 与题目不符; 如果 E 得满分, 那么 (3) 猜对一半, (2) 全错, 此时为 (1)、(3)、(4)、(5) 各对一半, (2) 全错, 符合题意, 所以 B、E 得了满分。
- 答: B、E 得了满分。
3. 解: $35 \times \frac{1}{2} = 17.5$ (天)
- 答: 甲单独完成这项工程需要 17.5 天。
4. 解: 甲型车和乙型车的工作效率比为 $(6 \times 3) : (5 \times 4) = 9:10$
- 如果全部使用乙型车, 用 8 天运送货物到 40 千米外的目的地, 需要乙型车数量: $6 \times \frac{9}{10} + 8 = 13.4$ (辆), 运同样多货物到 85 千米外的目的地, 用 8.5 天, $\frac{85}{40} \times \frac{8}{8.5} = 2$, 工作量是之前的 2 倍, 如果全部用乙型车, 共需要 $13.4 \times 2 = 26.8$ (辆), 现在已安排 16 辆乙型车, 还需要甲型车数量: $(26.8 - 16) \div \frac{9}{10} = 12$ (辆)。答: 还要安排 12 辆甲型车。
5. 解: 设吴同学读过 x 本书。书 F 被读过的次数: $2 + 2 + 4 + 3 + 5 + x - (1 + 4 + 2 + 2 + 2) = 5 + x$, 根据题意可知, 共有 6 个同学, 每人至少读过其中的一本书, 所以书 F 被读过的次数小于或等于 6 次, 吴同学读过的书大于或等于 1 本, 要同时满足这两个条件, 书 F 被读过的次数只能是 6 次, 吴同学读过的书是 $6 - 5 = 1$ (本)。
- 答: 吴同学读了 1 本数, 书 F 被小组中的 6 位同学读过。
6. 解: 设平行四边形 ABCD 的底为 a, 高为 h, 平行四边形 ABCD 的面积 = $ah = 1$ 。AE = $\frac{a}{5}, BE = \frac{4a}{5}, h = \frac{1}{a}$, 三角形 BEH

的面积=三角形 BEC 的面积-三角形 BHC 的面积 $=\frac{4a}{5}\times\frac{1}{a}$
 $\div 2=\frac{1}{8}=\frac{11}{40}$ 。设三角形 BEH 的 BE 边上的高为 h_1 , $BE\times h_1\div 2=\frac{11}{40}$, 即 $h_1=2\times\frac{11}{40}\div\frac{4a}{5}=\frac{11}{16a}$ 。三角形 CFH 的面积 $=CF\times(h-h_1)\div 2$, 三角形 CFH 的面积=三角形 BCF 的面积-三角形 BHC 的面积 $=CF\times h\div 2-\frac{1}{8}$, 所以 $CF\times(\frac{1}{a}-\frac{11}{16a})\div 2=CF\times\frac{1}{a}\div 2-\frac{1}{8}$, $CF\times\frac{5}{32a}=CF\times\frac{16}{32a}-\frac{4}{32}$, 解得 $CF=\frac{4a}{11}$, 所以 $DF=DC-CF=a-\frac{4a}{11}=\frac{7a}{11}$ 。设三角形 AEG 的 AE 边上的高为 h_2 , 三角形 ADG 的面积=三角形 ADE 的面积-三角形 AEG 的面积 $=AE\times h\div 2-AE\times h_2\div 2=\frac{a}{5}\times\frac{1}{a}\div 2-\frac{a}{5}\times h_2\div 2=\frac{1}{10}\times\frac{a}{10}\times h_2$, 三角形 ADG 的面积=三角形 ADF 的面积-三角形 DGF 的面积 $=DF\times h\div 2-DF\times(h-h_2)\div 2=DF\times h_2\div 2=\frac{7a}{11}\times h_2\div 2=\frac{7a}{22}\times h_2$, 所以 $\frac{1}{10}\times\frac{a}{10}\times h_2=\frac{7a}{22}\times h_2$, $\frac{22}{220}\times\frac{22a}{220}\times h_2=\frac{70a}{220}\times h_2$, $h_2=\frac{11}{46a}$, 三角形 ADG 的面积 $=\frac{7a}{22}\times h_2=\frac{7a}{22}\times\frac{11}{46a}=\frac{7}{92}$ 。

答: 三角形 ADG 的面积是 $\frac{7}{92}$ 。

- 四、1. 解: 125 【解析】因为 $x<y<z$ 都是正整数, 所以 $x\geq 1$ 。当 $x=1$ 时, $\frac{1}{1}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>1$, 不满足条件。当 $x=2$ 时, $\frac{1}{2}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\leq\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{13}{12}<2$, 又因为 k 是整数, 所以 k 只能是 1, 于是有 $\frac{1}{2}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$, 即 $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$, 且 $2<y<z$, 所以 $y\geq 3$ 。当 $y=3$ 时, $\frac{1}{z}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$, 得 $z=6$, 满足 $z>y$; 当 $y=4$ 时, $\frac{1}{z}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$, 得 $z=4$, 不满足 $z>y$, 舍去。当 $y\geq 5$ 时, $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}<\frac{1}{5}+\frac{1}{6}<\frac{1}{2}$, 无解。所以唯一满足条件的 x, y, z 为 $x=2, y=3, z=6$, 即 $(x+y)^z=(2+3)^6=5^6=125$ 。
2. 解: 为区域①着色: 因为有 n 种不同颜色, 所以为区域①着色有 n 种方法; 为区域②着色: 因为区域②与区域①相邻, 不能用同一种颜色, 所以区域②有 $(n-1)$ 种方法; 为区域③着色: 区域③与区域①和区域②都相邻, 所以区域③有 $(n-2)$ 种方法; 为区域④着色: 区域④与区域①、区域②和区域③都相邻, 所以区域④有 $(n-3)$ 种方法。根据题意, 总的着色方法数为 $n(n-1)(n-2)(n-3)=120$, 通过试值法得 $n=5$ 。答: n 的值是 5。

3. 解: 构造如解图所示:
 $A=5, B=3, C=2, D=2$,
 所以四位数 $ABCD=5322$
 答: 四位数 $ABCD$ 的值是 5322。
 (答案不唯一)



第3题解图

182. 2026 CQYW 入学数学真卷(一)

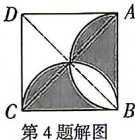
快速对答案

一. 填空题 1. 45π 2. 47 3. 47 4. 8 5. 1632
 6. 127 7. 10 8. 43 9. 44.5 10. 2

计算题、解答题请看“详解详析”P77

详解详析

- 一、1. 45π 【解析】圆柱和圆锥的底面半径均为 $6\div 2=3$ (米), 圆锥的高为 $7-4=3$, 圆柱的高为 4 米, “粮仓”的容积为 $\pi\times 3^2\times 4+\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3=45\pi$ (立方米)。
2. 47 【解析】第 1 个图中所贴剪纸数为 $1\times 3+2=5$; 第 2 个图 中所贴剪纸数为 $2\times 3+2=8$; 第 3 个图 中所贴剪纸数为 $3\times 3+2=11$, ..., 第 n 个图 中所贴剪纸数为 $3n+2$, 那么第 15 个图 中所贴剪纸“○”的个数为 $3\times 15+2=47$ 。
3. 47 【解析】根据容斥原理, 至少一科得 100 分的人数 $=10+12-3=19$ 。班级总人数为至少一科得 100 分的人数加上两科都未得 100 分的人数, 即总人数 $=19+28=47$ 。
4. 8 【解析】如解图, 连接 BD, AC , 则图中 D 几个小弓形的面积都相等, 所以图中阴影部分的面积为正方形面积的一半, 即 $\frac{1}{2}\times 4^2=8(\text{cm}^2)$ 。
5. 1632 【解析】根据题意, 原每边砖数 $=(32+49-1)\div 2=40$, 这批小正方形的砖原有 $40\times 40+32=1632$ (块)。
6. 127 【解析】 $10\div 3=3\cdots 1, 11\div 4=2\cdots 3, 12\div 5=2\cdots 2$, 满足除以 3 余 1, 除以 4 余 3 的数最少是 7, 7 除以 5 的余数刚好是 2, 又因为苹果个数大于 12, 丙班人数大于等于 13, 所以这筐苹果至少有 $3\times 4\times 5\times 2+7=127$ (个)。
7. 10 【解析】雨天甲队的工作效率为 $\frac{1}{12}\times(1-40\%)=\frac{1}{20}$, 雨天乙队的工作效率为 $\frac{1}{15}\times(1-10\%)=\frac{3}{50}$, 雨天乙、甲两队的工作效率差为 $\frac{3}{50}-\frac{1}{20}=\frac{1}{100}$, 晴天甲、乙两队的工作效率差为 $\frac{1}{12}-\frac{1}{15}=\frac{1}{60}$, 雨天、晴天工作效率差之比为 $\frac{1}{100}:\frac{1}{60}=3:5$, 那么 3 个晴天加 5 个雨天甲、乙两队的工作进度相同。又 $6\times\frac{1}{12}+10\times\frac{1}{20}=1$, 所以雨天有 10 天。
8. 43 【解析】1, 3, 5, ..., 97, 99 是首项为 1、公差为 2 的等差数列, 共 50 项, 前 k 个奇数的和为 k^2 。当 $k=44$ 时, 和为 $44^2=1936$ (偶数个奇数和为偶数, 1936 为偶数, 小于 1949); 当 $k=45$ 时, 和为 $45^2=2025$ (奇数个奇数和为奇数, 2025 为奇数, 大于 1949)。因此需从 45 个数中调整, 但 45 个数的最小和已超过 1949, 故考虑 a 为小于 45 的奇数。当 $a=43$ 时, 前 43 个奇数的和为 $43^2=1849$ (奇数个奇数和为奇数, 1849 为奇数, 小于 1949), 需增加 $1949-1849=100$, 通过替换其中两个较小数为较大数, 如将 47 和 49 替换为 97 和 99, 增加量为 $(97-47)+(99-49)=50+50=100$, 此时 43 个奇数的和为 1949。
9. 44.5 【解析】根据题意可得, 3.6 千米 $=3600$ 米, 每分钟它们一共跑了 $450+350=800$ (米)。不妨先列举如下: 第



第4题解图

一次相向 (1 分钟): 相距 $3600-800=2800$ (米); 第一次反向 (2 分钟): 相距 $3600-800+800\times 2=4400$ (米); 第二次相向 (3 分钟): 相距 $3600-800+800\times 2-800\times 3=2000$ (米); 第二次反向 (4 分钟): 相距 $3600-800+800\times 2-800\times 3+800\times 4=5200$ (米); 第三次相向 (5 分钟): 相距 $3600-800+800\times 2-800\times 3+800\times 4-800\times 5=1200$ (米); 第三次反向 (6 分钟): 相距 $3600-800+800\times 2-800\times 3+800\times 4-800\times 5+800\times 6=6000$ (米); 第四次相向 (7 分钟): 相距 $3600-800+800\times 2-800\times 3+800\times 4-800\times 5+800\times 6-800\times 7=400$ (米); 很显然, 最后肯定是相向奔跑, 才会相遇。而相向奔跑的几次中, 两狗的距离变化情况是: 2800 米、2000 米、1200 米、400 米, 可见, 每一次相向奔跑后, 两狗的距离都缩短了 800 米。两狗相遇肯定在第五次相向奔跑的过程中, 这一次不需要用 9 分钟, 只需要用 $9-400\div 800=8.5$ (分钟), 从出发到相遇, 它们一共用了 $1+2+3+4+5+6+7+8+8.5=44.5$ (分钟)。

10. 2 【解析】每头羊的卖价恰与羊的头数相等, 设每头羊的卖价为 x 元, 则总的收入是 x^2 元, x^2 的尾数可能为 0、1、4、5、6、9。最后这一轮甲拿了 10 元, 剩下不足 10 元 (都是整元), 轮到乙拿, 则最后一轮拿之前剩下的钱大于 10 元, 小于 20 元; 在 10~20 中, 只有 16 是一个数的平方, 所以最后一轮拿之前剩下 16 元, 甲拿去 10 元, 剩下 6 元归乙, 为了平均分配, 甲应该找补给乙 $10-\frac{16}{2}=2$ (元)。

二、11. (1) 解: 原式 $=1\div[(\frac{1}{3}+0.125-\frac{1}{24})\times 24]$

$$=1\div[(\frac{1}{3}+\frac{1}{8}-\frac{1}{24})\times 24]$$

$$=1\div 10$$

$$=0.1$$

(2) 解: 原式 $=(192.6+8\frac{5}{9})\div(\frac{3}{5}+\frac{7}{9})-6$

$$=(200.6+\frac{5}{9})\div(\frac{3}{5}+\frac{7}{9})-6$$

$$=146-6$$

$$=140$$

(3) 解: 原式 $=9.56\times 180+9.5\times\frac{44}{5}-9.56\times 80+1.2\times 9.5$

$$=9.56\times(180-80)+9.5\times(\frac{44}{5}+1.2)$$

$$=956+95$$

$$=1051$$

(4) 解: 原式 $=\frac{7}{16}\times 45-\frac{7}{16}\times 45+(\frac{5}{18}-\frac{5}{24})\times\frac{6}{5}$

$$=0+\frac{5}{18}\times\frac{6}{5}-\frac{5}{24}\times\frac{6}{5}$$

$$=\frac{1}{12}$$

(5) 解: 原式 $=741\times(369+1)-(741+2)\times 369-(\frac{1}{26}\times 13+\frac{2}{15}\times$

$$13+\frac{4}{15})$$

$$=3-(\frac{1}{2}+2)$$

$$=\frac{1}{2}$$

(6) 解: 原式 $=17\times\frac{3}{16}-(\frac{4}{13}+\frac{8}{5}+\frac{9}{13}\times\frac{5}{8})$

$$=(16+1)\times\frac{3}{16}-(\frac{4}{13}+\frac{8}{5}+\frac{9}{13}\times\frac{5}{8})$$

$$=3+\frac{3}{16}-(\frac{4}{13}+\frac{8}{5}+\frac{45}{104})$$

$$=3+\frac{3}{16}-\frac{3}{16}-\frac{1217}{520}$$

$$=\frac{881}{1040}$$

三、12. 解: 现金一次性付款的金额为 $20\times 90\%=18$ (万元), 应纳税额: $18\times 10\%=1.8$ (万元), 所以购买这辆汽车一共需要付款: $18+1.8=19.8$ (万元)。

答: 购买这辆汽车一共需要付款 19.8 万元。

13. 解: 设保管室里篮球和足球的总数为 x , 则篮球有 $(60\%x-8)$ 个, 足球有 $60\%x-8+5=(60\%x-3)$ 个。 $60\%x-8+60\%x-3=x$, 解得 $x=55$, 所以篮球有 $60\%\times 55-8=25$ (个), 足球有 $25+5=30$ (个)。

答: 保管室里篮球有 25 个, 足球有 30 个。

14. 思路分析 第一次相遇, 两人合起来走了半圆, 到第二次相遇, 两人合起来又走了一圈, 因此, 从开始出发到第二次相遇, 两人合起来走了一圈半。第二次相遇时两人合起来走的路程是第一次相遇时合起来所走路程的 3 倍, 因此, 明明从 A 点到 D 点的路程是他从 A 点到 C 点路程的 3 倍。

解: 因为 $\widehat{AC}=100$ 米, 优弧 AD 的长度是 $\widehat{AC}$ 长度的 3 倍, 所以优弧 AD 的长: $\widehat{AC}\times 3=100\times 3=300$ (米), 半个圆的周长: $300-80=220$ (米), 整个圆的周长: $220\times 2=440$ (米)。

答: 该圆的周长为 440 米。

15. 解: 设从甲、乙容器中均取出 x 克糖水。甲容器原有糖量: $800\times 5\%=40$ (克), 乙容器原有糖量: $200\times 10\%=20$ (克), 交换后甲容器总糖量: $40-5\%x+10\%x=(40+0.05x)$ 克, 交换后甲容器浓度为总糖量 $\div$ 总重量 $=\frac{40+0.05x}{800}$

$=\frac{40+20}{800+200}$, 解得 $x=160$ 。答: 从甲和乙中均取出糖水 160 克。

16. 解: (1) $(24000a-52800)24000b$ 【解法提示】运往市区销售葡萄的收入: $24000a-\frac{24000}{1000}\times(400+6\times 300)=24000a-52800$ (元), 市民亲自去葡萄园采摘葡萄的收入: $24000b$ 元。

(2) ①平均每月应还的贷款本金: $180000\div 5\div 12=3000$ (元), 月利息: $180000\times 0.5\%=900$ (元), 所以第一个月的还款额: $3000+900=3900$ (元)。

答: 第一个月的还款额是 3900 元。

②第 n 个月的月利息: $[180000-3000(n-1)]\times 0.5\%=[15n+915]$ (元), 所以 $y=3000-15n+915=-15n+3915(1\leq n\leq 60)$ 。

186. 2026 CQXF 入学数学真卷(一)

快速对答案

- 一. 填空题 1. 990 2. 25 3. 36 4. 2:3 5. 502.4
6. 50 7. 17 8. 23.58 9. 31 10. 14.4 11. 10
12. 44 13. 100 14. 247 15. 8165432709

计算题、解答题请看“详解详析”P78

详解详析

- 一. 1. 990 2. 25 3. 36 4. 2:3
5. 502.4 【解析】底面半径为 $8 \div 2 = 4$ (厘米), 圆柱的高为 $80 \div 2 \div 4 = 10$ (厘米), 所以圆柱体积 (长方体体积) 是 $3.14 \times 4^2 \times 10 = 502.4$ (立方厘米)。
6. 50 【解析】 $25 = 5 \times 5$, 质因数中含 2 个 5; $12 = 2 \times 2 \times 3$, 质因数中含 2 个 2; 13 为质数, 不含质因数 2 和 5; $14 = 2 \times 7$, 质因数中含 1 个 2; 质因数 2 的总个数有 $2+1=3$ (个), 质因数 5 的总个数有 2 个。要使乘积末尾四位为 0, 需要 4 对 2 $\times$ 5, 即需要 4 个 2 和 4 个 5。还需要质因数 2 的个数为 $4-3=1$ (个), 还需要质因数 5 的个数为 $4-2=2$ (个), a 需提供 1 个 2 和 2 个 5, 所以 $a = 2 \times 5 \times 5 = 50$ 。
7. 17 【解析】如果三个整数除以同一个整数所得的余数相同, 说明这三个整数中, 任意两个数的差都能被这个数整除。 $226-192=34=17 \times 2$; $226-141=85=17 \times 5$; $192-141=51=17 \times 3$, 因为余数不为 0, 所以求的是 34、85、51 的不为 1 的公因数, 所以这个整数是 17。
8. 23.58 【解析】小数点向右移动一位, 原数扩大 10 倍, 即新数是原数的 10 倍, 所以新数比原数多的倍数为 $10-1=9$ 倍。已知新数比原数增加了 212.22, 所以原数为 $212.22 \div 9 = 23.58$ 。
9. 31 【解析】设星星今年 x 岁, 则付老师今年 $(2x-3)$ 岁, 付老师比星星大 $(x-3)$ 岁。根据题意列方程 $2x-3-x-3=45$, 解得 $x=17$, 所以付老师今年 $2 \times 17 - 3 = 31$ (岁)。
10. 14.4 【解析】甲每次往返 (从起点出发再返回) 的总路程为 5.6 千米, 由于往返后回到起点, 实际前进距离为总路程的一半, 即 $5.6 \div 2 = 2.8$ (千米)。全程 6 次往返和 1 次追上, 6 次往返前进了 $2.8 \times 6 = 16.8$ (千米), 说明追上 1 次可以行 $22.4 - 16.8 = 5.6$ (千米), 所以返回就行了 $5.6 - 2.8 = 2.8$ (千米)。甲和乙的速度比是 $(5.6 \times 5 + 2.8 \times 4) : 5.6 = 7:1$, 乙步行了 $(7 \times 5.6 + 2.8 \times 6) \div 7 = 8$ (千米), 所以此时乙距离 A 地 $22.4 - 8 = 14.4$ (千米)。
11. 10 【解析】一盏灯被拉的次数取决于编号的因数个数, 一个数有几个因数, 编号为这个数的灯就会被拉几次, 拉奇数次时灯的状态是亮的, 拉偶数次时灯的状态是熄灭的, 所有的非零自然数中, 完全平方数的因数个数是奇数个, 非完全平方数的因数个数是偶数个。编号的因数个数为偶数的灯, 到其最大因数 (即其本身) 时, 灯是熄灭的, 只有编号的因数个数为奇数的灯, 到其最大因数时是亮的, $1 \sim 100$ 中完全平方数有 1、4、9、16、25、36、49、64、81、100, 共 10 个。所以最后有 10 盏灯是亮的。
12. 44 【解析】当有 1 个元素时, 没有错位排列的情况; D_n 表示 $n (n \geq 2)$ 个元素的错位排列数, 当 $n=2$ 时, 只有 1 种全错位排列情况, 即 $D_2=1$; 当 $n=3$ 时, 只有 2 种全错位排列情况, 即 $D_3=(3-1) \times (D_1+D_2)=2$; 当 $n=4$ 时, 即 $D_4=(4-1) \times (D_3+D_2)=9$, 有 9 种全错位排列情况; 同理得

$D_n = (n-1)(D_{n-2}+D_{n-1})$ 。当 $n=5$ 时, 即 $D_5=(5-1) \times (D_3+D_2)=44$, 有 44 种全错位排列情况, 西西装错的方式有 44 种可能。

13. 100 【解析】先想“从 1 开始的连续自然数相加”, 页码和是逐步递增的, 缺的是两个连续的数, 所以总页码和肯定比 4979 大一点, 且大的部分是两个连续数的和。 $1+2+\dots+100=5050$, $1+2+\dots+99=5050-100=4950$, 4950 比 4979 小, 不够; 5050 比 4979 大, 差是 $5050-4979=71$; 验证 71 是不是两个连续数的和; $71=35+36$, 35 和 36 是连续的, 符合“连续两个页码”的要求, 所以这本书原有 100 页, 缺的是 35 和 36 页。
14. 247 【解析】一个八位数以内的自然数 N , 使得 $2\overline{N7}$ 是 N 的 91 倍。设这个八位数以内的自然数 N 是一个 n 位数, 则 $2\overline{N7}$ 可以表示为 $2 \times 10^{n+1} + 10N + 7$, 所以 $2 \times 10^{n+1} + 10N + 7 = 91N$, 整理得 $N = \frac{2 \times 10^{n+1} + 7}{81}$ 。当 $n=1$ 时, $N = \frac{2 \times 10^{1+1} + 7}{81} = \frac{23}{9}$, 不符合题意; 当 $n=2$ 时, $N = \frac{2 \times 10^{2+1} + 7}{81} = \frac{223}{9}$, 不符合题意; 当 $n=3$ 时, $N = \frac{2 \times 10^{3+1} + 7}{81} = 247$, 符合题意。
15. 8165432709 【解析】前 9 位能被 10 整除, 所以第 9 位为 0。已知第 1 位为 8, 且能被 2 整除, 符合条件; 前 2 位能被 3 整除, 第 1 位是 8, 所以前两位数字之和 $8+a$ 是 3 的倍数, 所以 a 可能为 1、4、7; 前 3 位能被 4 整除, 一个数能被 4 整除, 只看最后两位, 所以第 2、3 位组成的两位数需要能被 4 整除; 前 4 位能被 5 整除; 能被 5 整除的数末位是 0 或 5, 但 0 已用在第 9 位, 所以第 4 位必须是 5; 前 5 位能被 6 整除, 能被 6 整除的数需同时被 2 和 3 整除, 即末位为偶数, 且各位数字之和是 3 的倍数; 代入剩余可能的数字并验证整除性, 最终可以确定这个十位数是 8165432709。

二. 16. (1) 原式 $= \frac{13}{4}$

(2) 解: 原式 $= (1+2+\dots+19) + (\frac{1}{19} + \frac{1}{19} \times 2 + \dots + \frac{1}{19} \times 19)$

$$= 190 + \frac{1}{19} \times 190$$

$$= 200$$

(3) 解: 原式 $= 20.25 \times 37 - 20.25 \times 19 + 20.25 \times 82$

$$= 20.25 \times (37 + 82 - 19)$$

$$= 2025$$

(4) 解: 原式 $= 11111 \times 11111 \times 16 + 44444 \times 55555$

$$= 44444 \times 44444 + 44444 \times 55555$$

$$= 44444 \times (44444 + 55555)$$

$$= 4444400000$$

(5) 解: 原式 $= 2024 \div \frac{2024 \times 2025 + 2024}{2025} + 2026 \div \frac{2027 \times 2025 + 1}{2025}$

$$= 2024 \div \frac{2024 \times (2025+1)}{2025} + 2026 \div \frac{(2026+1) \times 2025 + 1}{2025}$$

$$= 2024 \div \frac{2024 \times 2026}{2025} + 2026 \div \frac{2026 \times 2025 + 2026}{2025}$$

$$= 2024 \times \frac{2025}{2024 \times 2026} + 2026 \times \frac{2025}{2026 \times 2026}$$

$$= \frac{2025}{2026} \cdot \frac{2025}{2026}$$

$$= \frac{2025}{1013}$$

(6) 解: 原式 $= [1 - 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})] + [1 - 2 \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})] + [1 - 2 \times (\frac{1}{4} - \frac{1}{5})] + \dots + [1 - 2 \times (\frac{1}{2025} - \frac{1}{2026})]$

$$= 1 \times 2024 - 2 \times [(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) + \dots + (\frac{1}{2025} - \frac{1}{2026})]$$

$$= 2024 - 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{2026})$$

$$= 2023 + \frac{1}{1013}$$

$$= 2023 \frac{1}{1013}$$

(7) 解: 原式 $= 2025 \times \frac{1}{11} + 2025 \times \frac{1}{2014} - 2014 \times \frac{1}{11} + 2014 \times \frac{1}{2025} -$

$$11 \times \frac{1}{2014} + 11 \times \frac{1}{2025} \times 3$$

$$= (2025 \times \frac{1}{11} - 2014 \times \frac{1}{11}) + (2025 \times \frac{1}{2014} - 11 \times \frac{1}{2014}) + (2014 \times \frac{1}{2025} - 11 \times \frac{1}{2025}) - 3$$

$$= \frac{1}{11} \times (2025 - 2014) + \frac{1}{2014} \times (2025 - 11) + \frac{1}{2025} \times (2014 - 11) - 3$$

$$= 1 + 1 + 1 - 3$$

$$= 0$$

(8) 解: 设 $S = [\frac{1 \times 23}{101}] + [\frac{2 \times 23}{101}] + [\frac{3 \times 23}{101}] + \dots + [\frac{100 \times 23}{101}]$

考虑 S 的对称项, 即 $S' = [\frac{100 \times 23}{101}] + [\frac{99 \times 23}{101}] + [\frac{98 \times 23}{101}] + \dots + [\frac{23}{101}]$, 由于 $\frac{k \times 23}{101} + \frac{(101-k) \times 23}{101} = 23 (k=1, 2, \dots, 100)$, 所以

$$[\frac{k \times 23}{101}] + [\frac{(101-k) \times 23}{101}] = 22, S + S' = 2S = 22 \times 100 = 2200,$$

$$所以 S = 1100, 所以原式 = 1100。$$

(9) 解: 原式 $= 1.2345678987654321 \div 9.8765432123456789$

$$\approx 1.2346 \div 9.8765$$

$$\approx 0.1250$$

所以原式所得结果的小数点后两位数为 12。

三. 17. 解: 假设两个正方形重叠部分的面积为 a , 大正方形的面积是 $a + \frac{1}{4} = 4a$, 小正方形的面积是 $a + \frac{1}{3} = 3a$, 所以大正方形和小正方形的面积之比是 $4a : 3a = 4 : 3$ 。

答: 大正方形和小正方形的面积之比是 $4 : 3$ 。

18. 解: 设李白的酒壶中原有 x 升酒。第一次操作后剩余: $2x - 5$, 第二次操作后剩余: $2 \times (2x - 5) - 5 = 4x - 15$, 第三次操作后剩余: $2 \times (4x - 15) - 5 = 0$, 列方程可得 $2 \times (4x - 15) - 5 = 0$, 得 $x = \frac{35}{8}$ 。答: 李白的酒壶中原有 $\frac{35}{8}$ 升酒。

19. 解: 将 2400 分解质因数得: $2400 = 2^4 \times 3^1 \times 5^2$, 根据一个数的因数个数等于其分解质因数后各质因数指数加 1 的乘积, 所以因数个数为 $(5+1) \times (1+1) \times (2+1) = 6 \times 2 \times 3 = 36$ (个), 所有因数的和等于各质因数的所有幂次和的乘积, 所以因数之和为

$$(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5) \times (1+3) \times (1+5+5^2) = 7812$$

答: 2400 的因数共有 36 个, 所有因数的和是 7812。

20. 解: 本季度销售利润为 $(510-400) \times 300 = 33000$ (元), 下季度销售价为 $510 \times (1-4\%) = 489.6$ (元), 下季度销售量为 $300 \times (1+10\%) = 330$ (件), 设该产品每件成本应降低 x 元, 则下季度每件成本为 $(400-x)$ 元。根据销售利润保持不变, 可列方程: $[489.6 - (400-x)] \times 330 = 33000$, 解得 $x = 10.4$ 。答: 该产品每件成本应降低 10.4 元。

21. 解: (1) 10 0011 【解法提示】 $3 \div 2 = 1 \dots 1$, $8 \div 2 = 4$, 所以 $M_2(38) = 10$; 同理, $M_2(2025) = 0001$, 所以 $M_2(38) + M_2(2025) = 10 + 0001 = 0011$ 。

(2) ①不是, 理由: $M_2(38) = 10$; $M_2(25) = 01$, 所以 $M_2(38) + M_2(25) = 11$, 因为 $38+25=63$, $M_2(63) = 01$, $11 \neq 01$, 所以 $M_2(38) + M_2(25) \neq M_2(63)$, 所以 38 与 25 不是“模二相加不变”。

②36 【解法提示】因为 $M_2(25) = 01$, 且两位数的“模二数”只能是 00, 01, 10, 11。

“模二数”为 00 的两位数有: 20, 22, 24, 26, 28, 40, 42, 44, 46, 48, 60, 62, 64, 66, 68, 80, 82, 84, 86, 88, 共 20 个; “模二数”为 01 的两位数有: 21, 23, 25, 27, 29, 41, 43, 45, 47, 49, 61, 63, 65, 67, 69, 81, 83, 85, 87, 89, 共 20 个; “模二数”为 10 的两位数有: 12, 32, 52, 72, 92, 14, 34, 54, 74, 94, 16, 36, 56, 76, 96, 18, 38, 58, 78, 98, 10, 30, 50, 70, 90, 共 25 个; “模二数”为 11 的两位数有: 11, 31, 51, 71, 91, 13, 33, 53, 73, 93, 15, 35, 55, 75, 95, 17, 37, 57, 77, 97, 19, 39, 59, 79, 99, 共 25 个; $M_2(25)$ 和“模二数”为 00 的两位数的“模二数”的和为 01, 则 $M_2(25)$ 和“模二数”为 00 的两位数的和的“模二数”也为 01, 满足题意的有 20, 22, 24, 40, 42, 44, 60, 62, 64, 共 9 个; $M_2(25)$ 和“模二数”为 01 的两位数的“模二数”的和为 10, 则 $M_2(25)$ 和“模二数”为 01 的两位数的和的“模二数”也为 10, 满足题意的有 25, 27, 29, 45, 47, 49, 65, 67, 69, 共 9 个; $M_2(25)$ 和“模二数”为 10 的两位数的“模二数”的和为 11, 则 $M_2(25)$ 和“模二数”为 10 的两位数的和的“模二数”也为 11, 满足题意的有 12, 32, 52, 72, 14, 34, 54, 74, 10, 30, 50, 70, 共 12 个; $M_2(25)$ 和“模二数”为 11 的两位数的“模二数”的和为 100, 则 $M_2(25)$ 和“模二数”为 11 的两位数的和的“模二数”也为 100, 满足题意的有 75, 95, 77, 97, 79, 99, 共 6 个; 综上, 与 25 互为“模二相加不变”的两位数共有 $9+9+12+6=36$ (个)。

190. 2026 CQYB1Z 入学数学真卷

快速对答案

- 一. 填空题 1. 96 2. 125 3. $\frac{3}{4}$ 4. 5.5 5. 45

6. 甲 7. 8 8. 15 9. 6 时 40 分 10. 890

解答题、第二部分请看“详解详析”P79

一、1. 96 2. 125

3. $\frac{3}{4}$ 【解析】半径为5的扇形面积为： $\frac{1}{4} \times \pi \times 5^2 = \frac{25}{4}\pi$ ；半径为2的扇形面积为： $\frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 = \pi$ ；长方形的面积为： $(5-2) \times 5 = 15$ ；所以差为： $\frac{25}{4}\pi - \pi - 15 = \frac{3}{4}\pi$ 。

4. 5.5 【解析】长方体容器内装满水，第一次把小球沉入水中第一次溢出的水的体积就是小球的体积，可设为 a ，第二次把小球取出，把中球沉入水中，由于第二次溢出的水的体积是第一次的3倍，所以中球的体积是 $3a+a=4a$ ，第三次把中球取出，把小球和大球一起沉入水中，由于第三次溢出的水的体积是第一次的2.5倍。大球和小球的体积为 $4a+2.5a=6.5a$ ，而小球体积为 a ，所以大球的体积为 $5.5a$ ，所以大球的体积是小球的 $5.5a \div a = 5.5$ （倍）。

5. 45 【解析】根据题意，甲乘车的路程为： $(10+10+10)$ km；乙乘车的路程为： $(10+10)$ km；丙乘车的路程为： 10 km；也就是6个10，一共收费90元。则 $90 \div 6 = 15$ （元），甲应付： $15 \times 3 = 45$ （元），乙应付： $15 \times 2 = 30$ （元），丙应付： 15 元。

6. 甲 【解析】甲店： $60 \div (10+2) = 5$ ，需花： $(60-5 \times 2) \times 25 = 1250$ （元）；乙店：打85折，需花： $60 \times 25 \times 85\% = 1275$ （元）；丙店： $60 \times 25 \div 100 = 15$ ，需花： $60 \times 25 - 15 \times 16 = 1260$ （元）。由此可得： 1250 元 < 1260 元 < 1275 元，应到甲店购买。

7. 8 【解析】甲村共工作了 $35-5=30$ （天），在这30天中甲村比乙村共多挖60米，减去这60米，甲、乙两村挖的速度就一样了，问题转化为 $35+30=65$ （天），挖了 $580-60=520$ （米），所以乙村每天挖 $520 \div 65 = 8$ （米）。

8. 15 【解析】第一次转向：2的倍数有 $30 \div 2 = 15$ （个），此时背向老师的有15人；第二次转向：3的倍数有 $30 \div 3 = 10$ （个），其中与2的倍数相同的6、12、18、24、30这5人，在第一次转向时转为背向老师，现在他们5人转变为面向老师，则让3的倍数向后转时只有5人转为背向老师，5人转为面向老师，则此时背向老师的有 $15+10-5-5=15$ （人）；第三次转向：5的倍数有 $30 \div 5 = 6$ （个），其中10、15、20这3人分别在第一、二次转向时转为背向老师，此时转为面向老师，30在第二次转向时转为面向老师，现在转为背向老师，其他的转为背向老师，则此时转为背向老师的有3人，此时背向老师的有 $15+3-3=15$ （人），面向老师的有 $30-15=15$ （人）。

9. 6时40分 【解析】 $8=2 \times 2 \times 2$ ， $20=2 \times 5 \times 2$ ，8和20的最小公倍数： $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$ ，6时40分=6时40分，第2次同时发车的时间是6时40分。

10. 890 【解析】质数平方的个位可能为1、4、5、9（ $2^2=4$ ， $5^2=25$ ，其余质数个位为1、3、7、9时平方个位为1、9）。三个平方数之和个位为0，只能是1+4+5的组合（因1+4+5=10），故三个质因数中必含2（平方个位为4）和5（平方个位为5），设三个质因数为 p （ p^2 个位为1）。计算平方和： $2^2+5^2+p^2=4+25+p^2=29+p^2=7950 \Rightarrow p^2=7921$ ，因为 $89^2=7921$ ，且89是质数，故 $p=89$ 。这个自然数为 $2 \times 5 \times 89=890$ 。

二、1. (1) 解：原式= $\frac{3989}{2} \times 79 + \frac{6}{25} \times 790 + 244.9$

$$= \frac{315131}{2} + \frac{6}{25} \times 790 + 244.9$$

$$= 157565.5 + 189.6 + 244.9$$

$$= 158000$$

(2) 解：原式= $2009 \times (1+2+\dots+9) \div 205$

$$= 2009 \times 45 \div 205$$

$$= 49 \times 9$$

$$= 441$$

(3) 解：原式= $\frac{\frac{64}{5} \times \frac{15}{4} \times \frac{48}{11} \times \frac{33}{8}}{\frac{18}{7} \times \frac{35}{3}}$

$$= \frac{48-18}{30}$$

$$= 1$$

(4) 解：原式= $\frac{123}{100} + \frac{41}{3} + \frac{9}{100} + \frac{1}{2} \times (\frac{67}{10} + \frac{5}{18})$

$$= \frac{369}{300} + \frac{4100}{300} + \frac{27}{300} + \frac{1}{2} \times (\frac{37}{10} + \frac{5}{18})$$

$$= \frac{4496}{300} + \frac{1}{2} \times \frac{179}{45}$$

$$= \frac{7639}{450}$$

2. 解：设六(2)班原来有 x 人，则六(1)班原来有 $\frac{5}{7}x$ 人。调动后六(2)班有 $(x-3)$ 人，六(1)班有 $(\frac{5}{7}x+3)$ 人。根据题意列方程： $\frac{5}{7}x+3=\frac{4}{5}(x-3)$ ，解得 $x=63$ ，六(1)班原来有 $\frac{5}{7} \times 63 = 45$ （人）。答：六(1)班原来有45人，六(2)班原来有63人。

3. 解：假设该商品的进价是10元，总量是10件，原计划10件获得的利润是： $10 \times (10 \times 50\%) = 50$ （元），最后10件的利润少了 $50 \times (1-82\%) = 9$ （元），打折出售了 $10 \times (1-70\%) = 3$ （件），每件少卖了 $9 \div 3 = 3$ （元），原定售价是： $10 \times 50\% + 10 = 15$ （元），打折后的售价是 $15-3=12$ （元），折扣是 $12 \div 15 = 80\%$ = 八折。答：剩下的商品打了八折出售。

4. 解：2分钟内池内有水： $(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{15}) \times 2 = \frac{7}{15}$ ，还剩 $1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ ，甲、丙两管合开注满水池需要的时间： $\frac{8}{15} \div (\frac{1}{5} - \frac{1}{15}) = 4$ （分钟）。答：还要4分钟可注满水池。

第二部分

1. 解：(1) 625 【解法提示】由正方形面积公式以及勾股定理得 $S_1+S_2=S_3$ ，因为 $S_1=400$ ， $S_2=225$ ，故 $S_3=400+225=625$ 。

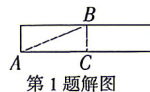
(2) 17 【解法提示】 $\sqrt{15^2+8^2}=17$ 。

(3) 13.5 【解法提示】以 AB 为直径大半圆的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times \pi (6 \div 2)^2 = 13.5$ ，所以 $S_1+S_2=13.5$ 。

(4) ① B 点为上底面周长的中点，连接 AB ，如解图所示。

② 13 【解法提示】取 C 点为下底面周长的中点，连接 BC ，

圆柱高 $BC=5$ 厘米，底面半径为4厘米， $AC=\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 4 = 12$ （厘米），故 $AB = \sqrt{12^2+5^2} = 13$ （厘米），所以蚂蚁爬行的最短路径是13厘米。



2. 解：问题1. (1) 11000 【解法提示】个位： $1+1=10$ ，写0进1；十位： $1+0+进位1=10$ ，写0进1；百位： $0+1+进位1=10$ ，写0进1；千位： $1+1+进位1=11$ ，写1进1；最终结果为11000。

(2) 10110 【解法提示】个位： $1-1=0$ ；十位： $0-1$ 不够减，向百位借1（借1当2）， $2-1=1$ ；百位：原1被借后剩0， $0-1$ 不够减，向千位借1（借1当2）， $2-1=1$ ；千位和万位无减数，结果为10110。

答：(1) $\frac{10110}{11000}$ ；(2) $\frac{11101}{10110}$ 。

问题2.

③ 思路分析 二进制转十进制：从右至左用二进制的每个数去乘以2的相应位数次幂（幂次从0开始），再将其每个数进行相加。十进制转二进制：用十进制数除以2，取余数，然后将商继续除以2，直到商为0，最后将余数从下往上排列。

1100 10 【解法提示】用12除以2，得到商6，余数0。用6除以2，得到商3，余数0。用3除以2，得到商1，余数1。用1除以2，得到商0，余数1。将余数从下往上排列，得到二进制数1100。从右至左，用二进制数的每个数去乘以2的相应位数次幂（幂次从0开始），再将其每个数进行相加。即： $0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 0 + 2 + 0 + 8 = 10$ 。因此，十进制数12写成二进制数是1100，二进制数1010就是十进制数10。

问题3. $10110 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 22$ 。

答：二进制中数10110等于十进制的22。

3. 解：设顺水船速为 v_1 ，逆水船速为 v_2 。根据两次航行时间相等，可列方程：

$$\frac{21}{v_1} + \frac{4}{v_2} = \frac{12}{v_1} + \frac{7}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 3, \text{ 所以 } v_1 : v_2 = 3 : 1.$$

答：顺水船速与逆水船速之比是3:1。

193. 2026 CQKJC8Z 入学数学真卷

快速对答案

一、填空题 1. 160 2. 17 3. 2 4. 40 5. 12 6. 14
7. 42 8. 972 9. 30 10. 18 13. 9 14. 22 15. 3
16. 5 100 17. 10

计算题、解答题请看“详解详析”P80

详解详析

一、1. 160 【解析】一份套餐包括汉堡、小吃、饮料，因此有 $8 \times 4 \times 5 = 160$ （种）套餐搭配。

2. 17 【解析】根据题意可知，哥哥和弟弟之间的年龄差一直是不变的，7岁和22岁之间相差15岁，这个差距正好对应3个年龄差，那么他们之间的年龄差是 $(22-7) \div 3 = 5$ （岁），所以哥哥现在的年龄是 $22-5=17$ （岁）。

3. 2 【解析】由题意可知，每位教师的年龄比总的平均年龄

小 $40-35=5$ （岁），每位医生的年龄比总的平均年龄大 $50-40=10$ （岁），而 $5 \times 2 = 10 \times 1$ ，故每2位教师和1位医生作为一组，可以刚好“移多补少”，则教师人数与医生人数之比为2:1，所以教师人数是医生人数的2倍。

4. 40 【解析】设一份快餐的价格为 x 元，小王带了50元，买快餐后剩下的钱为 $(50-x)$ 元；小明带了30元，买快餐后剩下的钱为 $(30-x)$ 元。根据题意可列方程为 $50-x=3 \times (30-x)$ ，解得 $x=20$ ，所以一份快餐20元，两人各买一份，一共花了 $20 \times 2 = 40$ （元）。

5. 12 【解析】两种分配情况：①每人分7张，多11张（“盈”就是剩下的数量）；②每人分9张，少13张（“亏”就是不够的数量）。每人从分7张变成分9张，每人多分 $9-7=2$ （张），因为每人多分2张，原来剩下的11张不够用了，还缺13张，说明总共需要多拿出 $11+13=24$ （张），才能满足“每人多分2张”的需求。那么小朋友的人数就是“总共需要多拿出的张数÷每人多分的张数”，即 $24 \div 2 = 12$ （个）。

6. 14 7. 42

8. 972 【解析】把19拆成几个数相加的形式，要想乘积最大，则尽可能多拆3，少拆2，不拆1，即 $19=2+2+3+3+3+3+3$ 。这些自然数的积是 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 972$ ，所以乘积最大是972。

9. 30 【解析】三个纸片盖住桌面的总面积= $(A$ 圆面积 $+B$ 圆面积 $+C$ 圆面积) $-(A$ 与 B 重合部分面积 $+A$ 与 C 重合部分面积 $+B$ 与 C 重合部分面积) $+三个纸片共同重叠的面积$ ，得 $100=(50+50+50)-(A$ 与 B 重合部分面积 $+A$ 与 C 重合部分面积 $+B$ 与 C 重合部分面积) $+10$ ， $A、B、C$ 三个圆两两重合面积之和为 $160-100=60$ （平方厘米），即三个纸片共同重叠的面积 $\times 3 +$ 阴影部分的面积=60，所以阴影部分的面积为 $60-10 \times 3 = 30$ （平方厘米）。

10. 18 【解析】由题中竖式可知， $C \times$

	7	8	3
$\times$	7	8	3
	2	3	4
	6	2	6
	5	4	8
	6	1	3
	0	8	9

第10题解图

C 的个位数字是9， $B \times C$ 的个位数字是4， $A \times C$ 的个位数字是1。因为 $C \times C$ 的个位数字是9，所以 C 是3或7。当 $C=3$ 时， $B \times 3$ 的个位数字是4， $A \times 3$ 的个位数字是1，所以 $B=8$ ， $A=7$ ，检验可知 $A=7$ ， $B=8$ ， $C=3$ 满足题意。如果 $C=7$ ，同理可得 $B=2$ ， $A=3$ ，检验可知 327×2 不是六位数，不合题意。所以 $A、B、C$ 代表的数字分别是7、8、3， $A、B、C$ 的和是 $7+8+3=18$ 。填好的竖式如解图所示。

二、11. (1) 解：原式= $345 \times 1001 \times 788 + 345 \times 2 \times 105606$

$$= 345 \times 788788 + 345 \times 211212$$

$$= 345 \times (788788 + 211212)$$

$$= 345 \times 1000000$$

$$= 345000000$$

(2) 解：原式= $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$

$$= (\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}) + (\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) + (\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}) + (\frac{5}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}) + (\frac{7}{8} + \frac{1}{8})$$

$$=1+1+\frac{4}{5}+1+1$$

$$=4\frac{4}{5}$$

(3) 解: 原式 = $1155 \times (\frac{2+3}{2 \times 3 \times 4} + \frac{3+4}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{8+9}{8 \times 9 \times 10} + \frac{9+10}{9 \times 10 \times 11})$

$$=1155 \times (\frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{8 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{9 \times 11})$$

$$=1155 \times [(\frac{1}{3} - \frac{1}{11}) + \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{10} - \frac{1}{11})]$$

$$=1155 \times \frac{31}{55}$$

$$=651$$

(4) 解: 原式 = $(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100})$

$$= \frac{1 + \frac{1}{102} + \frac{1}{104} + \dots + \frac{1}{200}}{(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}) - 2 \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100})}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{102} + \frac{1}{104} + \dots + \frac{1}{200}}{(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{50})}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times (\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100})}{\frac{1}{2} \times (\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100})}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100})$$

$$=2$$

(5) 解: 原式 = $\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + \dots + (\frac{1}{19} + \frac{2}{19} + \frac{3}{19} + \dots + \frac{18}{19}) + (\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \dots + \frac{19}{20})$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{18}{2} + \frac{19}{2}$$

$$= \frac{(1+19) \times 19 \div 2}{2}$$

$$=95$$

12. (1) $3 \times [3(3x-1)-1] = \frac{3}{2}$ (2) $8 \times [\frac{5}{3} \times (\frac{1}{5}x - \frac{1}{2})] = 2x$

解: $3(3x-1)-1 = \frac{3}{2}$ 解: $\frac{5}{3} \times (\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}x$

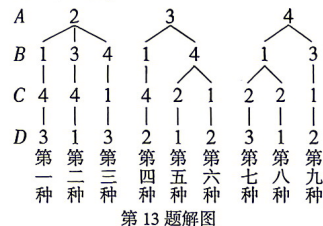
$$9x = \frac{1}{2} + 3 + 1 \quad \frac{1}{3}x - \frac{5}{6} = \frac{1}{4}x$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{12}x = \frac{5}{6}$$

$$x = 10$$

三、13. 9 【解析】把4封信编号:1、2、3、4,把好朋友编号:A、B、C、D,并假定1号信是给A写的,2号信是给B写的,3

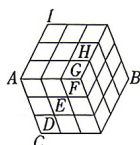
号信是给C写的,4号信是给D写的,要求每个人都没有拿到自己的信。所以A可以拿2、3、4号信,B可以拿除2号 and A已经拿过的信之外的其他信,同理可推出C和D可以拿到的信,可能出现的结果如解图所示,即小虎装错的情况共有9种可能。



第13题解图

14. 22 【解析】假设原来共有 n 个自然数,擦掉其中一个加数后和为 $13 \frac{9}{13} \times (n-1)$, $13 \frac{9}{13} \times (n-1)$ 为自然数,且 $13 \frac{9}{13}$ 与这些连续的自然数中间位置上的数比较接近。假设 $n-1=26$, $n=27$,经检验: $1+2+3+4+\dots+27=378$, $13 \frac{9}{13} \times 26=356$, $378-356=22$,假设成立,所以擦去的数是22。
15. 3 【解析】因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形,所以 $AB=AC$, $\angle B=\angle C=60^\circ$ 。因为 $BP=CQ$,所以 $\triangle ABP \cong \triangle ACQ$,则 $\angle BAP=\angle CAQ$, $AP=AQ$ 。因为点 Q 与点 M 关于 AC 的对称,所以 $\angle CAQ=\angle CAM$, $AQ=AM$,则 $\angle PAM=\angle PAC+\angle CAM=\angle PAC+\angle BAP=60^\circ$,所以 $\triangle APM$ 是等边三角形, $\angle PDC=60^\circ+\angle PAC$, $\angle BPA=\angle PAC+60^\circ$,所以 $\angle PDC=\angle BPA$ 。因为 $\angle B=\angle C$,所以 $\triangle ABP \sim \triangle PCD$,则 $AP:PD=AB:PC=8:(8-2)=4:3$,因为 $AP=PM$, $PM=PD+DM$,所以 $\frac{PD}{DM}=3$ 。

16. 5100 【解析】由题图知A、B两地间的最短路线长度为9,由于乙的速度是甲的2倍,所以相遇时甲走3,乙走6,相遇点只能在如解图的C、D、E、F、G、H、J这7个点。可分成以下情况:
- ①若在点C相遇,从A到C的最短路线共有1条,从C到B的最短路线共有1条,所以甲经过C的最短路线共 $1 \times 1 = 1$ (条),同理乙经过C的最短路线也是1条,那么在点C相遇的路线共 $1 \times 1 = 1$ (种);
- ②若在点D相遇,从A到D的最短路线共有3条,从D到B的最短路线共有6条,所以甲经过D的最短路线共 $3 \times 6 = 18$ (条),同理乙经过D的最短路线也是18条,那么在点D相遇的路线共 $18 \times 18 = 324$ (种);
- ③若在点E相遇,从A到E的最短路线共有3条,从E到B的最短路线共有15条。所以甲经过E的最短路线共 $3 \times 15 = 45$ (条),同理乙经过E的最短路线也是45条,那么在点E相遇的路线共 $45 \times 45 = 2025$ (种);
- ④若在点F相遇,从A到F的最短路线共有1条,从F到B的最短路线共有20条,所以甲经过F的最短路线共 $1 \times 20 = 20$ (条),同理乙经过F的最短路线也是20条,那么在点F相遇共 $20 \times 20 = 400$ (种);
- ⑤在点G相遇与③相同,共有2025种;
- ⑥在点H相遇与②相同,共有324种;
- ⑦在点J相遇与①



第16题解图

相同,共有1种。综上,两人会在途中相遇的路线共有 $1+324+2025+400+2025+324+1=5100$ (种)。

17. 10 【解析】第一步计算蓬莱岛上九尾狐的数量,蓬莱岛上有90只狐狸,共有250条尾巴。假设90只全部是普通狐狸,总尾巴数应为 $90 \times 1 = 90$ (条),实际尾巴数比假设多 $250-90=160$ (条),每把1只普通狐狸换成九尾狐,尾巴数增加 $9-1=8$ (条)。所以蓬莱岛上九尾狐的数量为 $160 \div 8 = 20$ (只),普通狐狸的数量为 $90-20=70$ (只)。
- 第二步计算方丈岛上九尾狐的数量,方丈岛上有110只狐狸,共有350条尾巴,同样运用假设法计算出方丈岛上九尾狐的数量为 $(350-110) \div (9-1) = 30$ (只),普通狐狸的数量为 $110-30=80$ (只)。设经过 x 个月后,蓬莱岛上两种狐狸数量的比例与方丈岛上两种狐狸的数量比例相同。蓬莱岛上每月新生2只普通狐狸和1只九尾狐,方丈岛上每月新生4只普通狐狸和1只九尾狐,列方程为 $(70+2x):(20+x)=(80+4x):(30+x)$,解得 $x=10$ 。所以10个月后,蓬莱岛上两种狐狸的数量比例与方丈岛上两种狐狸的数量比例相同。
- 四、18. 解: 长方体体积: $10 \times 8 \times 15 = 1200$ (立方分米),水的体积: $1200 \times \frac{2}{3} = 800$ (立方分米),水和圆柱的体积和: $800+266=1066$ (立方分米),长方体的底面积: $10 \times 8 = 80$ (平方分米),放入后水的高度: $1066 \div 80 = 13.325$ (分米), $13.325 > 13.3$ 。答:放入后水的高度是13.325分米。
19. 解: 乙车每小时多行5千米或甲车每小时多行5千米,两车的速度和都增加了5千米/时,所以两次提速后,两车的相遇时间是相同的。在两次提速的情况下,甲车行驶的路程相差是 $12+16=28$ (千米),速度差是5千米/时,相遇时间: $28 \div 5 = 5.6$ (小时),甲车原来每小时行 $12 \div (6-5.6) = 30$ (千米)。答:甲车原来每小时行30千米。
20. 解: 三角形 ABD 的面积 $= AB \times BC \div 2 = 15 \times 12 \div 2 = 90$ (cm²),三角形 ABE 的面积 $=$ 三角形 ABD 的面积 $-$ 三角形 ADE 的面积 $= 90-15=75$ (cm²),因为三角形 ABE 的面积 $= AB \times AE \div 2 = 75$ (cm),所以 $AE=75 \times 2 \div 15 = 10$ (cm),因为三角形 ADE 的面积 $= AE \times DF \div 2 = 15$ (cm),所以 $DF=15 \times 2 \div 15 = 2$ (cm),所以梯形 $ABCD$ 的面积 $= (15+15+3) \times 12 \div 2 = 198$ (cm²)。答:梯形 $ABCD$ 的面积为198平方厘米。
21. 解: 已知自然数可以被56整除,那一定能被8和7整除。首先,考虑8的整除特征,末三位是8的倍数则可以被8整除,又因为末两位是56,所以百位数字只能取0,2,4,6,8。又因为要使得这个自然数最小,那较低位应取较大的数字,故百位取8。其次,各位数字之和为56,去掉末三位后数字之和为 $56-5-6-8=37$,为使得位数尽可能少,则各位上数字可尽量取大,这个数最小是19999856,它不能被7整除,首位为1不成立;调整首位为2,这时最小为28999856,它也不能被7整除,其次为29899856,经

检验能被7整除,所以最小的数为29899856。

答:最小的一个数是29899856。

22. 解: 原式 = $[(\frac{21 \times 61 + 21}{21 \times 61 + 22 \times 62 + 23 \times 63 + 24 \times 64 + 25 \times 65} + \frac{(24 \times 64 + 24) + (25 \times 65 + 25)}{21 \times 61 + 22 \times 62 + 23 \times 63 + 24 \times 64 + 25 \times 65}] \times 199$
- $$= [\frac{(21 \times 61 + 22 \times 62 + 23 \times 63 + 24 \times 64 + 25 \times 65)}{21 \times 61 + 22 \times 62 + 23 \times 63 + 24 \times 64 + 25 \times 65} + \frac{(21 + 22 + 23 + 24 + 25)}{21 \times 61 + 22 \times 62 + 23 \times 63 + 24 \times 64 + 25 \times 65}] \times 199$$
- 设 $21 \times 61 + 22 \times 62 + 23 \times 63 + 24 \times 64 + 25 \times 65$ 为 M ,则 $A = \frac{M}{M} + (\frac{21+22+23+24+25}{M}) \times 199 = 199 + \frac{115 \times 199}{M}$
- 因为 $M > 21 \times 61 + 22 \times 61 + 23 \times 61 + 24 \times 61 + 25 \times 61 = (21+22+23+24+25) \times 61 = 115 \times 61$, $M < 21 \times 65 + 22 \times 65 + 23 \times 65 + 24 \times 65 + 25 \times 65 = (21+22+23+24+25) \times 65 = 115 \times 65$; 当 $M = 115 \times 61$ 时, $A = 199 + \frac{115 \times 199}{115 \times 61} = 199 + \frac{199}{61} \approx 199 + 3.26 = 202.26$; 当 $M = 115 \times 65$ 时, $A = 199 + \frac{115 \times 199}{115 \times 65} = 199 + \frac{199}{65} \approx 199 + 3.06 = 202.06$,所以 $202.06 < A < 202.26$,则 A 的整数部分是202。答: A 的整数部分是202。

23. (1) C 【解析】因为 m 为正数,所以 $m > 0$, $\frac{3}{m} > 0$,所以 $m^2 + (\frac{3}{m})^2 \geq 2m \times \frac{3}{m} = 6$,所以 $m^2 + (\frac{3}{m})^2$ 的最小值为6。
- (2) B 【解析】 $4n^2 = (2n)^2$, $\frac{4}{n^2} = (\frac{2}{n})^2$,因为 n 为正数,所以 $2n > 0$, $\frac{2}{n} > 0$,所以 $(2n)^2 + (\frac{2}{n})^2 \geq 2 \times 2n \times \frac{2}{n} = 8$,所以 $4n^2 + \frac{4}{n^2}$ 的最小值为8。
- (3) 6 【解析】因为 $a > 3$,所以 $a-3 > 0$,所以 $a+1+\frac{1}{a-3} = (a-3) + \frac{1}{a-3} + 4$,所以 $(a-3) + \frac{1}{a-3} \geq 2\sqrt{(a-3) \times \frac{1}{a-3}} = 2$,所以 $(a-3) + \frac{1}{a-3} + 4 \geq 2+4=6$, $a+1+\frac{1}{a-3}$ 的最小值为6。
- (4) 16 【解析】因为 $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} = 1$,所以 $x+y = (x+y) \times 1 = (x+y)(\frac{1}{x} + \frac{9}{y})$,所以 $(x+y)(\frac{1}{x} + \frac{9}{y}) = x \cdot \frac{1}{x} + x \cdot \frac{9}{y} + y \cdot \frac{1}{x} + y \cdot \frac{9}{y} = 1 + \frac{9x}{y} + \frac{y}{x} + 9 = 10 + \frac{9x}{y} + \frac{y}{x}$,所以 $\frac{9x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{9x}{y} \times \frac{y}{x}} = 2\sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$,所以 $10 + \frac{9x}{y} + \frac{y}{x} \geq 10+6=16$,所以 $x+y$ 的最小值为16。